

PREVISÃO DA CAPACIDADE DE UM SISTEMA HIDRÁULICO FRENTE A DIVERSAS LINHAS DE RECALQUE

R. R. ROCHA, DAMASCENO, J. J. R. e VIEIRA, L. G. M.

Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Química
E-mail para contato: rosi.rocha28@gmail.com

RESUMO – À medida que linhas de recalque são acopladas, a previsão da vazão de sucção de um sistema hidráulico passa a não ser tão trivial, pois a complexidade físico-matemática e a demanda computacional aumentam consideravelmente. Assim, o presente trabalho teve como objetivo desenvolver uma metodologia computacional capaz de prever a capacidade volumétrica de sucção de um sistema hidráulico composto por mais de uma linha de recalque. Para tanto, vazões volumétricas de captação foram previstas frente à quantidade de linhas de recalque acopladas e os respectivos fatores relevantes (comprimento, diâmetro, rugosidade, quota e potência da bomba), relacionados entre si segundo as diretrizes de um Planejamento Composto Central (PCC). Foi possível observar que a vazão de sucção de um sistema hidráulico elevou-se à medida que se aumentou a quantidade das linhas de recalque, mas até a pressão no distribuidor tender às pressões de descarga (interrupção do escoamento).

1. INTRODUÇÃO

A Equação de Bernoulli é de grande aplicabilidade na Mecânica dos Fluidos, pois permite a previsão da capacidade volumétrica de um sistema hidráulico ou a potência necessária para prover o bombeamento de determinado fluido (Sisson e Pitts, 1979). Na sua concepção original, a Equação de Bernoulli é uma equação algébrica (Equação 1) e consiste numa simplificação da Equação do Movimento para condições físicas especiais, tais como estado estacionário, fluido ideal (efeitos viscosos desprezíveis) e incompressível, ausência de troca de calor e trabalho de eixo com as vizinhanças e escoamento macroscópico em uma direção preferencial (Bird *et al.* 2004).

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 \quad (1)$$

Nas condições ideais da Equação 1, bastaria que o usuário conhecesse apenas as condições operacionais (P , v , z) no início (1) e término (2) do escoamento para se ter uma descrição física generalizada do sistema. Todavia, nos casos reais, a Equação 1 deve ser reescrita contabilizando as perdas de carga (h_C), por causa das dissipações viscosas em tubulações e acessórios, e também pela ação de bombas (h_B) e turbinas (h_T) eventualmente inseridas no sistema hidráulico (Bennet e Myers, 1978). Nestas hipóteses, a Equação de Bernoulli deve ser reescrita nos termos da Equação (2).

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 + h_B = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 + h_C + h_T \quad (2)$$

Na prática, as cargas de bombas ou turbinas são informações bem-conhecidas e advindas dos respectivos fabricantes, sem maiores dificuldades para seu levantamento. Por sua vez, a avaliação da perda de carga - distribuída ou localizada - depende de equações ou coeficientes empíricos apropriados que são geralmente disponibilizados pela literatura. Quase sempre, a Equação de Bernoulli (Equação 2) é aplicada em situações nas quais a massa de fluido se conserva ao longo do escoamento, haja vista haver apenas uma entrada e uma única saída no sistema analisado. Evidentemente que, nestas condições, a manipulação algébrica da Equação de Bernoulli torna-se perfeitamente factível, sem maiores problemas nas previsões de qualquer um dos seus termos.

Diferentemente dos casos em que há apenas uma entrada e uma única saída de fluido no sistema, a multiplicidade de sucções ou de recalques podem complicar a descrição do fenômeno sob a óptica da Equação de Bernoulli. Apesar de globalmente a massa de fluido se conservar, a multiplicidade de sucções ou recalques promovem a adição ou divisão das vazões mássicas em pontos específicos do sistema. Logo, em função destas adições ou divisões da vazão, certamente haverá também um aumento considerável no número de Equações a ser resolvido.

