



## X Congresso Brasileiro de Engenharia Química Iniciação Científica

*“Influência da pesquisa em Engenharia Química no desenvolvimento tecnológico e industrial brasileiro”*

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Universidade Severino Sombra  
Vassouras – RJ – Brasil

### **SOLUÇÃO NUMÉRICA DO PROBLEMA DE CONDUÇÃO DE CALOR TRIDIMENSIONAL TRANSIENTE NO PROCESSO DE USINAGEM**

**SILVA<sup>1</sup>, S. C.; PEREIRA<sup>1</sup>, M. C. V.; SILVA<sup>1</sup>, M. F.; HOMEM<sup>1</sup>, C. L. G.; COSTA<sup>2</sup>, A. O. S.; COSTA Jr<sup>2</sup>, E. F.**

<sup>1</sup>Alunos da UFES    <sup>2</sup>Professores da UFES

Curso de Engenharia Química - Universidade Federal do Espírito Santo  
UFES, Alto Universitário, s/nº, Guararema, Alegre, CEP. 29.500-000, ES,  
email: eslyfcjr@yahoo.com.br

**RESUMO** - A obtenção da temperatura na interface cavaco-ferramenta é de grande importância no processo de usinagem, uma vez que medidas podem ser propostas a fim de reduzir o desgaste da ferramenta e consequentemente reduzir os custos com a manutenção. Alguns métodos de modelagem que estudam este processo estão sendo desenvolvidos, entretanto, não são todos que traduzem corretamente o comportamento da temperatura de usinagem. O termo usinagem compreende todo o processo mecânico no qual a peça é o resultado de um processo de remoção de material. O objetivo deste trabalho consistiu em obter a variação temporal do perfil tridimensional de temperatura na ferramenta de corte em um processo de usinagem por torneamento. A solução do problema se deu pela discretização por diferenças finitas nas coordenadas espaciais e integração no tempo pelo método de Euler. Modelou-se uma ferramenta de corte que troca calor por todos os lados por convecção e recebe um fluxo de calor em um espaço definido em um de seus lados. Este fluxo é proveniente do atrito com o material usinado. O problema resolvido não apresenta solução analítica, mas a solução numérica obtida é fisicamente coerente, indicando a aplicabilidade do método de diferenças finitas na solução do problema abordado.

**Palavras chave:** diferenças finitas, método de Euler, perfil de temperatura.

### **INTRODUÇÃO**

O termo usinagem compreende todo o processo mecânico, no qual a peça é o resultado de um processo de remoção de material. Os principais processos de usinagem são: torneamento, fresamento, furação, alargamento, rosqueamento e brochamento (Amorim, 2012).

De acordo com Pereira (2010), ao atribuir forma, dimensão ou acabamento à peça, existe, como consequência, uma produção de cavacos. Este é o principal produto em comum ao final de todos os processos de usinagem.

Na usinagem de metais considera-se que praticamente toda a energia mecânica utilizada para o corte é transformada em calor. A geração de calor durante o corte relaciona-se

quantitativamente com a força e a velocidade do corte. O material é submetido a altas tensões de cisalhamento ou deformação plástica e a deformação elástica representa uma pequena parcela na proporção da deformação total. Sendo assim, considera-se que praticamente toda a energia mecânica utilizada para o corte é transformada em calor (Lima, 2001).

Segundo Lima (2001), a obtenção da temperatura na interface cavaco-ferramenta é de grande importância para o processo de usinagem uma vez que medidas podem ser propostas com intuito de reduzir o desgaste da ferramenta e consequentemente reduzir os custos com a manutenção do equipamento.

Alguns métodos de modelagem e medição da temperatura estão sendo desenvolvidos, entretanto, não são todos que traduzem corretamente o comportamento da temperatura de usinagem (Sousa e Sousa, 2012).

Foi proposto por Lima (2001) o uso de técnicas de problemas inversos em condução de calor para a obtenção da temperatura na ferramenta de corte em processos de torneamento.

