



Estratégia de controle reconfigurável com reparametrização do sinal de controle por funções de bases ortonormais

V. A. Z. SETIN¹ e T. V. DA COSTA¹

¹ Universidade Federal de Itajubá, Instituto de Recursos Naturais, Engenharia Química

E-mail para contato: zzamariola@gmail.com

RESUMO – A ocorrência de falhas em sistemas controlados pode causar a degradação do desempenho da malha de controle afetando a segurança, produtividade e economia de um processo industrial. Assim, estima-se que a indústria de processos químicos perca milhares de dólares todos os anos por não considerar estruturas capazes de retomar o desempenho dos sistemas de controle na presença de falhas em componentes. Neste contexto, o objetivo deste trabalho é considerar a sistemática da retomada de desempenho de um processo sujeito a falhas a partir de estratégias baseadas em atuadores virtuais com horizonte móvel (MHVA), reduzindo a complexidade e esforço computacional através da reparametrização das variáveis de decisão do problema de otimização por expansão de seus parâmetros a partir de funções de Laguerre.

1. INTRODUÇÃO

A reconfiguração do esforço de controle em cenário de falha de acordo com a técnica de atuadores virtuais foi originalmente concebida como uma realimentação de estados (Lunze e Steffen, 2003) e recentemente utilizada como alternativa às redundâncias físicas barateando as medidas de segurança de processos em cenário de falhas ao custo de um esforço de controle não ótimo (Djouadi *et al.*, 2016), sendo um limitante a sua implementação em malhas criteriosas.

A reinterpretção dos atuadores virtuais com horizonte móvel (MHVA) proposta por Costa *et al.* (2013) reconfigura o sinal de controle baseado na solução de um problema de otimização dinâmica de duas penalizações: o distanciamento dos estados entre a planta e seu modelo discretizado nominal e a magnitude da ação de controle, em horizontes de predição.

Visto que o problema de otimização do MHVA precisa ser resolvido a cada amostragem de tempo, maiores horizontes de predição levam a um problema de otimização mais complexo, elevando assim a carga computacional requerida. As séries de Laguerre podem reduzir significativamente essa carga computacional, uma vez que possuem propriedades ortogonais de forma que, a sua implementação para reparametrizar o sinal de controle, reduz a quantidade de variáveis de decisão simplificando o problema de otimização (Lighthart *et al.*, 2017).

Neste contexto, o objetivo deste trabalho é desenvolver o atuador virtual com horizonte móvel com lei de controle reparametrizada por séries de Laguerre com o propósito de validar a

sua capacidade em obter desempenho próximo à proposta não reparametrizada. Para comparação, implementou-se no *software* Scilab (Scilab, 2015) ambas as abordagens para simular um estudo de caso em tanques comunicantes com falha em atuadores (Steffen, 2005).

2. METODOLOGIA

A reparametrização da ação de controle por séries de Laguerre pode reduzir a complexidade de problemas de otimização em controle preditivo dada a condição de ortonormalidade de suas séries pois reduzem o número de variáveis de decisão a serem encontradas (Wang, 2009). As redes de Laguerre são definidas conforme Equação 2 (Rossiter e Khan, 2011). Para tanto, define-se um valor de α denominada taxa de decaimento entre 0 e 1 para que as funções sejam geradas e a estabilidade dessas redes asseguradas.

$$L_i(z) = \sqrt{1-\alpha^2} \frac{(z^{-1} - \alpha)^{i-1}}{(1 - \alpha z^{-1})^i} \quad (2)$$

As séries de Laguerre em tempo discreto são obtidas através da transformada inversa da Equação 2. Essas funções possuem propriedades recursivas permitindo-as serem descritas conforme Equação 3. Sendo que A_l e $L(0)$ são matrizes determinadas a partir do parâmetro α escolhido e que incorporam o comportamento das redes de Laguerre (Wang, 2009).

$$L(k+i) = A_l L(k+i-1) \quad (3)$$

As funções discretas de Laguerre descrevem sinais com comportamento do tipo impulso (Wang, 2009). Desse modo, a ação de controle reconstruída (u_p) e o modelo apresentados na proposta de MHVA de Costa *et al.* (2013) são redefinidos em termos da sua variação (Δu_p e x_Δ) permitindo a reparametrização por séries de Laguerre como apresentado nas Equações 4 e 5.