Isto posto, este trabalho teve como objetivo principal verificar a influência do efeito da multiplicidade de linhas de recalque sob a capacidade de sucção de um determinado sistema hidráulico. Para tanto, o número de linhas de recalque foi combinado com outros fatores considerados relevantes (comprimento, diâmetro, quota, rugosidade, potência de bombeamento) sob a forma de um Planejamento Composto Central (PCC), a fim de que fosse possível a proposição, inclusive, de uma equação de projeto para prever a capacidade volumétrica sob determinadas condições operacionais.

2. METODOLOGIA

Na Figura 1 está disposta uma representação esquemática e genérica de um sistema hidráulico em que há uma sucção, uma bomba, um distribuidor e N linhas de recalque.

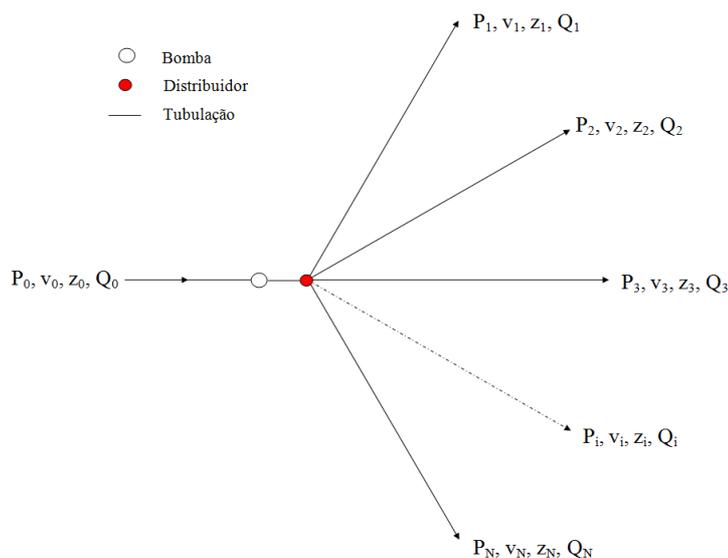


Figura 1 - Representação esquemática de um sistema hidráulico com múltiplas linhas de recalque.

Nos cálculos efetuados neste trabalho, uma hipótese adotada foi considerar que a pressão do fluido no interior do distribuidor era uniformemente distribuída (P_D). Assim, uma equação de Bernoulli foi gerada da sucção até a entrada do distribuidor (primeira linha da matriz da Equação 4) e mais N equações de Bernoulli foram geradas de cada uma das saídas do distribuidor até as descargas dos respectivos recalques, totalizando, assim, $(N+1)$ equações. Então, para cada uma das $(N+1)$ equações de Bernoulli (Equação 4), outras $(N+1)$ equações também foram geradas para previsão dos respectivos coeficientes de atrito de acordo com a Equação de Colebrook-White (CW) - Equação 5, totalizando, portanto, $2(N+1)$ equações matemáticas.

