

# **SIMULAÇÃO DE RESFRIADORES EM REDES DE ÁGUA DE RESFRIAMENTO ATRAVÉS DE UM MODELO ALGÉBRICO-DIFERENCIAL**

A. R. C. SOUZA, A. C. F. VALENTE e A. L. H. COSTA

Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Departamento de Pós-graduação em Engenharia Química  
E-mail para contato: a.rayboltt@gmail.com, andrehc@uerj.br

**RESUMO** – Na indústria, o acúmulo de depósitos em trocadores de calor causa impactos térmicos e hidráulicos nestes equipamentos. Este fenômeno é especialmente grave em redes de distribuição de água de resfriamento, contendo íons minerais em excesso, que precipitam formando a incrustação na superfície de troca térmica, reduzindo assim sua efetividade. No presente trabalho, foi desenvolvida a simulação de um modelo algébrico-diferencial de um trocador de calor considerando a variação, ao longo do tempo e do espaço, da resistência térmica da incrustação. Esta simulação tem como finalidade prever o comportamento do depósito ao longo do tempo e seus impactos na troca térmica. Os resultados da simulação foram obtidos através da aplicação da rotina desenvolvida em um exemplo típico de uma rede de distribuição de água de resfriamento.

## **1. INTRODUÇÃO**

Geralmente, nas plantas químicas, correntes do processo resfriam ou aquecem outras correntes, reaproveitando energia (integração energética). Porém, devido a limitações termodinâmicas, algumas trocas térmicas não podem ser realizadas sem consumo de utilidades, então é preciso recorrer a outros fluidos de resfriamento/aquecimento. Redes de água de resfriamento são utilizadas como opção para remover calor das correntes do processo, através de um conjunto de resfriadores que trocam calor com estas correntes e uma torre de resfriamento que rejeita o calor para o ambiente.

Um grave problema em redes de água de resfriamento é a incrustação, sendo caracterizada pela deposição de impurezas na superfície de troca térmica. Estes depósitos ocasionam perda na efetividade da troca térmica e redução na área transversal disponível para o fluxo, causando impactos hidráulicos no equipamento. Nas redes, este impacto é agravado, devido a grande quantidade de minerais solubilizados na água, que através do processo de evaporação da torre de resfriamento tem sua concentração aumentada.

Os minerais dissolvidos na água de resfriamento, como o carbonato de cálcio ( $\text{CaCO}_3$ ), tendem a precipitar com o aumento da temperatura, possuindo uma solubilidade inversa. Neste caso, a deposição no trocador é diretamente impactada pela temperatura no interior do equipamento, implicando assim em uma variação da incrustação ao longo da área de troca térmica. Este fenômeno não é usualmente contemplado nos modelos convencionais para previsão do comportamento de

trocadores de calor, onde o impacto térmico da deposição é representado por um termo único, válido para todo o trocador (resistência de depósito,  $R_f$ ).

Neste contexto, buscando contribuir para o desenvolvimento de ferramentas de simulação mais precisas, o presente trabalho propõe desenvolver uma rotina computacional que represente o comportamento do depósito ao longo do trocador durante o tempo de operação do equipamento. Isto é possível através do desenvolvimento de um modelo algébrico-diferencial para o trocador de calor, adotando uma abordagem pseudo-estacionária. Associado a este modelo, emprega-se o modelo da taxa de resistência térmica do depósito para água de resfriamento apresentado por Wu e Cremaschi (2013).

## 2. MODELO MATEMÁTICO

### 2.1. Modelo dos Trocadores

Os modelos propostos neste trabalho serão direcionados para resfriadores das redes de água de resfriamento. Desta forma será considerado, por hipótese, que a corrente de água escoar no interior dos tubos, tal como recomendado nos procedimentos usuais de projeto.