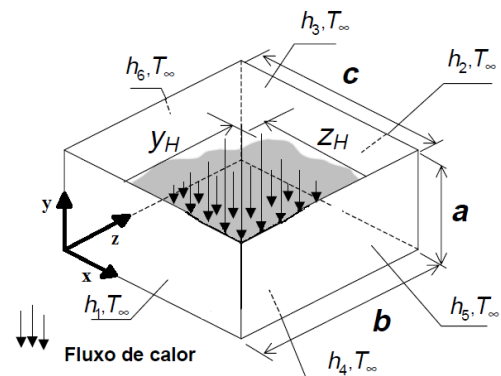
O objetivo deste trabalho consistiu em obter a variação temporal da distribuição tridimensional de temperatura na ferramenta de corte utilizando o método de diferenças finitas, aplicado ao problema de condução de calor tridimensional, em um processo de usinagem por torneamento.

## METODOLOGIA

O método utilizado neste trabalho para a obtenção da distribuição de temperatura da ferramenta de corte é o método de diferenças finitas aplicado ao problema de condução de calor tridimensional.

Adotou-se o problema físico estudado por Lima (2001). O autor reporta uma ferramenta com formato de um paralelepípedo que é utilizada no processo de usinagem. Esta peça é resfriada pelo fluido de resfriamento, pois se aquece ao sofrer atrito com a peça a ser usinada. Desta forma, a peça perde calor por convecção por todos os lados e recebe um fluxo de calor em um espaço definido na sua

face superior. A Figura 1 representa a peça e esquematiza o processo.



**Figura 1 - Problema térmico tridimensional. Adaptado de Lima (2001).**

Para simplificar os cálculos foram adotadas as seguintes hipóteses: (1) A ferramenta de corte é considerada um paralelepípedo ideal, isto é, todas as faces fazem um ângulo reto; (2) Quebra-cavacos e furos são desconsiderados; o material da ferramenta é homogêneo; (3) Em todas as faces é considerada a perda de calor por convecção através do fluido de resfriamento. Nesse caso, os coeficientes de transferência de calor em todas as superfícies,  $h_1, h_2, \dots, h_6$ , e a temperatura,  $T_\infty$ , são arbitrados como conhecidos e constantes; (4) A região sujeita ao fluxo de calor desconhecido, localizada na face superior da ferramenta, é delimitada arbitrariamente pelas cotas  $y_H$  e  $z_H$  (Figura 1); (5) As propriedades termofísicas da ferramenta não variam com a temperatura. Os valores adotados para os cálculos efetuados estão presentes na Tabela 1.

**Tabela 1 – Valores operacionais reportados por Lima (2001).**

Propriedades	Símbolo	Valor
Dimensões das arestas (m)	$b$	0,0127
	$a$	0,0049
	$c$	0,0127
Número de pontos	$n_x$	11
	$n_y$	10
	$n_z$	11
Temperatura inicial (°C)	$T_0$	25
Temperatura do fluido refrigerante (°C)	$T_\infty$	25
Temperatura máxima (°C)	$T_{m\acute{a}x}$	1550

Coeficientes de transferência de calor por convecção (W/m²K)	$h$	20
Condutividade térmica (W/m*K)	$k$	100
Fluxo de calor constante imposto (W/m²)	$Q$	$2 \times 10^6$
Regiões que delimitam o fluxo de calor (nº de pontos)	$y_h$	2
	$z_h$	3
Difusividade térmica (m²/s)	$\alpha$	$2,7 \times 10^{-5}$

A formulação matemática do problema apresentado na Figura 1 é demonstrada pela Equação 1.

$$\frac{\partial^2 T(x,y,z,t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x,y,z,t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T(x,y,z,t)}{\partial z^2} = \frac{1}{A} \frac{\partial T(x,y,z,t)}{\partial t} \quad (1)$$

Inicialmente, realizou-se uma adimensionalização das variáveis: tempo, espaço e temperatura. As novas variáveis adimensionais podem ser vistas pelas Equações 2, 3, 4, 5 e 6. Esta etapa é conveniente por evitar problemas de interpretação provenientes do uso de sistemas diferentes de unidades.