$$\text{Bernoulli} = \begin{pmatrix} \frac{P_0}{\rho g} + z_0 + h_B - \frac{P_D}{\rho g} - z_D - \left(f_0 \frac{L_0}{D_0} + K_{S-0} \right) \frac{v_0^2}{2g} = 0 \\ \frac{P_D}{\rho g} + z_D - \frac{P_1}{\rho g} - z_1 - \left(f_1 \frac{L_1}{D_1} + K_{S-1} \right) \frac{v_1^2}{2g} = 0 \\ \frac{P_D}{\rho g} + z_D - \frac{P_2}{\rho g} - z_2 - \left(f_2 \frac{L_2}{D_2} + K_{S-2} \right) \frac{v_2^2}{2g} = 0 \\ \vdots \\ \frac{P_D}{\rho g} + z_D - \frac{P_i}{\rho g} - z_i - \left(f_i \frac{L_i}{D_i} + K_{S-i} \right) \frac{v_i^2}{2g} = 0 \\ \vdots \\ \frac{P_D}{\rho g} + z_D - \frac{P_N}{\rho g} - z_N - \left(f_N \frac{L_N}{D_N} + K_{S-N} \right) \frac{v_N^2}{2g} = 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$\text{CW} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{f_0}} + 2 \log \left(\frac{\epsilon_0/D_0}{3,7} + \frac{2,5}{\text{Re}_0 \sqrt{f_0}} \right) = 0 \\ \frac{1}{\sqrt{f_1}} + 2 \log \left(\frac{\epsilon_1/D_1}{3,7} + \frac{2,5}{\text{Re}_1 \sqrt{f_1}} \right) = 0 \\ \frac{1}{\sqrt{f_2}} + 2 \log \left(\frac{\epsilon_2/D_2}{3,7} + \frac{2,5}{\text{Re}_2 \sqrt{f_2}} \right) = 0 \\ \vdots \\ \frac{1}{\sqrt{f_i}} + 2 \log \left(\frac{\epsilon_i/D_i}{3,7} + \frac{2,5}{\text{Re}_i \sqrt{f_i}} \right) = 0 \\ \vdots \\ \frac{1}{\sqrt{f_N}} + 2 \log \left(\frac{\epsilon_N/D_N}{3,7} + \frac{2,5}{\text{Re}_N \sqrt{f_N}} \right) = 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

No rol de equações anteriores (Equações 4 e 5), considerando que todas as condições operacionais sejam bem-conhecidas (fluido, diâmetros, comprimentos, rugosidades, quotas,

potência de bombeamento, pressão de sucção e pressões de descargas, coeficientes de perda), pôde-se afirmar que restaram (N+1) velocidades médias desconhecidas, (N+1) fatores de atrito desconhecidos e (1) pressão no distribuidor desconhecida, totalizando, assim, [2(N+1)+1] incógnitas. Cabe ressaltar que na hipótese anterior, o número de incógnitas foi maior que o de equações disponíveis, o que inviabilizaria a obtenção de uma solução única para o problema. Desta forma, neste tipo de problema, a equação que possibilitou a igualdade entre a quantidade de equações e de incógnitas foi dada por uma restrição de natureza física, oriunda do balanço global de material para um fluido incompressível.

$$Q_0 = \sum_{i=1}^N Q_i \quad (6)$$

Para tanto, o conjunto de equações não-lineares apresentado anteriormente foi resolvido no *software* Maple® mediante a aplicação do Método *Floating-Point Arithmetic*. A fim de evitar que o rol de equações anteriormente mencionado fosse aleatoriamente resolvido, este trabalho optou por organizar os fatores operacionais relevantes sobre a forma de um Planejamento Composto Central (PCC), nos termos da Matriz de Planejamento (Box *et al.*, 1978) apresentada na Tabela 1 (fatores codificados). Os fatores operacionais relevantes foram a quantidade de linhas de recalque ($2 \leq N (-) \leq 10$), o comprimento das linhas de recalque ($100 \leq L (m) \leq 1000$), o diâmetro da tubulação das linhas de recalque ($1 \leq D (in) \leq 5$), as quotas das descargas das linhas dos recalques ($-200 \leq z (m) \leq 200$), a potência de bombeamento ($5 \leq P_B (hp) \leq 15$) e a rugosidade relativa das linhas de recalque ($0,0000 \leq \varepsilon/D (-) \leq 0,0500$), as quais receberam a denominação de X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 e X_6 , respectivamente.

