

# **EFEITO INERCIAL MICROSCÓPICO NO ESTUDO DA TRANSIÇÃO DO ESCOAMENTO IMCOMPRESSÍVEL NÃO-DARCIANO EM MEIO POROSO NÃO CONSOLIDADO**

H.E.MACIEL<sup>1</sup> e L.D.T.CÂMARA<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup> Instituto Politécnico da Universidade do Estado do Rio de Janeiro (IPRJ-UERJ),  
Departamento de Engenharia Mecânica e Energia-DEMEC

\*E-mail para contato: dcamara@iprj.uerj.br

**RESUMO** – Muitas das situações de escoamento de fluidos em meios porosos estão relacionadas a velocidades que remetem a condições não-darcianas. Diversos grupos vêm trabalhando de forma a compreender os aspectos da transição de escoamento de fluidos em meios porosos. Um aparato experimental foi implementado, neste trabalho, de forma a estudar o escoamento de água em um meio poroso não consolidado (leito) sob condições darcianas/não-darcianas em uma grande faixa de número de Reynolds. Uma nova abordagem de modelagem foi proposta, a qual inclui a condutividade molecular em paralelo com a permeabilidade. Os resultados mostram uma forte correlação dos experimentos com o modelo proposto, em que o aumento da velocidade do fluido, em condições turbulentas, aumenta o efeito da resistência viscosa inercial, diminuindo a condutividade molecular. Analisando o modelo de efeito inercial de Forchheimer (1901) percebe-se, matematicamente, que este pode ser desdobrado na abordagem de condutividade paralela proposta neste trabalho.

## **1. INTRODUÇÃO**

O escoamento de fluidos em meios porosos é uma situação encontrada em larga escala nos segmentos da indústria assim como no meio ambiente. Uma propriedade essencial ao escoamento é a permeabilidade, que é dependente de características do meio poroso como: porosidade, tortuosidade e tamanho e forma das partículas. A permeabilidade é a propriedade macroscópica do meio poroso que caracteriza a facilidade com que os fluidos podem escoar através do corpo sólido poroso (Bear, 1972; Dias *et al.*, 2007).

O estudo de fenômeno de transporte em meios porosos iniciou-se com Henry Darcy, que obteve a clássica expressão que leva seu nome através de observações experimentais (Darcy, 1856)

$$U = -\frac{k}{\mu} \Delta p_0 \quad (1)$$

onde  $U$ ,  $\Delta p_0$ ,  $\mu$  e  $k$  representam, respectivamente a velocidade média, o gradiente de pressão, a viscosidade do fluido e a permeabilidade. A lei de Darcy estabelece que existe uma propriedade do

meio que independe da relação diretamente proporcional entre o gradiente de pressão e a vazão de fluido, sendo esta válida somente em condições de velocidade baixa (Scheidegger, 1960; Bear, 1972; Dullien, 1979).

Os regimes de escoamentos viscosos são classificados em laminar ou turbulento. No regime laminar o escoamento é caracterizado pelo movimento em camadas bem definidas por linhas de corrente. No regime turbulento o escoamento é caracterizado por movimentos moleculares tridimensionais aleatórios em adição ao movimento médio do fluido. A classificação de um escoamento (laminar ou turbulento), usualmente, é obtida através do cálculo do número de Reynolds (Bear, 1972).

Zeng e Grigg (2003) aplicaram uma modelagem físico-matemática para revisar os critérios de número de Reynolds e número de Forchheimer utilizados na obtenção dos limites de transição do escoamento em meios porosos. O critério de Forchheimer foi recomendado devido ao claro significado das variáveis envolvidas. Como o escoamento de fluidos em meios porosos ocorre quase sempre em regime de turbulência, pesquisas têm sido realizadas a fim de observar os desvios da lei de Darcy. Vários termos como fluxo não-darciano, fluxo inercial, efeito da resistência viscosa inercial, etc., são usados para descrever este comportamento (Firoozabadi e Katz, 1979). Em vários trabalhos foram sugeridas correções na equação de Darcy (Tek, 1957; Geertsma, 1974). Forchheimer (1901) adicionou um termo de segunda ordem com relação à velocidade para representar o efeito inercial microscópico, levando à clássica equação de Forchheimer

$$\frac{dP}{dL} = \frac{\mu v}{k} + \beta \rho v^2 \quad (2)$$

onde  $P$  é a pressão,  $L$  é a direção que o fluido escoar,  $\mu$  é a viscosidade do fluido,  $v$  é a velocidade,  $k$  é a permeabilidade,  $\beta$  é o coeficiente não-darciano e  $\rho$  a densidade do fluido. Uma revisão com diversos modelos propostos para explicar os desvios não lineares da equação de Darcy podem ser encontrados em Muskat (1946).