$$\theta_x = \frac{x}{a} \quad (2) \quad \theta_y = \frac{y}{b} \quad (3) \quad \theta_z = \frac{z}{c} \quad (4)$$

$$U = \frac{T - T_\infty}{T_{\max} - T_\infty} \quad (5) \quad \tau = \frac{t\alpha}{c^2} \quad (6)$$

A etapa de discretização dividiu o domínio de cálculo em  $n$  subdomínios para as três dimensões. A partir deste ponto, as aproximações por diferenças finitas centrais para as derivadas de primeira e segunda ordem foram substituídas. A Equação 7 é resultante desta substituição e da anterior adimensionalização das variáveis.

$$\frac{\partial U_{i,j,k}}{\partial \tau} = \frac{c^2}{a^2} \frac{U_{(i+1,j,k)} - 2U_{(i,j,k)} + U_{(i-1,j,k)}}{\Delta x^2} + \frac{c^2}{b^2} \frac{U_{(i,j+1,k)} - 2U_{(i,j,k)} + U_{(i,j-1,k)}}{\Delta y^2} +$$

$$\frac{U_{(i,j,k+1)} - 2U_{(i,j,k)} + U_{(i,j,k-1)}}{\Delta z^2} \quad (7)$$

Para  $2 \leq i \leq nx-1$ ,  $2 \leq j \leq ny-1$  e  $2 \leq k \leq nz-1$ .

A Equação 7 foi utilizada para a descrição do comportamento da condução de calor entre os pontos internos da ferramenta, uma vez que, para este caso, as aproximações das derivadas por diferenças finitas centrais podem ser aplicadas.

Para os domínios que incluem pontos integrantes da interface ferramenta/ambiente como bordas, faces e quinas, modificou-se a Equação 7 de modo que a aproximação por diferenças centrais pudesse ser mantida. Para isto, considerou-se a existência de pontos fictícios cujas condições de contorno eram iguais às condições dos pontos da interface. A Equação 8 exemplifica o método. Esta equação descreve a variação da temperatura adimensional com o tempo da face frontal da peça.

$$\frac{\partial U_{i,j,k}}{\partial \tau} = \frac{c^2}{a^2} \frac{U_{(i+1,j,k)} - 2U_{(i,j,k)} + U_{(i-1,j,k)}}{\Delta x^2} + \frac{c^2}{b^2} \frac{U_{(i,j+1,k)} - 2U_{(i,j,k)} + U_{(i,j-1,k)}}{\Delta y^2} + \frac{U_{(i,j,k+1)} - 2U_{(i,j,k)} + 2 \cdot Bi \cdot \Delta z \cdot U_{(i,j,k)} + U_{(i,j,k+1)}}{\Delta z^2} \quad (8)$$

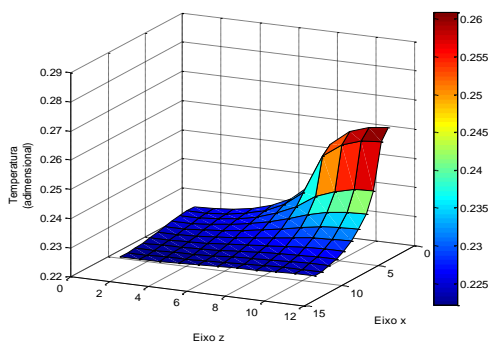
Para  $2 \leq i \leq nx-1$ ,  $2 \leq j \leq ny-1$  e  $k=1$

## RESULTADOS

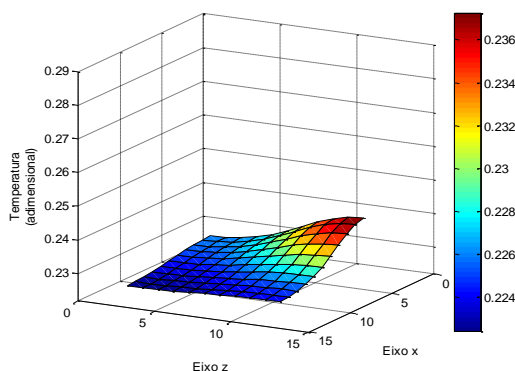
Os valores de temperatura (adimensional) para face superior, exposta ao fluxo de calor, e para a face inferior da ferramenta para um tempo de 60 s estão dispostos nas Figuras (2) e (3) respectivamente.

