

## MODELOS MATEMÁTICOS AJUSTADOS A CINÉTICA DE SECAGEM DE MÍNÉRIOS DE FERRO E CROMO

O. B. Matos<sup>1\*</sup>, A. F. B. Ferreira<sup>2</sup>, M. D. C. Almeida<sup>1</sup> e P. H. F. Araújo<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Universidade do Estado do Amapá, Colegiado de Engenharia Química, Macapá-AP, Brasil

<sup>2</sup> Universidade Federal do Ceará, Departamento de Engenharia Química, Fortaleza-CE, Brasil

\*E-mail para contato: tonny-barbosa@hotmail.com

**RESUMO** – O objetivo do presente trabalho é estudar a secagem dos minérios de ferro e cromo – oriundos da Cidade de Santana, Estado do Amapá, região Norte do Brasil – para avaliação da influência da temperatura e de modelos matemáticos de secagem. Os experimentos foram realizados em uma estufa por quase 3 horas e em temperaturas de 100 a 200 °C. Os modelos foram ajustados à secagem experimental com auxílio do software *STATISTICA* e adotando-se o método de mínimos quadrados para analisar qual modelo melhor se assemelha aos dados experimentais, comparando os valores de coeficiente de determinação ( $R^2$ ), de erro médio relativo (*EMR*), de erro médio estimado (*EME*) e da tendência de distribuição dos resíduos. A partir dos resultados obtidos, o modelo de *aproximação de difusão* foi o melhor para o minério de ferro (em todas as temperaturas) e de cromo (em T = 150 e 200 °C). Para a secagem do minério de cromo a 100 °C, o melhor modelo foi o de *Henderson e Pabis*. Ambos os modelos matemáticos obtiveram  $R^2$  superior a 99,7%, *EMR* inferior a 10% e tendência tipo aleatória.

### 1. INTRODUÇÃO

O Brasil é um dos países com maiores reservas de minério do mundo, apresentando rochas contendo hematita ( $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ), magnetita ( $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ) e cromita ( $\text{FeO}\cdot\text{Cr}_2\text{O}_3$ ). Segundo Carvalho (2014), o minério de ferro é um desses tipos de minério, que vem sendo utilizado na indústria de cimento, em estradas, na produção de veículos e fios elétricos. Mas, sobretudo, em siderurgias (mais de 90%), pois é a partir dele que se obtém o Ferro metálico para produção do aço. Já a cromita ou minério de cromo é usado para produção de ligas de ferro-cromo, aço inoxidável e ligas especiais por propiciar maior resistência à oxidação, a corrosão e a fadiga (GONÇALVES, 2001). Uma das etapas importantes do beneficiamento de qualquer minério é a secagem, que pode interferir na comercialização e nas suas características devido a granulometria, umidade, teor de ferro e impurezas associadas ao material, uma vez que o minério fica muito tempo exposto às intempéries climáticas. Desta forma, o objetivo deste trabalho é estudar a secagem dos minérios de ferro e de cromo oriundos do Estado do Amapá, para avaliar a secagem sob a faixa de temperatura de 100 a 200 °C e também para prever qual modelo matemático melhor se ajusta aos dados experimentais da secagem dos minérios.

## 2. METODOLOGIA

Os experimentos foram realizados na Universidade do Estado do Amapá-UEAP. As amostras foram obtidas a partir de uma mina presente na cidade de Santana, que está localizada a 20 km do centro da capital. A metodologia recomendada pela ASABE (2010) foi usada para determinar o teor de água de equilíbrio presente nas amostras. Ambos os minérios de ferro e cromo foram acondicionados em uma estufa e mantidos a  $103 \pm 2$  °C por 24 horas. Após a obtenção do teor de água, a secagem foi realizada em uma estufa modelo 403/5 N, marca Nova Ética, nas temperaturas de 100, 150 e 200 °C. Para o minério de ferro, a média das massas secadas foram 10,013 g (100 °C), 10,002 g (150 °C) e 10,005 g (200 °C) e para o minério de cromo as médias das massas foram: 10,28 g (100 °C), 10,002 g (150 °C) e 10,001 g (200 °C). Ressalta-se que as secagens foram feitas em triplicata.