Tabela 1 - Matriz de Planejamento (ortogonalidade (α) igual a 2)

n	Fatores						n	Fatores					
	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆		X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆
01	-1	-1	-1	-1	-1	-1	24	+1	-1	+1	+1	+1	-1
02	-1	-1	-1	-1	+1	+1	25	+1	+1	-1	-1	-1	-1
03	-1	-1	-1	+1	-1	+1	26	+1	+1	-1	-1	+1	+1
04	-1	-1	-1	+1	+1	-1	27	+1	+1	-1	+1	-1	+1
05	-1	-1	+1	-1	-1	+1	28	+1	+1	-1	+1	+1	-1
06	-1	-1	+1	-1	+1	-1	29	+1	+1	+1	-1	-1	+1
07	-1	-1	+1	+1	-1	-1	30	+1	+1	+1	-1	+1	-1
08	-1	-1	+1	+1	+1	+1	31	+1	+1	+1	+1	-1	-1
09	-1	+1	-1	-1	-1	+1	32	+1	+1	+1	+1	+1	+1
10	-1	+1	-1	-1	+1	-1	33	-α	0	0	0	0	0
11	-1	+1	-1	+1	-1	-1	34	+α	0	0	0	0	0
12	-1	+1	-1	+1	+1	+1	35	0	-α	0	0	0	0
13	-1	+1	+1	-1	-1	-1	36	0	+α	0	0	0	0
14	-1	+1	+1	-1	+1	+1	37	0	0	-α	0	0	0
15	-1	+1	+1	+1	-1	+1	38	0	0	+α	0	0	0
16	-1	+1	+1	+1	+1	-1	39	0	0	0	-α	0	0
17	+1	-1	-1	-1	-1	+1	40	0	0	0	+α	0	0
18	+1	-1	-1	-1	+1	-1	41	0	0	0	0	-α	0
19	+1	-1	-1	+1	-1	-1	42	0	0	0	0	+α	0
20	+1	-1	-1	+1	+1	+1	43	0	0	0	0	0	-α
21	+1	-1	+1	-1	-1	-1	44	0	0	0	0	0	+α
22	+1	-1	+1	-1	+1	+1	45	0	0	0	0	0	0
23	+1	-1	+1	+1	-1	+1	46 ⁽⁵⁾	0	0	0	0	0	0

As respectivas equações de codificação dos fatores mencionados na Tabela 2 encontram-se representadas pela Equação 7.

$$(X_1 \ X_2 \ X_3 \ X_4 \ X_5 \ X_6) = \left(\frac{N-6}{2} \ \frac{L-550}{225} \ \frac{D-3}{1} \ \frac{z-0}{100} \ \frac{P_B-10}{2,5} \ \frac{\varepsilon/D-0,0250}{0,0125} \right) \quad (7)$$

De acordo com as condições operacionais contidas em cada uma das linhas da Matriz de Planejamento (Tabela 1), as Equações 4 a 6 foram resolvidas de modo a fornecer a velocidade média do fluido em cada trecho de tubulação, os fatores de atritos e a pressão no distribuidor. Então, para cada linha da matriz, a partir das velocidades médias do fluido, foi possível estimar as respectivas vazões volumétricas em cada uma das tubulações de recalque (resposta calculada) que somadas resultaram a resposta almejada (vazão volumétrica de sucção). Após esta etapa da estimativa das vazões volumétricas de sucção (Q_0), Técnicas de Regressão Múltipla foram aplicadas para se obter a Superfície de Resposta (Myers, 1976), genericamente representada pela Equação 8, na qual contempla o valor médio, os efeitos lineares (vetor b), os efeitos quadráticos (diagonal principal da matriz B) e os efeitos de interação (elementos fora da diagonal principal da matriz B).

$$Q_0 = \beta + bX + X^T B X \quad (8)$$

Por fim, no presente trabalho, água à temperatura de 20°C foi utilizada como fluido. Tanto a pressão de sucção (P_0) quanto as pressões de descargas foram consideradas como se estivessem à pressão atmosférica. Todas as descargas receberam a mesma quota conforme os valores de cada linha (n) da Matriz de Planejamento. Nos demais cálculos, o comprimento da tubulação à montante do distribuidor foi considerada bem menor (desprezível) do que as dimensões lineares das linhas de recalque (à jusante do distribuidor).

