

SIMULAÇÃO DE UM ESCOAMENTO BIFÁSICO ÓLEO-ÁGUA EM RESERVATÓRIO DE PETRÓLEO

T. B. FORTUNATO¹, J. C. S. DUTRA² e W. B. da SILVA³

LAMCES – Laboratório de Métodos Computacionais, Controle e Estimação
Universidade Federal do Espírito Santo – Engenharia Química (campus de Alegre)

¹ tarsis.bf@hotmail.com; ² juliosdutra@yahoo.com.br; ³ wellingtonuff@yahoo.com.br

RESUMO – Este trabalho aborda uma metodologia numérica para a simulação de escoamento bifásico imiscível em meios porosos no contexto de reservatório de petróleo para óleo e água. As Equações Diferenciais Parciais (EDP) de natureza acoplada que modelam o escoamento são manipuladas, de forma a se obter um sistema segregado de equações. A metodologia empregada faz uso de um esquema de solução que resolve o campo pressão implicitamente e o campo de saturação explicitamente, sendo que estes campos são acoplados por um termo de velocidade. Uma vez definidas as formulações matemáticas, o método de Volumes Finitos é utilizado para discretizar as equações. Com a implementação das rotinas computacionais em SCILAB, os resultados de simulação são consistentes e estão de acordo com a literatura.

1. INTRODUÇÃO

Os primeiros simuladores de reservatório de petróleo nasceram na década dos anos 50 do século passado, quando indústrias petroleiras concentraram esforços em pesquisa para acoplar análise numérica e os computadores da época. A motivação destas pesquisas continua sendo o planejamento das atividades de produção com base na projeção da simulação (Cordazzo, 2006). Esses simuladores utilizam modelos que são baseados na equação da continuidade e a lei de Darcy. Dentre os modelos conhecidos, uma modelagem bastante difundida é a de Peaceman (1977). Esse modelo permite o uso de métodos especializados capazes de explorar as particularidades matemáticas de cada equação, como a diferença na discretização em equações diferenciais parciais elípticas, hiperbólicas e parabólicas. Os modelos são formados por conjuntos de equações diferenciais parciais que, em sua maioria, não possuem solução analítica, sendo então solucionados por meio de métodos numéricos.

Os métodos numéricos utilizados para a resolução das equações que descrevem o escoamento em reservatórios geralmente são: Diferenças Finitas, Volumes Finitos e Elementos Finitos. Dentre estes métodos, a característica de conservação de grandezas físicas pelo método de Volumes Finitos o torna atrativo. Este método possui inúmeras variações, algumas delas são caracterizadas pela disposição espacial e quantidade de volumes de controles utilizados no balanço da grandeza. Em simulações de reservatório de petróleo, uma técnica que faz os balanços apenas entre dois volumes discretos, é conhecida como *two point flux approximation (TPFA)* (Aarnes *et al.*, 2007). A técnica TPFA é utilizada para discretização da equação difusiva da pressão. A equação da saturação, que tem caráter advectivo, é discretizada com a técnica *upwind*, a qual visa evitar o aparecimento de oscilações numéricas

com uma fórmula sensível ao sentido de fluxo (Maslika, 2004). Ambas as técnicas, geralmente são utilizadas em malhas estruturadas.

Estes métodos numéricos são associados a diferentes esquemas de solução, que permitem explorar alguns fatores como discretização, implementação computacional e integração no tempo. Na simulação de reservatórios de petróleo, existem algumas variações destes esquemas, como as técnicas conhecidas como IMPES (*implicit in pressure and explicit in saturation*) e SS (solução simultânea). O IMPES é um esquema que tem o objetivo de obter uma melhor estabilidade, sem implicar em elevado custo computacional.

Neste contexto, o presente artigo aborda a simulação de escoamento em meio poroso, utilizando a técnica TPFA para discretizar os termos difusivos e a técnica *upwind* para discretizar os termos advectivos, ambos em malha estruturada. O esquema de solução adotado é o método IMPES, sendo que a simulação foi implementada no *software* SCILAB.

2.FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

O modelo matemático, encontrado em Peaceman (1977), que descreve o escoamento imiscível de duas fases em reservatório de petróleo, é mostrado nas Equações 1 e 2. A Equação 1 é denominada Equação da Pressão, e a Equação 2 é denominada Equação da Saturação. Essa formulação é caracterizada como segregada, pois é obtido um sistema de equações que é resolvido da seguinte forma: primeiramente, o campo de pressão é solucionado e, posteriormente, o campo de saturação, sendo que esses dois campos são acoplados por meio de uma equação de velocidade.

$$\nabla \cdot (-\lambda_T K \nabla p) = Q \quad (1)$$

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} = -\nabla \cdot f_w v + Q_w \quad \dots(2)$$