Durante o processo de secagem é necessário conhecer parâmetros para construir as isotermas de secagem e compreender melhor o processo. Assim, avaliou-se a umidade dos minérios em base seca ( $X_{bs}$  – Equação 1), em base úmida ( $X_{bu}$  – Equação 2) e pela razão de umidade ( $RU$  – Equação 3), pois as partículas que os compõem não apresentam formas/tamanhos iguais.

$$X_{bs} = \frac{M_w}{M_{sc}} \quad (1)$$

$$X_{bu} = \frac{M_w}{M_t} \quad (2)$$

$$RU = \frac{X - X_e}{X_o - X_e} \quad (3)$$

onde:  $M_w$  é a massa de água em um dado tempo de secagem;  $M_{sc}$  equivale a massa seca após um período de 24 horas;  $M_t$  é a diferença entre a massa secada em um dado instante  $t$  ( $M_t$ ) menos a massa da amostra seca final ( $M_{sc}$ ) ou massa de equilíbrio;  $X$  representa a umidade absoluta;  $X_e$  é a umidade em equilíbrio e  $X_o$  é a umidade inicial.

Modelos matemáticos (Equações 4-8) foram ajustados a razão de umidade experimental em função do tempo, utilizando o software *STATISTICA*® e adotando-se o método de mínimos quadrados para obtenção dos dados de regressão.

$$RU = \exp(-kt) \quad (4)$$

$$RU = \exp(-kt^n) \quad (5)$$

$$RU = aexp(-kt) \quad (6)$$

$$RU = aexp(-kt) + (1-a)exp(-kbt) \quad (7)$$

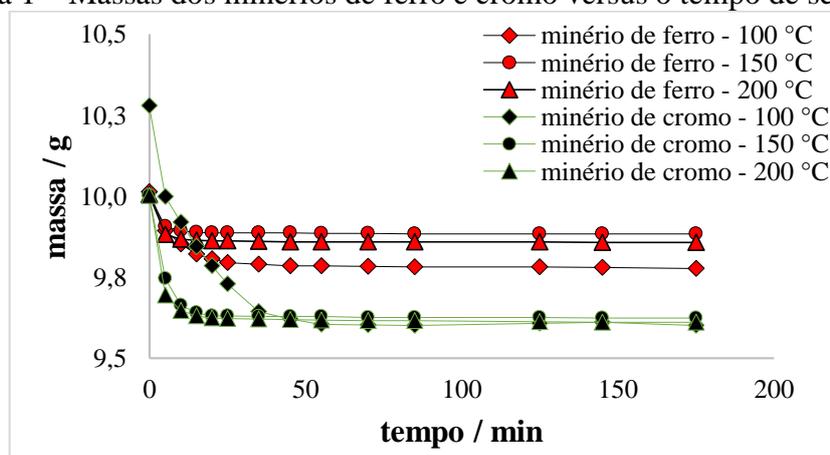
$$RU = aexp(-kt) + (1-a)exp(-kat) \quad (8)$$

(4) Newton; (5) Page; (6) Henderson e Pabis; (7) Aproximação de difusão; (8) Exponencial de dois termos.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os dados obtidos na secagem dos minérios (média da triplicata), em diferentes temperaturas, são apresentados na Figura 1.

Figura 1 – Massas dos minérios de ferro e cromo versus o tempo de secagem.



Para todas as temperaturas, os dados experimentais da Figura 1 concordam com o padrão observado por Geankoplis (1998). O incremento da temperatura provoca uma maior retirada de água e os minérios perdem mais umidade no início da secagem, já que a quantidade de água livre é maior na superfície das amostras do que no seio delas. As massas dos minérios precisam de pouco tempo para se estabilizarem (não possuem material orgânico), bem diferente de biomassas e outros alimentos. Nas Tabelas 3-8 são reportados os dados obtidos com os ajustes dos modelos em relação ao coeficiente de determinação ( $R^2$ ), ao erro médio relativo ( $EMR$ ), ao erro médio estimado ( $EME$ ) e ao tipo de tendência observada das distribuições dos resíduos.



Tabela 3 – Valores de  $R^2$ ,  $EMR$ ,  $EME$  e a tendência para o minério de ferro a  $T = 100\text{ }^\circ\text{C}$ .

Modelo	Coefficientes e constantes	$R^2$ (%)	$EMR$ (%)	$EME$	Tendência
Newton	$k = 0,9948$	99,4793	48,5212	28,3327	Tendenciosa
Pages	$k = 0,2094, n = 0,75775$	99,8681	21,9605	4,9976	Tendenciosa
Henderson e Pabis	$a = 0,9761, k = 0,1147$	99,5101	45,5672	25,8252	Tendenciosa
Aproximação de difusão	$a = 0,8831, k = 1499, b = 0,1516$	<b>99,8785</b>	<b>7,3771</b>	<b>0,5590</b>	<b>Aleatória</b>
Exponencial de dois termos	$a = 0,2540, k = 0,3599$	99,7980	25,0962	10,1487	Tendenciosa

Tabela 4 – Valores de  $R^2$ ,  $EMR$ ,  $EME$  e a tendência para o minério de ferro a  $T = 150\text{ }^\circ\text{C}$ .