3. RESULTADOS

Na Figura 2, são apresentadas as vazões volumétricas de sucção (Q_0) obtidas nas condições operacionais contidas em cada uma das linhas (n) da Matriz de Experimento (Tabela 1).

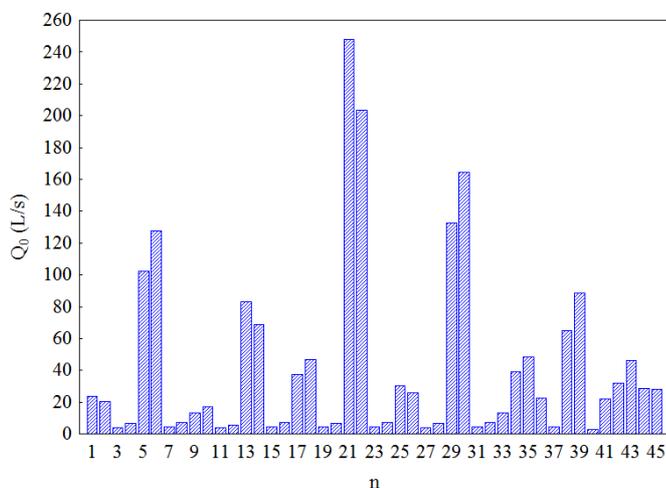


Figura 2 – Vazões volumétricas de sucção para cada uma das n linhas da Matriz de Planejamento.

De acordo com a Figura 2, pôde-se observar que, a depender das condições operacionais utilizadas, o sistema hidráulico proposto para este trabalho reagiu de maneira distinta e captou diferentes capacidades volumétricas que estiverem entre 2 e 250 L/s. Em face da quantidade significativa de fatores utilizados (seis), a fim de analisar os efeitos que cada um exerceu sobre este tipo de problema, Técnicas de Regressão Múltipla foram aplicadas sobre tais dados e uma Superfície de Resposta foi obtida para a descrição do fenômeno, conforme mostram as Equações 9, 10 e 11. Vale ressaltar que foram considerados apenas os efeitos que tiveram nível de significância menor ou igual a 5%.

$$Q_0 = 35,88 + b \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{pmatrix} + (X_1 \ X_2 \ X_3 \ X_4 \ X_5 \ X_6) B \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$b = (+12,15 \quad -8,19 \quad +25,95 \quad -35,72 \quad 0 \quad 0) \quad (10)$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & +4,67 & -6,74 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2,96 & +4,29 & 0 & 0 \\ +4,67 & -2,96 & 0 & -14,2 & 0 & 0 \\ -6,74 & +4,29 & -14,2 & +5,66 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (11)$$

De acordo com a Superfície de Resposta, a primeira constatação foi observar que dois fatores tiveram todos seus efeitos (lineares, quadráticos e de interação) irrelevantes (nulos) no que se refere à capacidade de sucção do sistema hidráulico estudado. Tais fatores foram a potência de bombeamento (X_5) e a rugosidade relativa (X_6). Dentre os fatores relevantes, constatou-se que o mais importante foi a quota da descarga (X_4), seguido, em ordem decrescente, pelo diâmetro da tubulação de recalque (X_3), pelo número de linhas de recalque (X_1) e pelo comprimento da tubulação de recalque (X_2). O número de linhas de recalque (X_1) e o diâmetro da tubulação de recalque (X_3) desempenharam um efeito direito sobre a vazão volumétrica de sucção, ao passo que os outros dois restantes (X_2 e X_4) contribuíram inversamente sobre tal resposta. Em se tratando dos efeitos quadráticos (diagonal principal da matriz B), apenas as quotas (X_4) o apresentaram significativo (+5,66). Foi possível observar ainda que houve alguns efeitos importantes de interação, tais como os efeitos interativos da quota e do diâmetro com o número de linhas e comprimento de tubulação (B_{41} , B_{42} , B_{31} e B_{32}). Vale mencionar que tais efeitos de interação são representados simetricamente fora da diagonal principal da matriz B, cujos valores são divididos pela metade.