Nestas representações, λ_T , é a mobilidade total, que é função das mobilidades das fases λ_i . O fluxo fracional da água é representado por f_w . A relação entre essas variáveis é descrita nas Equações 3 a 5. O termo K é a permeabilidade absoluta, S_w a saturação da água, sendo que $S_w + S_n = 1$. Este trabalho adotou o subscrito w para a fase molhante (água), e n para não-molhante (óleo). Na Equação 1, $Q = Q_w + Q_n$ é injeção total.

$$\lambda_i = \frac{k_{ri}}{\mu_i} \quad (3)$$

$$\lambda_T = \lambda_o + \lambda_w \quad (4)$$

$$f_w = \lambda_w / \lambda_T \quad (5)$$

As permeabilidades relativas, k_{rv} e as saturações das fases são relacionadas através das seguintes expressões encontradas em Carvalho (2005):

$$k_{rw}(S_w) = \left(\frac{S_w - S_{rw}}{1 - S_{rw} - S_{rn}} \right)^2 \quad (6)$$

$$k_{rn}(S_w) = \left(\frac{1 - S_w - S_{rw}}{1 - S_{rw} - S_{rn}} \right)^2 \quad (7)$$

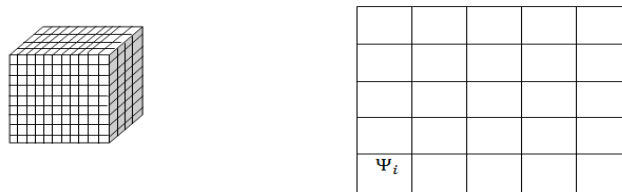
Nas Equações 6 e 7, S_{rn} e S_{rw} são as saturações residuais do óleo e água respectivamente. O termo de acoplamento utilizando a velocidade, é dado pela Equação 8:

$$\nabla \cdot v = Q \quad (8)$$

2. FORMULAÇÃO NUMÉRICA

Para a simulação de reservatórios de petróleo, é necessário um espaço físico para o escoamento ter sentido e, do mesmo modo, a criação de volumes discretos neste domínio para a aplicação do método de Volumes Finitos. Então, no desenvolvimento do método numérico, pode-se definir que o domínio Ψ é composto por finitas células da malha denotadas por Ψ_i . (Figura 1). Ao se tratar da malha, as características dos fluidos e da rocha são de extrema importância. Na simulação numérica deste trabalho, utiliza-se uma abordagem macroscópica, onde as propriedades são consideradas contínuas em todo o domínio.

Figura 1 – Geometria da Malha



2.1. Discretização da Equação da Pressão

Para obter um conjunto de equações discretas que determinam o campo de pressão de um reservatório denotado por Ψ , com células de malha denominadas Ψ_i , aplica-se o método de Volumes Finitos TPFA na Equação 1. O resultado da discretização é mostrado na Equação 9. O termo de transmissibilidade, T_{ij} , é dado pela Equação 10.

$$\sum_i T_{ij}(p_i - p_j) = Q \quad (9)$$

$$T_{ij} = 2K \left(\frac{d_i}{\lambda_{Ti}} + \frac{d_j}{\lambda_{Tj}} \right) A_{ij} \quad (10)$$

Na Equação 10, A_{ij} é a área da interface entre a célula i e a célula $j = i+1$, d_i e d_j representam a dimensão da coordenada discretizada no respectivo volume de controle.

2.2. Equação da Saturação

Tomando a equação da Saturação, integrando no volume de cada célula da malha e utilizando a regra trapezoidal (θ -rule) para a discretização temporal, obtém-se a discretização do campo de saturação:

$$\frac{\phi}{\Delta t}(S_w^{k+1} - S_w^k) = -\frac{1}{|\Psi_i|} \sum (\theta F_{ij}^{k+1} + (1-\theta)F_{ij}^k) + Q_w \quad (20)$$

onde o termo $F_{ij}^{k+1} = \int_{\Psi_i} f_w v_i \cdot n_{ij} \partial s$

Como se injeta somente água, Aarnes *et al.* (2007) propõem para o termo Q_w , a seguinte relação, $Q_w = Q^+ + f_w Q^-$. Nesta representação, Q^+ indica o fluxo que é injetado, e intuitivamente Q^- é o fluxo que deixa o volume de controle. Inserindo esta relação na Equação 20, rearranjando os termos, e fazendo $\theta = 0$, obtém-se a Equação 21.

$$S_w^{k+1} = S_w^k + \frac{\Delta t}{\phi |\Psi_i|} (Q^+ - \sum_j F_{ij}^k + f_w Q^-) \quad (21)$$