Dias *et al.* (2007), além de modelar, realizou experimentos e simulações computacionais para analisar a permeabilidade em um meio poroso bifásico. Fazendo o uso da equação de Kozeny-Carman, baseado-se em experimentos, sugeriram um modelo para mensurar os efeitos do empacotamento dos meios porosos abordados.

O objetivo do presente trabalho é apresentar uma nova abordagem de modelagem, juntamente com experimentos, no estudo do efeito viscoso inercial junto à permeabilidade de um meio poroso não consolidado sob escoamento não compressível. Neste considera-se a condutividade molecular em paralelo com a permeabilidade absoluta do meio poroso em condições darcianas e não-darcianas. Os resultados experimentais foram analisados e comparados com a abordagem de modelagem proposta.

## 2. MATERIAIS E MÉTODOS

### 2.1. Aparato Experimental

Para o estudo do escoamento de água em um meio poroso não consolidado sob condições darcianas e não-darcianas, desenvolveu-se um aparato experimental equivalente a um permeâmetro. O esquema do permeâmetro é apresentado na Figura 1. O detalhe do meio poroso não consolidado (esferas de vidro de 3 mm) pode ser observado na Figura 2.

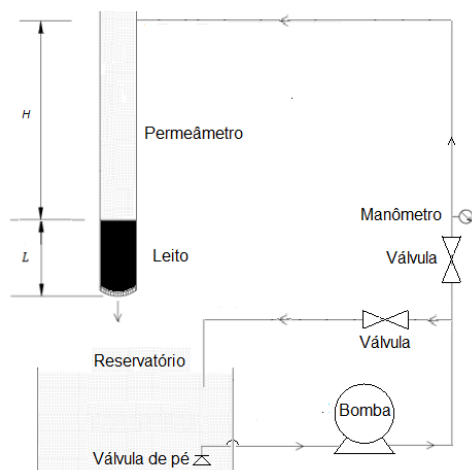


Figura 1 – O esquema do permeâmetro

Figura 2 – Leito formado por esferas de vidro

Este esquema consiste basicamente em tubulações de seção circular e suas respectivas conexões, um tubo de acrílico de seção circular (preenchido com esferas de vidro), duas válvulas, uma peneira metálica, uma bomba, um manômetro e um reservatório. Para a realização do experimento foi necessário a utilização de um cronômetro, termômetro e trena.

No tubo de acrílico foram inseridas as esferas de vidro de 3 mm de diâmetro para a formação do leito. A altura deste variou de 10 cm a 19,5 cm.

Num primeiro momento calculamos a porosidade ( $\phi$ ), que é uma propriedade importante do meio poroso (Dullien, 1979), através da razão entre o volume de poros ( $V_p$ ) e o volume total do leito ( $V_t$ ). Na Tabela 1 é apresentada a permeabilidade correlacionada com a porosidade em solos com distintos tamanhos de partículas.

Tabela 1 – Propriedades do solo

Tipo de solo	Permeabilidade (m <sup>2</sup> )	Porosidade (%)	Tamanho das partículas (mm)
Argiloso	10 <sup>-18</sup> – 10 <sup>-15</sup>	40 – 70	< 0,002
Sedimentoso	10 <sup>-16</sup> – 10 <sup>-12</sup>	35 – 50	0,002 – 0,05
Arenoso	10 <sup>-14</sup> – 10 <sup>-10</sup>	25 – 50	0,05 – 2
Cascalho	10 <sup>-10</sup> – 10 <sup>-7</sup>	25 – 40	> 2

Para iniciar o experimento, acionou-se a bomba e, em seguida, abriu-se a válvula (1). No momento em que se alcançou a altura  $H$  de coluna de água desejada acionou-se a válvula (2) para estabilização desta. Posteriormente, colocou-se uma proveta na saída do permeâmetro a fim de recolher o volume de fluido escoado durante o período de tempo cronometrado. Durante o cálculo da vazão do fluido, foi verificada, por meio de um termômetro, a temperatura do mesmo. De posse desta, determinou-se a viscosidade do fluido através da interpolação simples da tabela de propriedade da água do Fox *et al.* (2006).