Modelo	Coefficientes e constantes	$R^2$ (%)	$EMR$ (%)	$EME$	Tendência
Newton	$k = 0,3069$	99,5740	99,2752	98,5599	Tendenciosa
Pages	$k = 0,8201, n = 0,4552$	99,9047	47,6621	22,9497	Tendenciosa
Henderson e Pabis	$a = 0,9973, k = 0,3063$	99,5744	99,2669	98,5436	Tendenciosa
Aproximação de difusão	$a = 0,9408, k = 0,3763, b = 0,0527$	<b>99,9799</b>	<b>12,3596</b>	<b>1,5283</b>	<b>Aleatória</b>
Exponencial de dois termos	$a = 0,3681, k = 0,6294$	99,6806	96,8496	93,8653	Tendenciosa

Tabela 5 – Valores de  $R^2$ ,  $EMR$ ,  $EME$  e a tendência para o minério de ferro a  $T = 200\text{ }^\circ\text{C}$ .

Modelo	Coefficientes e constantes	$R^2$ (%)	$EMR$ (%)	$EME$	Tendência
Newton	$k = 0,3439$	99,6530	98,2019	96,4518	Tendenciosa
Pages	$k = 0,9623, n = 0,4155$	99,9572	25,7458	6,6506	Tendenciosa
Henderson e Pabis	$a = 0,9983, k = 0,3435$	99,6531	98,1919	96,4324	Tendenciosa
Aproximação de difusão	$a = 0,93115, k = 0,4377, b = 0,0699$	<b>99,9931</b>	<b>9,0269</b>	<b>0,8253</b>	<b>Aleatória</b>
Exponencial de dois termos	$a = 0,3875, k = 0,6716$	99,7296	93,6637	87,8603	Tendenciosa

Tabela 6 – Valores de  $R^2$ ,  $EMR$ ,  $EME$  e a tendência para o minério de cromo a  $T = 100\text{ }^\circ\text{C}$ .

Modelo	Coefficientes e constantes	$R^2$ (%)	$EMR$ (%)	$EME$	Tendência
Newton	$k = 0,0738$	99,3238	17,5309	3,0772	Aleatória
Pages	$k = 0,8376, n = 0,1162$	99,6001	34,7627	17,3002	Tendenciosa
Henderson e Pabis	$a = 0,9560, k = 0,0702$	<b>99,4291</b>	<b>20,7555</b>	<b>4,6418</b>	<b>Aleatória</b>
Aproximação de difusão	$a = 0,1766, k = 2,1641, b = 0,0276$	99,7822	32,7542	16,6501	Tendenciosa
Exponencial de dois termos	$a = 0,1432, k = 0,4407$	99,6980	28,1785	10,9554	Tendenciosa

Tabela 7 – Valores de  $R^2$ ,  $EMR$ ,  $EME$  e a tendência para o minério de cromo a  $T = 150\text{ }^\circ\text{C}$ .

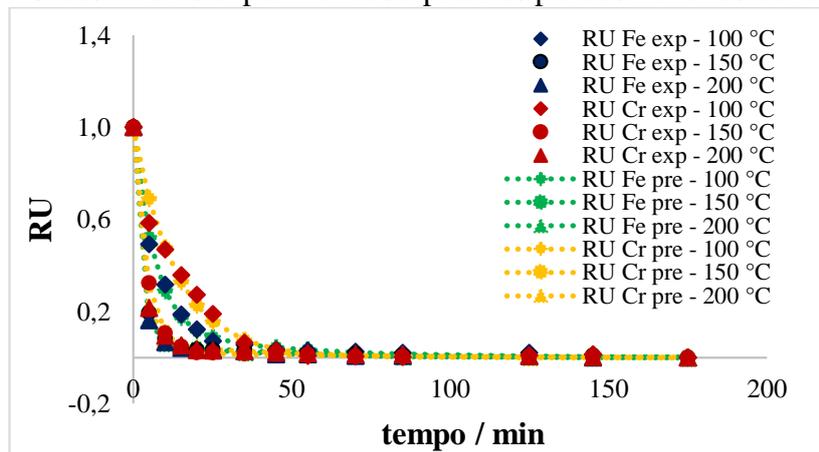
Modelo	Coefficientes e constantes	$R^2$ (%)	$EMR$ (%)	$EME$	Tendência
Newton	$k = 0,2223$	99,9347	89,5380	80,7824	Tendenciosa
Pages	$k = 0,2598, n = 0,9176$	99,9461	80,1641	65,8713	Tendenciosa
Henderson e Pabis	$a = 0,9988, k = 0,2221$	99,9348	89,4965	80,7123	Tendenciosa
Aproximação de difusão	$a = 0,9788, k = 0,2357, b = 0,0564$	<b>99,9943</b>	<b>14,5490</b>	<b>2,1188</b>	<b>Aleatória</b>
Exponencial de dois termos	$a = 0,5442, k = 0,3013$	99,9507	76,7280	60,8089	Tendenciosa