$$x_\Delta(k+i|k) = Ax_\Delta(k+i-1|k) + B_m \begin{bmatrix} \Delta u_m(k+i|k) \\ u_m(k+i-1|k) \end{bmatrix} - B_p \begin{bmatrix} \Delta u_p(k+i|k) \\ u_p(k+i-1|k) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\Delta u_p(k+i|k) = \sum_{j=1}^N c_j(k) l_j(i) \quad (5)$$

O modelo matricial considerando uma predição N_V passos a frente passos à frente, para $i = 1$ até N_V , torna-se como descrito na Equação 6 e o problema de otimização linear quadrático como apresentado na Equação 7, onde os graus de liberdade se tornam os coeficientes c_j .

$$X_\Delta = Fx_\Delta(k|k) + [-\Gamma_{\Delta p} \quad \Gamma_{\Delta m}] \begin{bmatrix} \Delta U_p \\ \Delta U_m \end{bmatrix} + [-\Psi_p \quad \Psi_m] \begin{bmatrix} u_p(k-1) \\ u_m(k-1) \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\min_{\eta} J = \eta^T (\Phi^T \Gamma_{\Delta p}^T Q_V \Gamma_{\Delta p} \Phi + \Phi^T R_L \Phi) \eta - \eta^T 2\Gamma_{\Delta p}^T \Phi^T Q_V \varepsilon + \varepsilon^T Q_V \varepsilon \quad (7)$$

Sendo que: n_x , n_u e N_V o número de estados, entradas e o tamanho do horizonte de predição respectivamente; $X_\Delta \in R^{n_x}$ o vetor de desvio da planta à referência no horizonte N_V , dado seu atual valor $x_\Delta(k|k)$; as matrizes $F \in R^{(n_x \times N_V) \times n_x}$, $\Gamma_{\Delta p} \in R^{(n_x \times N_V) \times (n_u \times N_V)}$,

$\Gamma_{\Delta m} \in R^{(n_x \times N_v) \times (n_u \times N_v)}$, $\Psi_p \in R^{N_v}$ e $\Psi_m \in R^{N_v}$ matrizes que incluem o comportamento do sistema formadas por $A \in R^{n_x \times n_x}$, $B_m \in R^{n_x \times n_u}$ e $B_p \in R^{n_x \times n_u}$; $\Delta U_p \in R^{n_u \times n_v}$ e $\Delta U_m \in R^{n_u \times n_v}$ vetores de predição do sinal de controle; $u_p(k-1)$ e $u_m(k-1)$ os últimos sinais de controle da planta e nominal, respectivamente; $\eta \in R^N$ vetor de variáveis de decisão (c_j); $\Phi \in R^{N_v \times N}$ matriz com parâmetros $l_j(k)$ de Laguerre; $\varepsilon \in R^{n_x \times N_v}$ definida por $\varepsilon = Fx_{\Delta}(k|k) - \Psi_p u_p(k-1)$. A solução do problema da Equação 7 é dada pela Equação 8.

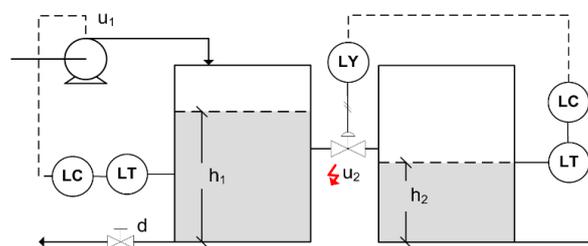
$$\eta^* = (\Phi^T \Gamma_{\Delta p}^T Q_v \Gamma_{\Delta p} \Phi + \Phi^T R_v \Phi)^{-1} \Phi^T \Gamma_{\Delta p}^T Q_v (Fx_{\Delta}(k|k) + \varphi u(k-1)) \quad (8)$$

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1 Estudo de caso

O exemplo utilizado para a análise do desempenho entre o MHVA e sua versão reparametrizada é apresentado na Figura 1 com as equações do modelo e parâmetros apresentados em Steffen (2005).

Figura 1 – Sistema de 2 tanques acoplados.



O exemplo consiste em um problema de controle em tanques comunicantes com o objetivo de se manter os níveis de líquido (h_1 e h_2) em seus valores de referência a partir das entradas: potência da bomba que alimenta o tanque 1 (u_1) e a abertura da válvula que conecta ambos os tanques (u_2). Observa-se que todas as variáveis se encontram em variável desvio.