Para o cálculo da permeabilidade, foram plotados gráficos pressão x vazão para cada experimento. A pressão responsável pelo escoamento do fluido no meio poroso foi obtida através da coluna d'água acima do leito. Foram realizados 4 experimentos, cuja a altura  $H$  dos leitos eram iguais a 10 cm, 15 cm, 18 cm e 19,5 cm. Para cada experimento foram realizadas de 4 a 10 medições

## 2.2. Abordagem de Modelagem

A nova abordagem de modelagem presente neste trabalho é baseada na equação de Forchheimer. Foi realizado um desenvolvimento matemático da equação clássica de Forchheimer (Equação 2) de forma a torna-la equivalente à equação de Darcy, porém, no lugar da permeabilidade  $k$  obtivemos uma condutividade global equivalente  $k_{eq}$ , que engloba a condutividade molecular e a permeabilidade absoluta  $k$ .

Primeiramente, acrescentou-se e substituiu-se alguns termos, gerando a Equação 3:

$$\frac{dP}{L} = \frac{\mu Q}{K A} + \frac{\beta \rho v Q}{A} \quad (3)$$

Colocando-se alguns termos em evidencia e invertendo a equação 3 nos leva a:

$$\frac{Q}{dP} = \frac{A}{L} \left( \frac{k}{\mu + k \beta \rho v} \right) \Rightarrow \frac{Q}{dP} = \frac{A}{\mu L} \left[ \frac{k \left( \frac{\mu}{\beta \rho v} \right)}{\left( \frac{\mu}{\beta \rho v} \right) + k} \right] \Rightarrow \frac{Q}{dP} = \frac{A}{\mu L} \left( \frac{k \delta}{k + \delta} \right) \quad (4)$$

que corresponde, por analogia, à clássica equação de Darcy (Equação de Darcy modificada) substituindo a permeabilidade absoluta pela condutividade global equivalente ( $k_{eq}$ ).

$$\frac{Q}{\Delta P} = \frac{k_{eq} A}{\mu L} \quad (5)$$

em que o termo entre parênteses na Equação 4 representa a condutividade molecular  $\delta$ , igual a  $\delta = \mu / \beta \rho v$ .

Analisando os termos e a estrutura da Equação 4, observa-se que a permeabilidade  $k$  encontra-se em paralelo com a condutividade molecular ( $\delta$ ), que é função do efeito viscoso inercial. Com isso chega-se à Equação 5, que apresenta uma condutividade global equivalente  $k_{eq}$  resultante dos efeitos do meio poroso e moleculares relativos ao fluido. O efeito em paralelo entre as condutividades pode ser visualizado na Fig. 3, percebendo-se um comportamento assintótico, na Figura 4, entre o  $k_{eq}$  e a condutividade molecular ( $\delta$ ).

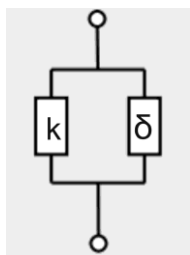


Figura 3 – Esquema condutividades em paralelo

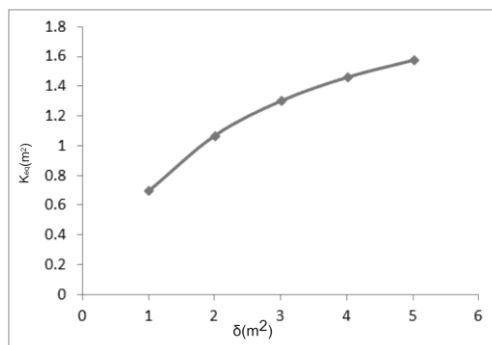


Figura 4 – Comportamento do  $k_{eq}$  x  $\delta$

A propriedade em questão ( $k_{eq}$ ) é resultante do efeito em paralelo da permeabilidade com a condutividade molecular, sendo somente considerada em regimes não-darcianos. Vale lembrar que em regimes darcianos o efeito viscoso inercial é desprezível, portanto a propriedade de condutividade molecular é desconsiderada, tornando o  $k_{eq}$  igual à permeabilidade do leito ( $k_{eq} = k$ ).

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados apresentados nesta seção compreendem o experimento realizado com o leito de comprimento  $L$  igual a 18 cm. Como descrito no tópico 2.1, o primeiro dado calculado no experimento foi a porosidade do leito sendo o valor obtido igual a 38 %. Analisando a Tabela 1 e considerando o tamanho das esferas de vidro do leito, pode-se estimar que a permeabilidade do leito encontrava-se na faixa de  $10^{-10}$  à  $10^{-7} m^2$  (Veja Tabela 1).

A Tabela 2 a seguir apresenta os resultados experimentais obtidos em diversas condições de número de Reynolds.