3. ESQUEMA DE SOLUÇÃO: IMPES

Este método objetiva uma melhor estabilidade da solução, sem implicar em elevado custo computacional. Porém, uma desvantagem está na solução explícita da Equação de Saturação. Essa solução é dependente do passo no tempo, de modo que uma escolha errada pode ocasionar oscilações e, até mesmo, não convergir. Em vista disto, deve ser estabelecida uma condição de estabilização. Aarnes *et al.* (2007) apresentaram uma condição de estabilização com dependência somente da velocidade. Dessa forma, a condição é atualizada somente mediante a um novo campo de pressão. A Equação 22 mostra a função deste passo no tempo para a solução da Equação de Saturação.

$$\Delta t \leq \frac{\phi |\Psi_i|}{\max_j (Q^+) - \sum_j \min_j (v_{ij}, 0) \max_j (f_w'(s))} \quad (22)$$

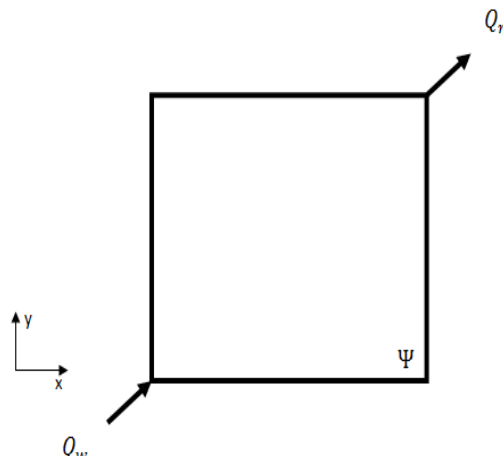
onde o termo $f_w'(s) = \frac{1}{1 - S_{rw} - S_{rn}} \frac{\partial f}{\partial k_{rw}}$

4. EXEMPLO

Este exemplo considera o escoamento bifásico imiscível óleo-água em um meio poroso homogêneo, isotrópico e bidimensional. Este problema foi adaptado de Carvalho (2005), cujo trabalho considerava um meio heterogêneo. Este exemplo é uma abordagem do clássico problema de 1/4 de poço. O escoamento em meio poroso acontece em uma região de baixa permeabilidade entre o poço injetor e produtor. As saturações residuais foram consideradas como nulas. A viscosidade da água e óleo são, respectivamente, $\mu_w = 0.001 \text{ kg/m} \cdot \text{s}$ e $\mu_n = 0.001 \text{ kg/m} \cdot \text{s}$. A porosidade é constante em todo o domínio, $\phi = 0.2$. A permeabilidade é

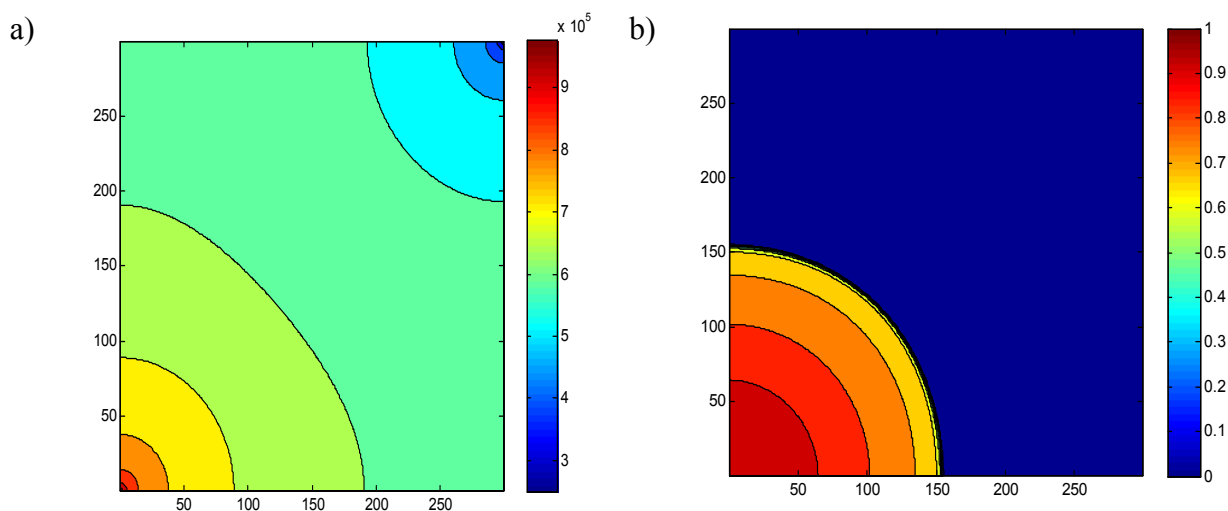
um tensor diagonal, $K = 10^{-7} [I] m^2$. As condições de contorno nos poços injetor e produtor são $P_{injetor} = 2 \cdot 10^{-7} Pa$ e $Q_{produtor} = -10.368 m^3/dia$ respectivamente. A geometria é um quadrado de lado igual 300 metros. A Figura 2 mostra a geometria adotada para o problema. A implementação do código para obtenção da simulação foi feita no *software* SCILAB. A malha foi discretizada com 300 células.