Devido a seu grande emprego nas indústrias químicas, a modelagem enfoca trocadores de calor do tipo casco-e-tubo em várias configurações. No presente trabalho serão discutidos trocadores de calor com um passe no casco e um passe nos tubos, com orientação cocorrente e contracorrente; e trocadores de calor com um passe no casco e um número par de passes nos tubos.

Na modelagem foram consideradas as seguintes hipóteses: regime permanente; fluxo unidimensional; vazão mássica constante; termo difusivo desprezível e propriedades físicas constantes.

O balanço de energia para as correntes quente e fria é representado por:

$$m_h C_{p_h} dT_h = U (T_h - T_c) N t t d_{t,e} \pi dz \quad (1)$$

$$m_c C_{p_c} dT_c = - U (T_h - T_c) N t t d_{t,e} \pi dz \quad (2)$$

onde  $m$  é a vazão mássica (kg/s),  $C_p$  é a capacidade calorífica (J/(kg K)),  $T$  é temperatura (°C),  $U$  é o coeficiente global de transferência térmica (W/(m<sup>2</sup> K)),  $N t t$  é o número total de tubos,  $d$  é o diâmetro do tubo (m),  $z$  é a coordenada espacial ao longo do comprimento do tubo (m), os subscritos  $h$  e  $c$  representam as correntes quente e fria, respectivamente e o subscrito  $e$  representa o lado externo do tubo.

O coeficiente global de transferência de calor é calculado por (Incropera *et al.*, 2008):

$$\frac{1}{U} = \frac{d_{t,e}}{d_{t,i}} \frac{1}{h_i} + R_{f,i} \frac{d_{t,e}}{d_{t,i}} + \frac{d_{t,e} \log \left( \frac{d_{t,e}}{d_{t,i}} \right)}{2k} + R_{f,e} + \frac{1}{h_e} \quad (3)$$

onde  $h$  é o coeficiente de transferência convectiva de calor ( $\text{W}/(\text{m}^2 \text{ K})$ ),  $R_f$  é a resistência de depósito ( $\text{m}^2\text{K}/\text{W}$ ),  $k$  é a condutividade térmica da parede do tubo ( $\text{W}/(\text{mK})$ ) e o subscrito  $i$  representa o lado interno do tubo.

Considerando-se escoamento turbulento nas duas correntes, para a determinação do coeficiente de convecção no interior dos tubos utilizou-se a correlação de Gnielinski (Incropera *et al.*, 2008) e na determinação do coeficiente do lado do casco foi utilizado a expressão proposta por Kern (1980).

Reorganizando as Equações 1 e 2, obtêm-se o sistema de equações diferenciais ordinárias para cada tipo de configuração de trocador de calor investigada.

Cocorrente e contracorrente: Nesta configuração, o sistema de equações é apresentado por:

$$\frac{dT_h}{dz} = \pm \frac{N t t d_{t,e} \pi}{m_h C p_h} U (T_h - T_c) \quad (4)$$

$$\frac{dT_c}{dz} = \frac{N t t d_{t,e} \pi}{m_c C p_c} U (T_h - T_c) \quad (5)$$

Para a configuração cocorrente, o primeiro termo da Equação 4 tem sinal negativo e as condições de contorno são:

$$T_h|_{z=0} = T_{h,i}, \quad \text{em } t > 0 \quad (6)$$

$$T_c|_{z=0} = T_{c,i}, \quad \text{em } t > 0 \quad (7)$$

Para a configuração contracorrente, o primeiro termo da Equação 4 tem sinal positivo e as condições de contorno são:

$$T_h|_{z=0} = T_{h,i}, \quad \text{em } t > 0 \quad (8)$$

$$T_c|_{z=L} = T_{c,i}, \quad \text{em } t > 0 \quad (9)$$

onde  $L$  é o comprimento total do trocador (m).