A temperatura máxima que a peça alcançou em 60 s foi de 422,87 °C no ponto sob atrito e a temperatura mínima foi de 369,50 °C no ponto mais distante do fluxo de calor na superfície superior (Figura 2).

Os valores de temperatura obtidos foram calculados a partir de dados operacionais reportados no trabalho de Lima (2001) e listados na Tabela 1.



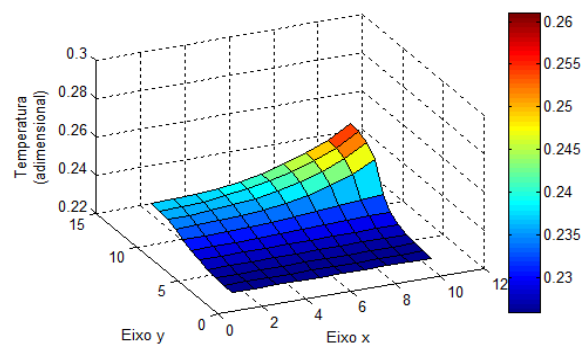
**Figura 2 - Comportamento da temperatura na face superior com fluxo de calor em 60s de operação**



**Figura 3 - Comportamento da temperatura na face inferior em 60s de operação.**

A partir da Figura (2) pode-se perceber que a região com maior temperatura é a região que recebe o fluxo de calor e se aquece mais rapidamente em relação aos outros pontos. Além disso, pode-se observar que a temperatura decai ao ponto que as coordenadas se afastam do fluxo de calor, a Figura 3 evidencia esta observação.

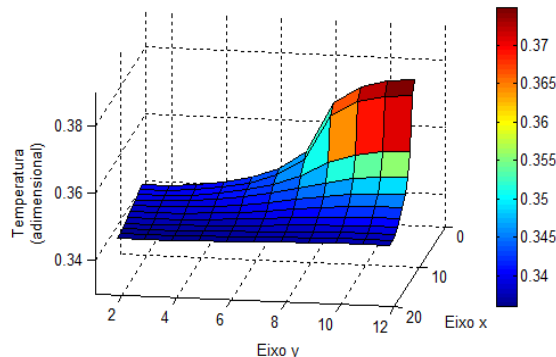
A Figura 4 representa o perfil de temperatura da face frontal em 60 segundos de operação. Pode-se observar um comportamento semelhante ao comportamento que a temperatura apresentou nas faces superior e inferior (Figuras 2 e 3). Desta forma, a partir da análise das Figuras 2, 3 e 4 pode-se acompanhar a condução de calor na ferramenta.



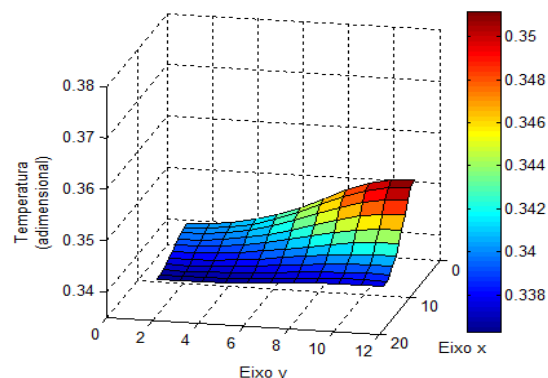
**Figura 4 - Perfil da temperatura na face frontal em 60s de operação.**

De acordo com a Figura 4, o ponto com a maior temperatura é o ponto mais próximo do fluxo de calor, que em 60 s alcança uma temperatura de 398 °C. Este valor não se difere significativamente do maior valor encontrado de 422,87 °C na face superior. Este resultado já era esperado, uma vez que a simulação da condução de calor é feita utilizando-se valores de difusividade de um metal.