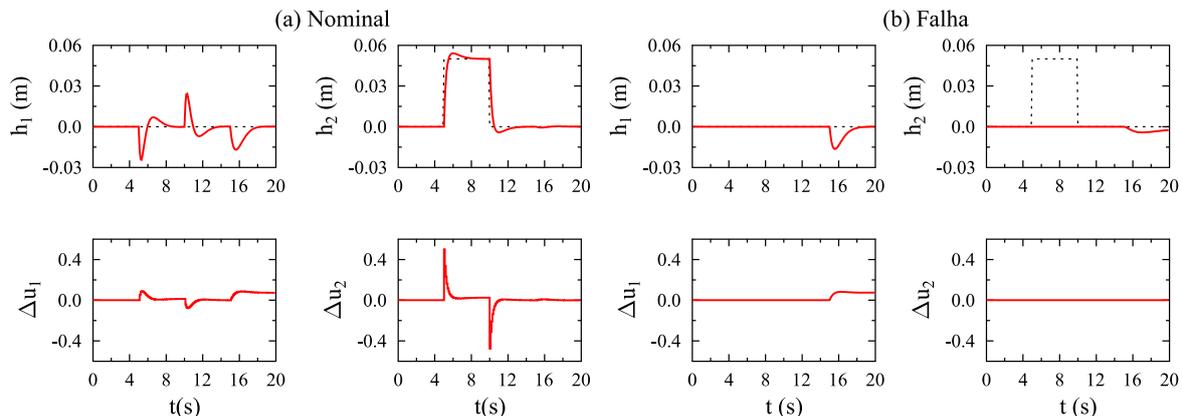
O cenário de falha simulado consiste no travamento da válvula que conecta ambos os tanques em seu estado estacionário ($u_2 = 0$) no instante inicial da simulação. Ambas as malhas de controle nominais consistem em controladores proporcionais e integrais (PI) com tempo de amostragem de 0,1 segundos com parâmetros $K_{C1} = 3$; $\tau_{i1} = 1$ para a primeira malha e $K_{C2} = 10$; $\tau_{i2} = 1$ para a segunda malha. As sintonias dos atuadores virtuais foram dadas por: horizonte de predição $N_v = 11$; Q_v e R_v matrizes cujas diagonais dadas por $[1 \ 30]$ e $[0,01 \ 0,01]$ respectivamente, observando uma maior prioridade destinada à segunda variável controlada (h_2). Para a obtenção dos resultados o estudo de caso foi simulado no *software* Scilab 5.5.2.

3.2 Simulação dinâmica nos cenários nominal, com falha e reconfiguração

O comportamento do sistema diante da resposta do controlador nominal PI no cenário nominal e com falha é demonstrado na Figura 2 onde os valores se encontram em variável

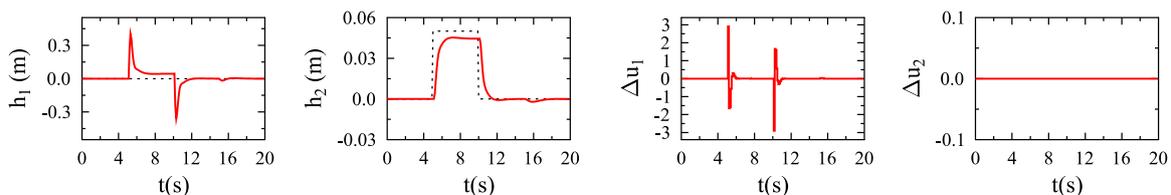
desvio. O nível do tanque 2 na simulação inicia-se em seu valor de referência e uma alteração nesta ocorre após 5 s de simulação.

Figura 2 – Resposta em malha fechada do sistema nominal (a) e com falha (b)



Observa-se na Figura 2 que a sintonia do controlador nominal foi satisfatória e confere uma transição suave do nível h_2 neste cenário cuja referência foi alterada em sua malha de controle. Diante do bloqueio de u_2 , ocorre a perda de desempenho do sistema cuja malha nominal não consegue atingir seus valores de referência decorrente da característica descentralizada dos controladores PI. Observa-se que h_2 , agora em malha aberta, não atinge seus valores de referência, tendendo sempre ao seu estado estacionário devido à característica estável do sistema, ao passo que h_1 se mantém em seu valor de referência em ambos os cenários. Em contrapartida, a resposta obtida em cenário de falha com ações de controle reconfiguradas pela metodologia de MHVA tradicional é apresentada em variáveis desvio na Figura 3.