Múltiplos passes: Nesta configuração, o número de equações do sistema é igual ao número de passes nos tubos ( $Npt$ ) mais um, onde a área de troca térmica passa a ser dividida pelo número de passes.

$$\frac{dT_h}{dz} = - \frac{Ntt d_{t,e} \pi}{m_h C p_h Npt} \left[ T_h \left( \sum_{n=1}^{Npt} U_n \right) - \sum_{n=1}^{Npt} (U_n T_{c_n}) \right] \quad (10)$$

$$\frac{dT_{c_n}}{dz} = -(-1)^n \frac{Ntt d_{t,e} \pi}{m_h C p_h Npt} U_n (T_h - T_{c_n}), \quad n = \{1, \dots, Npt\} \quad (11)$$

As condições de contorno para esta configuração são:

$$T_h|_{z=0} = T_{h,i}, \quad em \ t > 0 \quad (12)$$

$$T_{c_1}|_{z=0} = T_{c,i}, \quad em \ t > 0 \ e \ n = 1 \quad (13)$$

$$T_{c_n}|_{z=L} = T_{c_{n-1}}|_{z=L}, \quad em \ t > 0 \ e \ n \ par \quad (14)$$

$$T_{c_n}|_{z=0} = T_{c_{n-1}}|_{z=0}, \quad em \ t > 0 \ e \ n \ impar \quad (15)$$

Deve-se observar que quando  $n$  for par há uma restrição de igualdade em  $z = L$ , ou seja, a temperatura nesta posição é igual a temperatura do passe anterior na mesma posição. Já quando  $n$  for ímpar há uma restrição de igualdade em  $z = 0$ .

## 2.2. Modelo da Taxa de Deposição de Água de Resfriamento

A modelagem de deposição em redes de água de resfriamento utilizada neste trabalho é o modelo de Hasson-Quan adaptado, sendo apresentado na sua versão revisada em Wu e Cremaschi (2013). Neste caso, a taxa de deposição é dada por um balanço entre formação e remoção:

$$\frac{dR_f}{dt} = \frac{md - mr}{\rho_f k_f} \quad (16)$$

onde  $t$  é o tempo (s),  $md$  e  $mr$  são a taxa de incrustação depositada e removida ( $g/(m^2s)$ ) e  $\rho_f$  é a massa específica do depósito ( $g/m^3$ ).

No presente trabalho, o carbonato de cálcio é considerado como a única espécie química presente no depósito, sendo  $md$  calculado por:

$$md = kd[CO_3^{2-}] \frac{1 - \frac{ksp}{[Ca^{2+}][CO_3^{2-}]}}{1 + \frac{kd}{kr[CO_3^{2-}]} + \frac{[CO_3^{2-}]}{[Ca^{2+}]}} \quad (17)$$

onde  $ksp$  é o produto de solubilidade do  $CaCO_3$  ( $mol^2/L^2$ ),  $[Ca^{2+}]$  e  $[CO_3^{2-}]$  são as concentrações iônicas ( $mol/L$ ),  $kr$  é o coeficiente da taxa de precipitação e  $kd$  é um coeficiente de transporte.

Os coeficientes  $kr$  e  $kd$  podem ser calculados por:

$$\ln kr = 38,74 - \frac{20700}{Rg T_w} \quad (18)$$

$$kd = 0,023 \, v \, Re^{-0,17} \, Sc^{-0,67} \quad (19)$$

onde  $Rg$  é a constante universal dos gases (cal/(K mol)),  $T_w$  é a temperatura da água (K),  $v$  é a velocidade do fluido (m/s),  $Re$  é número de Reynold e  $Sc$  é o número de Schmidt.

A massa de incrustação removida ( $mr$ ) pode ser determinada por:

$$mr = \left( \frac{0,00212 \, v^2}{k_f^{0,5} \, \psi} \right) md \quad (20)$$

onde  $\psi$  é um parâmetro relacionado à resistência mecânica do depósito.