Tabela 2 – Condições experimentais

Nº	Pressão (P) [Pa]	Vazão (Q) [m³/s]	Velocidade (v) [m/s]	Reynolds ( $R_e$ )
1	441,5	$5,52 \times 10^{-5}$	0,096	1686,9
2	588,6	$5,68 \times 10^{-5}$	0,099	1737,3
3	833,9	$6,24 \times 10^{-5}$	0,108	1905,9
4	1128,2	$6,54 \times 10^{-5}$	0,114	1999,1
5	1275,3	$6,76 \times 10^{-5}$	0,118	2067,7
6	1471,5	$6,96 \times 10^{-5}$	0,121	2126,6
7	1667,7	$7,04 \times 10^{-5}$	0,123	2152,1
8	1863,9	$7,32 \times 10^{-5}$	0,127	2237,5
9	2452,5	$7,67 \times 10^{-5}$	0,133	2344,1
10	3090,2	$8,10 \times 10^{-5}$	0,141	2475,3

Analisando-se os dados da Tabela 2, nota-se que o experimento foi realizado no regime não-darciano. De acordo com a Equação 5, as variáveis  $k_{eq}$ ,  $A$ ,  $\mu$  e  $L$  compõem o coeficiente angular em termos do gráfico vazão vs pressão. A Figura 3 seguinte apresenta os dados experimentais, em termos de vazão-pressão, em diversos regimes de escoamento, a fim de obtermos o coeficiente angular da reta. O coeficiente angular das retas foi determinante na obtenção da condutividade global equivalente ( $k_{eq}$ ).

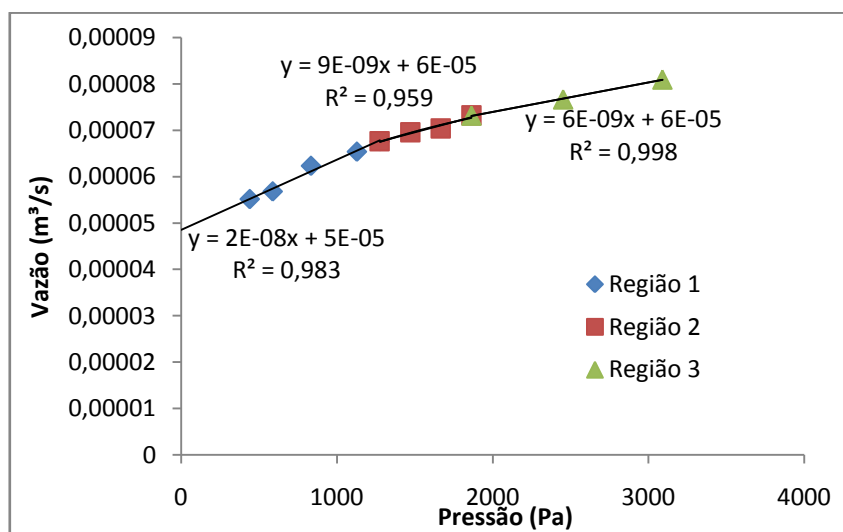


Figura 5 – Gráfico vazão x pressão do experimento

Com a plotagem dos dados, identificamos a existência de regiões com coeficientes angulares distintos. Visando obter o melhor coeficiente de correlação para a linha de tendência linear, dividimos os dados experimentais em três regiões com sua respectiva linha de tendência linear.

A linha de tendência da região 1, apesar de iniciar em  $P = 0$ , apresenta um coeficiente linear não nulo, o que é fisicamente coerente, já que o gradiente de pressão aplicado pela coluna d'água é zero. Porém, se observarmos a Figura 3, nota-se que existe um resíduo de água preenchendo o leito em  $H = 0$ , o que é suficiente para gerar escoamento do fluido devido ao efeito gravitacional sobre a massa de fluido nos poros.

Como as propriedades  $A$ ,  $\mu$  e  $L$  foram obtidas a priori e os coeficientes angulares foram obtidos nas equações das linhas de tendências apresentadas no gráfico, calculou-se o  $k_{eq}$  em cada uma destas. A Tabela 3 apresenta os valores do  $k_{eq}$  de cada região. Comparando os valores da condutividade global equivalente das três regiões, notou-se a diminuição do valor de acordo com o aumento do gradiente de pressão externo aplicado. Isto ocorreu devido ao aumento do efeito viscoso inercial presente no escoamento. Na nova abordagem de modelagem proposta no presente trabalho, a condutividade molecular ( $\delta$ ), atua em paralelo com a permeabilidade do leito, conforme a Equação 4. Para correlacionar o experimento com a modelagem, considerou-se desprezível o efeito viscoso inercial na região 1 do gráfico da Figura 3, portanto,  $k_{eq} = k$  na região 1. A partir desta consideração, calculou-se o  $\delta$  das demais regiões. Para obter o coeficiente não-darciano ( $\beta$ ) da equação de cada região, foi necessário calcular a velocidade média das medições pertencentes a esta. As demais propriedades foram encontradas a priori. A Tabela 3 apresenta os valores de  $k$ ,  $\delta$ ,  $\beta$ , velocidade média ( $v_m$ ) e  $k_{eq}$  para suas respectivas regiões.