As Figuras 5 e 6 apresentam o perfil de temperatura da face superior, exposta ao fluxo de calor, e da face inferior, respectivamente, para um tempo de 90 segundos de operação.



**Figura 5 - Perfil de temperatura na face superior, exposta ao fluxo de calor, em 90s de operação.**



### Figura 6 - Perfil de temperatura na face inferior em 90s de operação.

Em 90 s de operação, a temperatura máxima encontrada foi de 596 °C para a face superior. Já a temperatura máxima da face inferior foi de 560 °C.

Ao se comparar as Figuras 5 e 6 com as Figuras 2 e 3, pode-se perceber que a exposição da peça ao fluxo de calor por um tempo prolongado contribuiu para um aumento na temperatura total da peça. Pode-se observar também que o modelo apresenta resultados esperados para um aumento do tempo de usinagem.

### CONCLUSÃO

A variação temporal da temperatura da ferramenta determinada de acordo com a metodologia proposta neste trabalho se mostrou coerente com os valores obtidos por Lima (2001). Além disso, as temperaturas encontradas apresentaram um comportamento espacial fisicamente possível, de modo que a região que recebe o fluxo de calor obteve maior temperatura e a região mais afastada do fluxo obteve temperaturas menores. Estas observações contribuem para concluir que o método de diferenças finitas desenvolvido neste trabalho se mostrou satisfatório em aplicações em problemas tridimensionais e transientes. A maior dificuldade encontrada durante a realização do projeto foi a implementação das condições de contorno do problema, considerando 4 condições distintas (pontos internos, bordas, faces e quinas) hora sob condições de convecção hora sob fluxo de calor, somou-se mais de 30 equações para a resolução do problema.

### NOMENCLATURA

Símbolo	Descrição	Un.
a, b e c	Dimensões do paralelepípedo nas direções i, j e k	m
$n_x$ , $n_y$ e $n_z$	Número de pontos que as dimensões da peça, a, b e c, foram divididas	-
T	Temperatura em que a ferramenta se encontra	°C

t	Tempo transcorrido	s
$T_\infty$	Temperatura ambiente	°C
$T_{máx}$	Temperatura máxima que a peça pode atingir	°C
U	Temperatura adimensional em que a peça se encontra	-
x, y e z	Variáveis espaciais nas direções i, j e k	m
$\alpha$	Difusividade térmica	m <sup>2</sup> /s
$\Delta x$ , $\Delta y$ e $\Delta z$	Distância adimensional entre dois pontos	-
$\tau$	Tempo adimensional transcorrido	-

### REFERÊNCIAS

- AMORIM, H. J. (2002), Estudo da relação entre velocidade de corte, desgaste de ferramenta, rugosidade e forças de usinagem em torneamento com ferramenta de metal duro, UFRGS, Rio Grande do Sul – RS (dissertação de mestrado), 131 p.
- PEREIRA, I. C. (2010), Análise do torque e da força axial, em diferentes condições de corte durante o rosqueamento de dois ferros fundidos cinzentos (CrCuSn e CrCuCnMo) e um ferro fundido vermicular da classe 350, UFU, Uberlândia – MG (dissertação de mestrado), 113 p.
- LIMA, F. R. S. (2001), Modelagem tridimensional de problemas inversos em condução de calor: Aplicação em processos de usinagem, UFU, Uberlândia – MG (tese de doutorado), 195 p.
- SOUSA, J. A., SOUSA, M. N. (2012), “Análise da temperatura de usinagem no corte ortogonal de alumínio”. In: Simpósio do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (POSMEC), 20º, UFU, Uberlândia - MG.

### AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq pela bolsa de Produtividade em Desenvolvimento Tecnológico e Industrial (DTI) e à Fapes pela bolsa Pesquisador Capixaba.