Figura 3 – Resposta em malha fechada do sistema reconfigurada pelo MHVA tradicional



No cenário de falha observa-se que o MHVA mantém h_1 e h_2 próximo a seus valores de referência ao custo de um esforço de controle superior ao da malha nominal. É visível que o desempenho obtido por este é inferior àquele desenvolvido pelo controle nominal sem falha, mas, apreciavelmente superior diante do bloqueio em u_2 sob ótica de h_2 . A performance inferior obtida para h_1 é decorrente do Q_v adotado que prioriza h_2 a atingir seu valor de referência mediante perda de desempenho para h_1 , pois, têm-se uma situação de uma única entrada para controlar duas saídas. Ressalta-se que, embora a proposta de MHVA obtenha resultados satisfatórios no objetivo da malha de controle, um desvio permanente é observado em h_2 .

3.3 Desempenho do MHVA com Reparametrização por Séries de Laguerre

Define-se o ganho do MHVA, K_{MHVA} , como os parâmetros que multiplicam o desvio da planta em relação ao modelo nominal $x_{\Delta}(k|k)$. Dessa forma, da Equação 8 e por analogia, o ganho para abordagem reparametrizada, $K_{MHVA_LAGUERRE}$, é definido como na Equação 9.

$$K_{MHVA_Laguerre} = (\Phi^T \Gamma_{\Delta p}^T Q_v \Gamma_{\Delta p} \Phi + \Phi^T R_v \Phi)^{-1} \Phi^T \Gamma_{\Delta p}^T Q_v F \quad (9)$$

Entende-se que o desempenho do MHVA reparametrizado depende do $K_{MHVA_Laguerre}$ obtido que é resultado dos parâmetros α e N das séries de Laguerre adotados. Assim, a medida que $K_{MHVA_LAGUERRE}$ se aproxima de K_{MHVA} , dada a escolha adequada dos parâmetros α e N , mais o sinal de controle reparametrizado se aproxima ao sinal da abordagem tradicional.

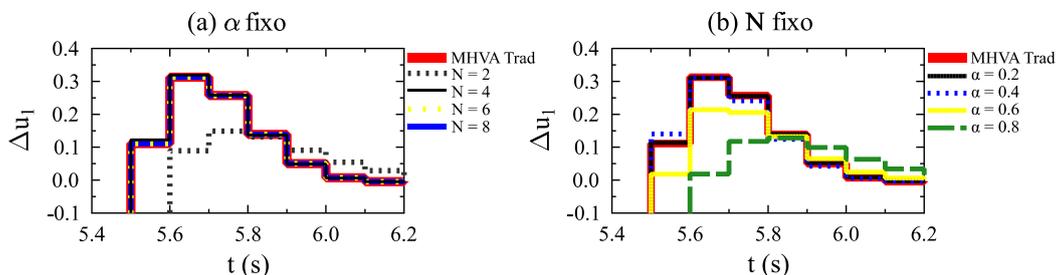
Os parâmetros da série de Laguerre para o sinal u_2 (α_2 e N_2) não afetam o desempenho e são omitidos neste contexto visto que u_2 possui ganho nulo de acordo com o cenário de falha. Dessa maneira, apenas os parâmetros da série de Laguerre do primeiro atuador (α_1 e N_1) são de interesse para a obtenção do $K_{MHVA_LAGUERRE}$ adequado. Os ganhos obtidos, para u_1 , a partir da variação de N_1 mantendo-se α fixo em 0,5 e, a partir da variação de α mantendo-se N fixo em 3 são apresentados na Tabela 1. Para que a reparametrização forneça desempenho semelhante ao da proposta tradicional, $K_{MHVA_LAGUERRE}$ deve se aproximar de $K_{MHVA} = [5,1828 \quad 18,2732]$.

Tabela 1 - Valores de ganho a partir da reparametrização para variações de α_1 e N_1 .