Tabela 3 – Propriedades do experimento

Região	$k [m^2]$	$\delta [m^2]$	$\beta [m^{-1}]$	$v_m [m/s]$	$k_{eq} [m^2]$
1	$2,30 \times 10^{-9}$	0	0	$1,07 \times 10^{-1}$	$2,30 \times 10^{-9}$
2	$2,30 \times 10^{-9}$	$1,88 \times 10^{-9}$	$4,26 \times 10^3$	$1,22 \times 10^{-1}$	$1,04 \times 10^{-9}$
3	$2,30 \times 10^{-9}$	$0,986 \times 10^{-9}$	$7,42 \times 10^3$	$1,34 \times 10^{-1}$	$6,90 \times 10^{-10}$

Analisando a Tabela 3 e admitindo-se que a permeabilidade do leito atua em paralelo com a condutividade global, pode-se constatar que a diminuição da condutividade global equivalente ( $k_{eq}$ ) ocorreu devido a diminuição da condutividade molecular do fluido ( $\delta$ ), oriundo do aumento do efeito viscoso inercial. Em relação ao coeficiente não-darciano, pode-se observar que a velocidade de escoamento do fluido, provavelmente, interfere em seu valor.

## 4. CONCLUSÃO

Os resultados apresentam uma forte correlação do experimento com a nova abordagem de modelagem proposta no presente trabalho. O desenvolvimento matemático da equação de Forchheimer mostrou que o escoamento de fluidos incompressíveis em meios porosos sob condições não-darcianas apresenta a condutividade global equivalente como resultante dos efeitos do meio

poroso em paralelo com os efeitos moleculares relativos ao fluido. Ao analisar os resultados experimentais percebeu-se que a condutividade molecular segue uma tendência direta com a condutividade global equivalente sob condições não-darcianas. Analisando o gráfico observou-se a presença de regiões de transição lineares com elevados coeficientes de correlação no ajuste dos dados experimentais junto à equação de Darcy modificada. Em relação ao coeficiente não-darciano, pode-se observar uma forte relação deste com a velocidade média do fluido.

## 5. REFERÊNCIAS

BEAR, J., *Dynamics of fluids in porous media*. New York: Editora American Elsevier, 1972.

DARCY, H. Les fontaines publiques de la ville de Dijon, *Dalmont*, Paris, 1856.

DIAS, R.P.; FERNANDES, C.S.; TEIXEIRA, J.A.; MOTA, M.; YELSHIN, A. Permeability and effective thermal conductivity of bisized porous media, *Journal of Hydrology*, v. 349, p. 470–474, 2008.

DULLIEN, F. A. L. *Porous media: fluid transport and pore structure*. San Diego: Editora Academic Press, 1992.

FIROOZABADI, A.; KATZ, D. L. An analysis of high-velocity gas flow through porous media, *J. Petrol. Technol.*, p. 211–216, 1979.

FORCHHEIMER, P. Wasserbewegung durch boden, *Zeit. Ver. Deutsch.* v. 45, p. 1781–1788, 1901.

FOX, R. W.; MCDONALD, A. T.; PRITCHARD, P. J. *Introdução à mecânica dos fluidos*. Rio de Janeiro: Editora LTC, 2006.

GEERTSMA, J. Estimating the coefficient of inertial resistance in fluid flow through porous media, *Soc. Petrol. Eng. J.* p. 445–450, October 1974.

MUSKAT, M. The Flow of Homogeneous Fluids through Porous Media. *The Mapple Press Company*, 1946

SCHEIDEGGEAR, E. *The Physics of Flow through Porous Media*. Toronto: Editora Macmillan, 1960.

TEK, M. R. Development of a generalized Darcy equation, *Trans. AIME.* v. 210, p. 376–377, 1957.

ZENG, Z.; GRIGG, R. A Criterion for Non-Darcy Flow in Porous Media, *Transport in Porous Media.* v. 63, p. 57–69, 2006.