### 3. SIMULAÇÃO

Devido ao tempo de resposta da deposição ser muito mais lento que a dinâmica operacional do trocador, uma abordagem pseudo-estacionária pôde ser aplicada. Desta forma, o sistema de equações diferenciais ordinárias proposto foi discretizado na coordenada espacial, utilizando o método de diferenças finitas centrais. O sistema de equações algébricas resultante foi então interligado à equação diferencial da taxa de deposição em cada ponto no interior do trocador. Assim, após a discretização, o modelo proposto passou a ser algébrico-diferencial, composto por um sistema linear de equações algébricas na forma matricial e um sistema não-linear de equações diferenciais ordinárias, relativas à taxa de deposição em cada ponto ao longo do trocador. Para resolver este modelo, utilizou-se a rotina computacional DASSL, disponível no software Scilab.

### 4. RESULTADOS

Para a aplicação das rotinas computacionais desenvolvidas, utilizou-se um exemplo de um trocador casco-e-tubo típico do ponto de vista industrial. Os dados das correntes e do trocador encontram-se nas Tabelas 1 e 2.

Tabela 1 – Dados das correntes

| Dados          | Corrente fria        | Corrente quente      |
|----------------|----------------------|----------------------|
| $m$ (kg/s)     | 142,5                | 21,36                |
| $T_i$ (°C)     | 30                   | 130                  |
| $\rho$ (kg/m³) | 1000                 | 750                  |
| $C_p$ (J/kg.K) | 4200                 | 2800                 |
| $\mu$ (Pa.s)   | $1,00 \cdot 10^{-3}$ | $0,70 \cdot 10^{-3}$ |
| $k$ (W/m.K)    | 0,6                  | 0,1                  |

Tabela 2 – Parâmetros do trocador

| Parâmetros                                           | Valor      |
|------------------------------------------------------|------------|
| Comprimento dos tubos - $L$ (m)                      | 3,65       |
| Diâmetro interno dos tubos - $d_{t,i}$ (m)           | 0,01575    |
| Diâmetro externo dos tubos - $d_{t,e}$ (m)           | 0,01905    |
| Número totais de tubos - $N_{tt}$                    | 1255       |
| Número de passes nos tubos - $N_{pt}$                | 4          |
| Condutividade térmica dos tubos - $k_t$ (W/mK)       | 50         |
| Diâmetro do casco - $D_s$ (m)                        | 0,93       |
| Passo do feixo - $L_{tp}$ (m)                        | 0,0238     |
| Espaçamento central entre as chicanas - $L_{bc}$ (m) | 0,5        |
| Arranjo da matriz                                    | Triangular |

Os parâmetros adotados para o modelo de deposição são mostrados na Tabela 3. As propriedades do depósito relacionadas ao  $\text{CaCO}_3$ , como massa específica, produto de solubilidade e condutividade térmica, foram retiradas de Lide (2005), Skoog *et al.* (2006) e Kakaç e Liu (2002), respectivamente. Os outros parâmetros do modelo foram retirados de Wu e Cremaschi (2013).

Tabela 3 – Parâmetros do modelo de depósito

| Parâmetros                                   | Valor               |
|----------------------------------------------|---------------------|
| $\rho_f$ (kg/m <sup>3</sup> )                | 2710                |
| $k_{sp}$ (mol <sup>2</sup> /L <sup>2</sup> ) | $4,9 \cdot 10^{-9}$ |
| $k_f$ (W/m K)                                | 2,9416              |
| $[\text{Ca}^{2+}]$ (mol/L)                   | 0,001               |
| $[\text{CO}_3^{2-}]$ (mol/L)                 | 0,001               |
| $R_g$ (cal/K mol)                            | 1,986               |
| $\psi$                                       | 1                   |

A simulação do exemplo foi feita para um período de 2 anos, considerando-se o trocador inicialmente livre de depósitos.