Combinando as informações mencionadas anteriormente, fica evidente o motivo pelos quais as condições operacionais das linhas 21, 20 e 30 da Matriz de Planejamento levaram, nesta ordem, às maiores vazões volumétricas de sucção. Em sentido oposto, justificam-se os mesmos motivos pelos quais as condições operacionais das linhas 3, 7, 11, 14, 15, 19, 23, 27, 31, 37 e 40 tiveram as menores capacidades de sucção.

A fim de analisar o efeito apenas do número de linhas de recalque, a linha 45 da Tabela 1 foi escolhida para tal finalidade, mantendo-se o comprimento, diâmetro e quotas das linhas de recalque constantes e adicionando-se linhas de recalque após o distribuidor ($1 \leq N \leq 100$). Desta forma, as vazões de sucção (Q_0) e as vazões individuais de cada uma das linhas de recalque (Q_i) são apresentadas na Figura 3. Do mesmo modo, a pressão no distribuidor (P_D) também foi acompanhada ao longo da multiplicidade das linhas de recalque (N).

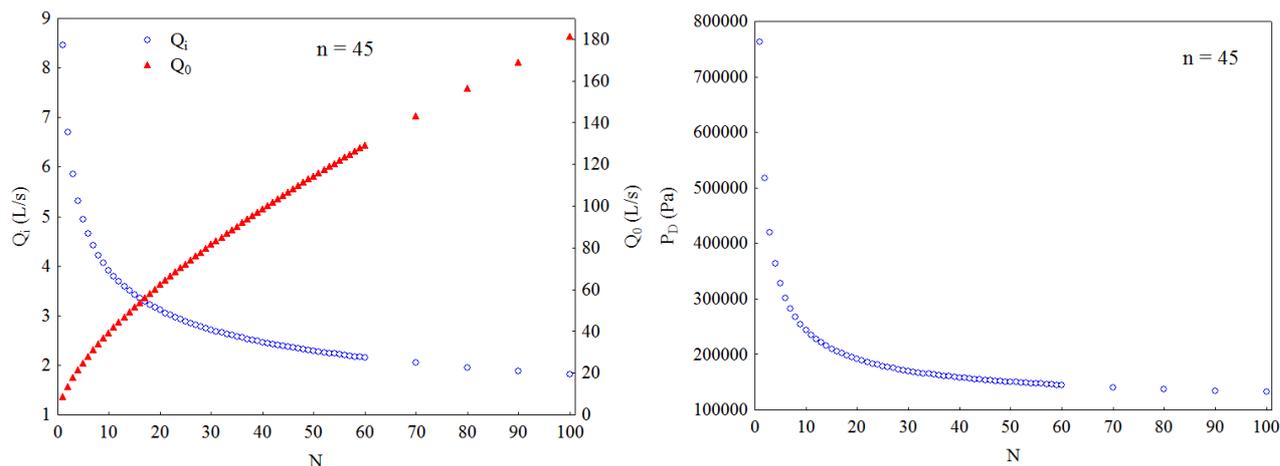


Figura 3 – Efeito da multiplicidade das linhas de recalque (N) sobre a vazão de sucção (Q_0), as vazões individuais (Q_i) e a pressão no distribuidor (P_D) para as condições operacionais $n = 45$.

De acordo com a primeira parte da Figura 3, foi possível constatar que a vazão total de sucção foi favorecida à medida em que foram adicionadas linhas de recalque após o distribuidor. Significou dizer que, salvo os custos com a aquisição e instalação de tubulações adicionais, seria possível, com a mesma potência de bombeamento, prover a captação de uma maior vazão de fluido. Por outro lado, apesar do benefício de uma maior captação de fluido, a vazão individual de cada uma das linhas decresceu com a multiplicidade de recalques. Outro aspecto interessante referiu-se à pressão do fluido no distribuidor que decresceu com a multiplicidade de linhas, tendendo a se igualar às pressões de descarga (segunda parte da Figura 3).