Tabela 8 – Valores de  $R^2$ ,  $EMR$ ,  $EME$  e a tendência para o minério de cromo a  $T = 200\text{ }^\circ\text{C}$ .

Modelo	Coefficientes e constantes	$R^2$ (%)	$EMR$ (%)	$EME$	Tendência
Newton	$k = 0,2841$	99,5847	98,5755	97,1869	Tendenciosa
Pages	$k = 0,6957, n = 0,5095$	99,9302	36,0602	14,8582	Tendenciosa
Henderson e Pabis	$a = 0,9963, k = 0,2834$	99,5855	98,5532	97,1436	Tendenciosa
Aproximação de difusão	$a = 0,9301, k = 0,3547, b = 0,0718$	<b>99,9782</b>	<b>5,9973</b>	<b>0,4058</b>	<b>Aleatória</b>
Exponencial de dois termos	$a = 0,3567, k = 0,6000$	99,7191	94,3902	89,2829	Tendenciosa

Os resultados das Tabelas 3-8 mostram que todos os modelos matemáticos apresentam  $R^2$  superior a 99%. De acordo com Madamba *et al.* (1996),  $R^2$  acima de 99,9% indica os melhores modelos de secagem. Para as amostras de ferro, verifica-se que o modelo de *Aproximação de difusão* se ajustou muito bem aos dados experimentais da secagem do minério de ferro, em todas as temperaturas, pois apresentou  $R^2$  superior a 99,9%,  $EMR$  menor do que 10% e baixo  $EME$ . O mesmo modelo também foi o melhor para ajustar praticamente quase todos os dados do minério de cromo, com exceção dos dados a  $T = 100\text{ }^\circ\text{C}$ , na qual o melhor modelo foi o *Henderson e Pabis*. A Figura 2 ilustra os dados experimentais e preditos para  $RU$ , através dos melhores modelos expostos nas Tabelas 3-8 em cada temperatura estudada.

Figura 2 – RU dos valores experimentais e preditos para os minérios de ferro e cromo.



Pela Figura 2, nota-se que o modelo de *aproximação de difusão* apresenta comportamento similar aos dados experimentais da secagem do minério de ferro (em todas as temperaturas avaliadas) e de cromo ( $T = 150$  e  $200$  °C). Já o modelo de *Henderson e Pabis* também concorda satisfatoriamente com os valores experimentais do minério de cromo a  $T = 100$  °C.

## 4 CONCLUSÃO

Percebeu-se que todos os modelos usados para ajustar os dados experimentais apresentaram  $R^2 > 99$  %. Mas, o modelo de *Aproximação de difusão* foi o mais eficiente para os minérios estudados. Ainda assim, o modelo de *Henderson e Pabis* se assemelhou aos dados experimentais do minério de cromo a  $T = 100$  °C. Por fim, faz-se necessário a continuidade do trabalho com outros estudos futuros, a fim de caracterizar de forma físico-química as amostras utilizadas e confrontar com os padrões industriais validados.

## REFERÊNCIAS

- ASABE - American Society of Agricultural and Biological Engineers. Moisture Measurement - Forages: Standard S358.2 DEC1988, R2008. **American Society of Agricultural and Biological Engineers** (ed.). Standards, Engineering Practices, and Data. St. Joseph: ASABE, p.684-685, 2010.
- CARVALHO, P. S. L. **Minério de ferro**. BNDES: biblioteca digital, p. 197-234, 2014.
- GEANKOPLIS, C. J. **Procesos de transporte y operaciones unitarias**. 3.ed. Cidade do México: Companhia Editorial Continental, 1998.
- GONÇALVES, M. M. **Balanco Mineral Brasileiro**. 2001. Disponível em: <<http://www.dnpm.gov.br/dnpm/paginas/balanco-mineral/arquivos/balanco-mineral-brasileiro-2001-cromo>>. Acesso em: 13 de abril de 2019.
- MADAMBA, P. S.; BUCKLE, K. A.; DRISCOLL, R. H. The thin-layer drying characteristics of garlic slices. **Journal of Food Engineering**, v.29, p. 75-97, 1996.