As Figuras 1 e 2 apresentam os perfis de temperatura das duas correntes ao longo do comprimento do trocador no início e no fim do tempo de simulação. Nas Figuras 1 e 2, é possível observar que os perfis de temperatura se alteram ao longo do tempo devido ao acúmulo dos depósitos, que diminui a taxa de transferência de calor ao longo do tempo.

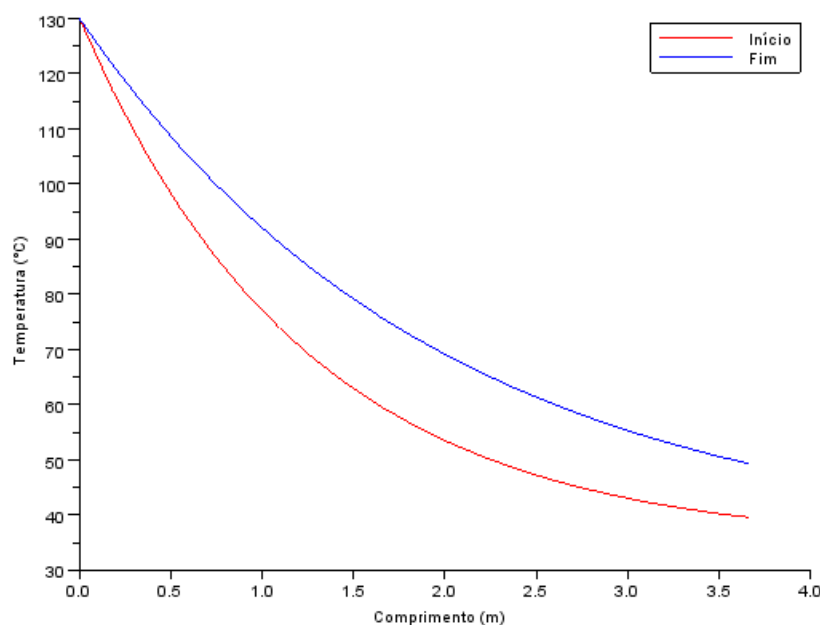


Figura 1 – Perfil de temperatura da corrente quente ao longo do comprimento do trocador.

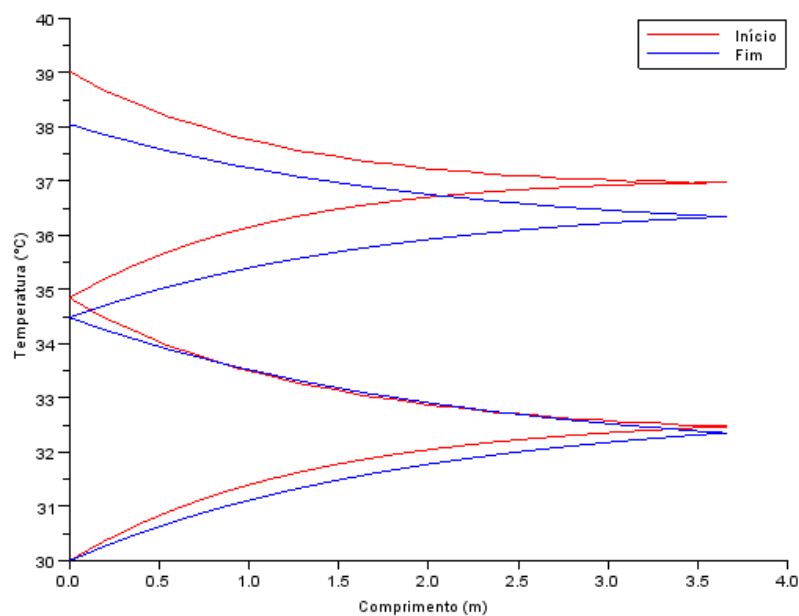


Figura 2 – Perfil de temperatura da corrente fria ao longo do comprimento do trocador.