N_1	$K_{MHVA_LAGUERRE}$ $\alpha_1 = 0,5$		α_1	$K_{MHVA_LAGUERRE}$ $N_1 = 3$	
	2	[3,8008		12,0437]	0,2
4	[5,2217	18,4399]	0,4	[5,3390	18,9544]
6	[5,1827	18,2727]	0,6	[4,7693	16,4048]
8	[5,1828	18,2732]	0,8	[3,4145	11,0441]

A partir da Tabela 1, constata-se que quando α é mantido fixo, o aumento do número de termos da expansão de Laguerre (N) leva $K_{MHVA_LAGUERRE}$ se aproximar à K_{MHVA} . Quando N é mantido fixo, a escolha de α precisa ser adequada para que os ganhos se assemelhem, uma vez que depende da velocidade da resposta do sistema, o que está de acordo com a análise de Wang (2009) aplicada ao contexto de controladores MPC. O efeito dos ganhos obtidos na Tabela 1 sobre o sinal de controle u_1 reparametrizado é apresentado na Figura 4 para uma faixa da simulação em destaque com o sinal não reparametrizado.

Figura 4 – Resposta do sinal de controle Δu_1 para diferentes parâmetros de Laguerre



Verifica-se que quando os parâmetros α e N selecionados geram $K_{MHVA_LAGUERRE}$ suficientemente próximo à K_{MHVA} , o sinal de controle reparametrizado tende a se parecer ao sinal da proposta original. Conforme Wang (2009) descreve e a Figura 4 evidencia, o parâmetro α representa a taxa de decaimento do sinal. Assim, valores de α maiores podem descrever sinais onde o decaimento é lento sem que maiores valores de N sejam requeridos; analogamente, valores menores de α permitem a descrição mais adequada de sinais nos quais o decaimento é rápido sem o aumento de N , auxiliando na escolha do valor de α adequado.



Deste modo, a vantagem das séries de Laguerre é o potencial de se reparametrizar um sinal sem perda significativa de sua performance com menor quantidade de parâmetros desde que feita a escolha adequada de α e N . Os valores como $\alpha = 0,2$ e $N = 3$, forneceram K_{MHVA} LAGUERRE consideravelmente próximo à K_{MHVA} e consequentemente desempenho muito semelhante a abordagem tradicional. Desse modo, o problema de otimização da técnica passa de 11 para 3 variáveis de decisão sem perda significativa de desempenho, permitindo assim, que resultados próximos a abordagem tradicional de MHVA possam ser obtidos com menor número de variáveis de decisão, conduzindo a simplificação do problema de otimização.

4. CONCLUSÃO

Este trabalho consistiu no desenvolvimento da estratégia de atuadores virtuais com horizonte móvel considerando a representação sinal de controle reparametrizado por séries de Laguerre. Buscou-se atingir desempenho semelhante à abordagem tradicional através da seleção adequada do número de termos e polo das séries de Laguerre. A abordagem proposta mostrou-se capaz de atingir tal desempenho, assegurando adequadamente a retomada da performance do sistema com falha em seus atuadores no estudo de caso apresentado, utilizando menor número de variáveis de decisão no seu problema de otimização. Destaca-se que a consideração de restrições e análise de desempenho do ponto de vista computacional serão abordados em estudos futuros.

5. REFERÊNCIAS

- COSTA, T. V; FILETI, A. M. F; OLIVEIRA-LOPES, L. C; SILVA, F. V. Control reconfiguration of chemical processes subjected to actuator faults: A moving horizon approach. *The 14th International Symposium on Intelligent Systems and Control*. Marina del Rey: 2013. P. 377-384.
- DJOUADI, S. M; RAOUFAT, M. E; TOMSOVIC, K. Virtual Actuators for Wide-Area Damping Control of Power Systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2016.
- LUNZE, J; STEFFEN, T. Control Reconfiguration by Means of a Virtual Actuator. *Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes*, Washington, 2003.
- Scilab.** Versão 5.5.2. [S. l.]: Scilab, 2015. Disponível em: <https://www.scilab.org/download/5.5.2>. Acesso em: 6 de maio, 2019.
- ROSSITER, A.; KHAN, B. Triple Mode MPC or Laguerre MPC: a comparison. In: *Proceedings of the American Control Conference*, San Francisco, 2011.
- WANG, L. Model Predictive Control System Design and Implementation Using MATLAB, *Springer*, 2009.
- LIGTHART, J. A. J; POKSAWAT, P; WANG, L; NIJMEIJER, H. Experimentally Validated Model Predictive Controller for a Hexacopter. In: *The International Federation of Automatic Control*, Toulouse, 2017.