Logo, a adição de novas linhas de recalque sofreu basicamente duas limitações: uma de natureza física e duas de natureza operacional. A limitação de natureza física consiste nas dimensões do distribuidor que, por ser finito, impossibilitaria, na prática, a instalação de muitas linhas de recalque. A primeira limitação de natureza operacional consiste no patamar de pressão dentro do distribuidor que, ao tender às pressões de descarga, interromperia o escoamento. A segunda limitação de natureza operacional consiste na demanda requerida em cada uma das linhas de recalque, pois à medida que a multiplicidade ocorre, haveria diminuição da vazão individual que poderia não mais atender às expectativas do usuário. Por fim, a metodologia aqui apresentada foi muito bem-posta, cabendo ao usuário ponderá-la para aproveitar seus benefícios, a fim de que as vantagens trazidas pela multiplicidade de linhas de recalque sobressaiam sobre as desvantagens eventualmente existentes.

4. CONCLUSÕES

De acordo com os principais resultados obtidos neste trabalho, foi possível constatar que a vazão volumétrica de sucção dependeu diretamente do número de linhas de recalque e do diâmetro da tubulação empregado e inversamente do comprimento e quotas das tubulações de recalque. Pôde concluir também que a adição de linhas de recalque acarretou um aumento na vazão volumétrica de sucção do sistema. Todavia, tal benefício deve ser ponderado, pois simultaneamente ocorreu a diminuição da vazão volumétrica de fluido individual para cada uma das linhas de recalque. Por fim, pôde-se obter uma equação de projeto (superfície de resposta) que foi capaz de prever com uma confiabilidade de 93% a vazão volumétrica de sucção que um sistema hidráulico com múltiplos recalques pode fornecer aos usuários nas condições operacionais empregadas.

5. NOMENCLATURA

D – diâmetro da tubulação das linhas de recalque (in)
f – fator de atrito (-)
g – aceleração gravitacional (m/s^2)
 K_S – coeficiente de perda para cargas localizadas (-)
L – comprimento da tubulação das linhas de recalque (m)
n – numeração das linhas da matriz de planejamento (-)
N – número de linhas de recalque (-)
P – pressão total do fluido (Pa)
 P_D – pressão total do fluido no distribuidor (Pa)
 Q_i – vazão volumétrica de fluido em cada uma das linhas de recalque (L/s)
 Q_0 – vazão volumétrica de fluido na sucção (L/s)
Re – número de Reynolds
v – velocidade média de escoamento do fluido (m/s)
X – codificação de determinado fator
z – quota das descargas das linhas de recalque com base na quota do distribuidor (m)
 β – termo independente da superfície de resposta (L/s)
 ϵ – rugosidade absoluta da tubulação de recalque (m)
 ρ – densidade do fluido (kg/m^3)

6. AGRADECIMENTOS

Os autores deste trabalho agradecem à FAPEMIG (PCE-00082/2014) e ao Laboratório de Separação e Energias Renováveis (LASER) da FEQUI/UFU pelos recursos disponibilizados.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BENNET, C. O.; MYERS, J. E. Fenômeno de Transporte – Quantidade de Movimento, Calor e Massa, 1978.
BIRD, R. B; STEWART, W. E.; LIGHTFOOT, E. N. Transport Phenomena, 2004.
BOX, M. J.; HUNTER, W. G.; HUNTER, J. S. Statistics for Experiments: an introduction to design, data analysis and model building, John Wiley and Sons, 1978.
MYERS, R. H. Response Surface Methodology, Edwards Brother, 1976.
SISSON, L. E.; PITTS, D. R. Fenômenos de Transporte, Guanabara Dois, 1979.