O perfil de resistência de depósito ao longo do comprimento do trocador para todos os passes no tempo final é mostrado na Figura 3. Neste perfil observa-se um aumento da resistência do depósito ao longo dos passes, isto se deve ao aumento da temperatura que favorece a deposição.

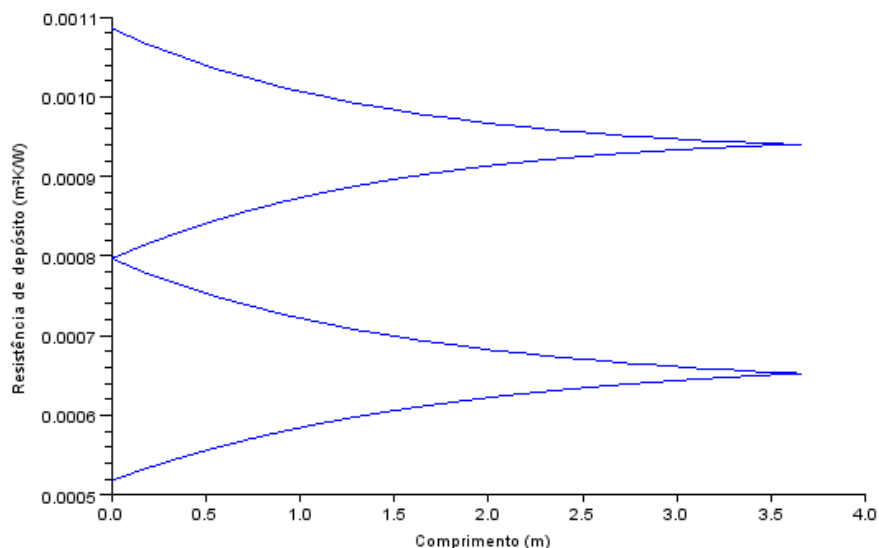


Figura 3 – Perfil de resistência de depósito ao longo do comprimento do trocador.

## 5. CONCLUSÃO

O presente trabalho apresentou a simulação de trocadores de calor do tipo casco-e-tubo para três configurações diferentes: cocorrente, contracorrente e múltiplos passes nos tubos. Acoplado a estes modelos foi inserido o modelo da taxa de resistência do depósito para água de resfriamento. Buscando ilustrar a simulação, esta foi aplicada em um exemplo típico de rede de distribuição de água de resfriamento, onde foi possível analisar os impactos causados pela deposição ao longo da área de troca térmica e no decorrer do tempo de operação. Neste contexto, torna-se nítido que há uma não uniformidade na distribuição dos depósitos ao longo da área de troca térmica do trocador.

## 6. REFERÊNCIAS

- INCROPERA, F. P., DEWITT, D. P., BERGMAN, T. L., LAVINE, A. S. *Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa*. Rio de Janeiro: LTC, 2008.
- KAKAÇ, S., LIU, H. *Heat Exchangers: Selection, Rating and Thermal Design*. Boca Raton: CRC Press, 2002.
- KERN, D. Q. *Processos de Transmissão de Calor*. Rio de Janeiro: Editora Guanabara Koogan S.A., 1980.
- LIDE, D. R. *CRC Handbook of Chemistry and Physics*. Boca Raton: CRC Press, 2005.
- QUAN, Z. H.; CHEN, Y. C.; MA, C. F. Heat mass transfer model of fouling process of calcium carbonate on heat transfer surface. *Sci. China Ser. E: Tech. Sci.*, v. 51, n. 7, p. 882-889, 2008.
- SKOOG, D. A., WEST, D. M., HOLLER, F. J., CROUCH, S. R. *Fundamentos de Química Analítica*. São Paulo: Editora Thomson, 2006.
- WU, X.; CREMASCHI, L. Effect of Fouling on the Thermal Performance of Condensers and on the Water Consumption in Cooling Tower Systems. *Proc. of Intern. Conference on Heat Exchanger Fouling and Cleaning*, p. 134-141, 2013.