Figura 2 – Geometria do Problema.



A Figura 3.a mostra o resultado do campo de pressão obtido com a técnica TPFA para um tempo 300 dias de produção, em uma malha estruturada com 300 células. A mesma configuração de tempo e células foi utilizada para obter o Perfil de Saturação mostrado na Figura 3.b.

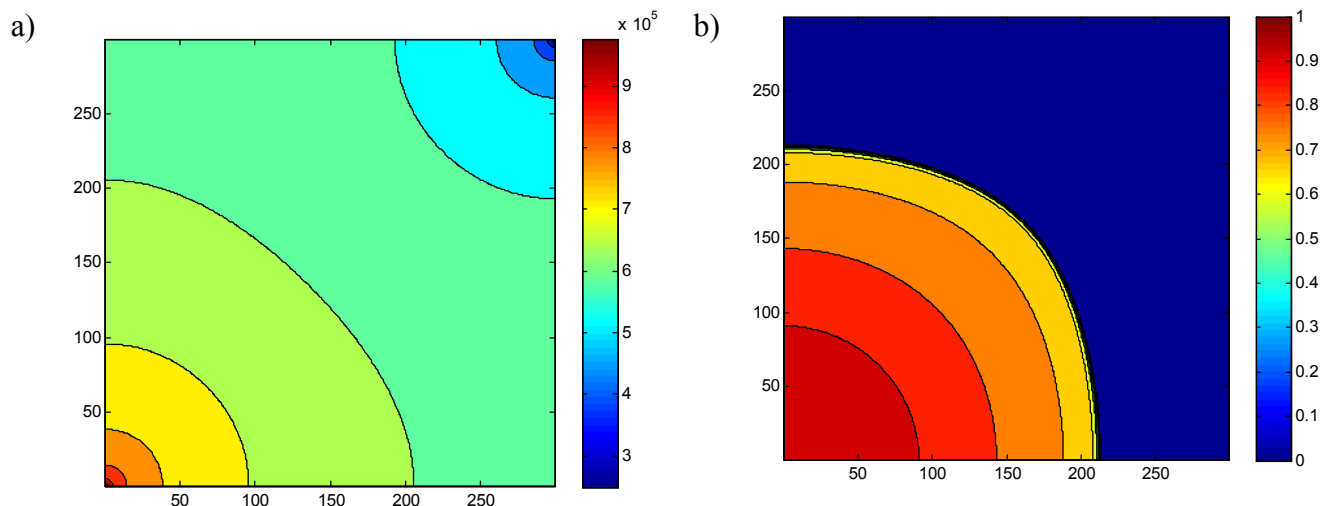
Figura 3 – a) Campo de Pressão com tempo de simulação de 300 dias. b) Perfil de Saturação com tempo de simulação de 300 dias.



Para mostrar o desenvolvimento tanto do Campo de Pressão, quanto do Perfil de Saturação, foi simulado o comportamento de 1/4 de poço para o tempo de 600 dias. Na Figura 4.a, percebe-se um pequeno aumento da pressão em algumas zonas. No Perfil de Saturação mostrado pela Figura 4.b, percebe-se que a frente de saturação perde o aspecto

circular, tendendo a uma forma oval, que aponta para o poço de produção, além de um pequeno avanço na saturação por água.

Figura 4 – a) Campo de Pressão com tempo de simulação de 600 dias. b) Perfil de Saturação com tempo de simulação de 600 dias.



5. CONCLUSAO

Este artigo estudou a solução numérica do problema de escoamento bifásico em um reservatório de petróleo. Utilizando técnicas adequadas para cada tipo de equação, foi possível realizar a simulação da produção de óleo, com resultados consistentes que estão de acordo com a literatura.

6. REFERÊNCIAS

- AARNES, J., GIMSE, T., LIE, K.A.: An introduction to the numerics of flow in porous media using Matlab. Springer Berlin Heidelberg, 2007.
- CARVALHO, D. K. Uma Formulação do Método dos Volumes Finitos com Estrutura de Dados por Aresta para a Simulação de Escoamentos em Meios Porosos. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - UFPE, Recife, 2005.
- CORDAZZO, J. Simulação de Reservatórios de Petróleo Utilizando o Método EbFVM e Multigrid Algébrico. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - UFSC, Florianópolis, 2006.
- MALISKA, C. R. Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional. 2ª. Edição. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, 2004.
- PEACEMAN, D. Fundamentals of Numerical Reservoir Simulation. Amsterdam: Elsevier, 1977.