

DETERMINAÇÃO DE FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DE PROCESSOS QUÍMICOS ATRAVÉS DO MÉTODO DE EVOLUÇÃO DIFERENCIAL UTILIZANDO O SCILAB

A. H. R. REZENDE¹, D. L. SOUZA¹

¹ Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Departamento de Engenharia Química
E-mail para contato: arthurhenriquerr@hotmail.com

RESUMO – Existem diversos métodos de otimização e as particularidades do processo é que determina seu desempenho. Os métodos naturais de otimização têm sido amplamente estudados. O objetivo deste trabalho é apresentar um estudo do uso do método de otimização natural denominado Evolução Diferencial para a obtenção de Funções de Transferência que descrevem o comportamento de um processo.

1. INTRODUÇÃO

A modelagem consiste na determinação de um conjunto de equações matemáticas que possibilita a descrição do comportamento de um processo quando há a modificação de parâmetros ou variáveis do mesmo. Uma forma de descrever o modelo de um sistema é empregando o conceito de Funções de Transferência, que será abordado posteriormente.

Otimização é um agrupamento de princípios e métodos matemáticos usados para resolver quantitativamente problemas em diversas disciplinas. O termo é utilizado para o aprimoramento de um certo processo, seja ele matemático ou experimental, a fim de extrair o rendimento mais satisfatório possível (OLIVEIRA, 2006).

O objetivo deste trabalho é estudar o método de otimização natural desenvolvido por Storn e Price (1995), conhecido como Evolução Diferencial (ED) bem como aplicar o método para obtenção de Funções de Transferência que representam o comportamento de um dado processo químico.

2. Função de Transferência

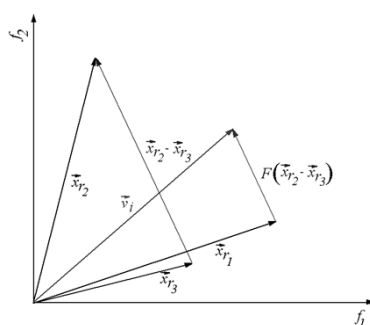
Função de Transferência (TF) é uma expressão algébrica para a relação dinâmica entre as entradas e as saídas de um modelo de processo. Ela é definida de forma independente das condições iniciais do sistema bem como de considerações particulares a respeito do modelo (SEBORG, 1989).

A Função de Transferência é obtida aplicando Transformada de Laplace na equação diferencial linearizada de determinado modelo. (SEBORG, 1989).

3. Evolução Diferencial

O conceito principal desta técnica é o esquema proposto para atualização do vetor de variáveis de projeto de uma população. Essencialmente ocorre a diferença ponderada, por meio da taxa de perturbação F , entre dois indivíduos, \vec{x}_{r2} e \vec{x}_{r3} , a qual é adicionada a um terceiro indivíduo, \vec{x}_{r1} , como mostrado na Figura 1 (SOUZA *et al*, 2011).

Figura 1: Fundamentação teórica do algoritmo de ED (Fonte: Reproduzido de Storn *et al.*, 2005).



O indivíduo gerado através deste esquema (\vec{v}_i) é avaliado pela função objetivo e pode inclusive substituir indivíduos mal sucedidos nas gerações seguintes. Desta forma, nenhuma distribuição de probabilidade em separado deve ser usada, o que torna este esquema completamente auto ajustável (SOUZA *et al*, 2011).

De maneira resumida, nessa abordagem puramente estrutural, o valor de cada variável é representado por um valor real e a geração de candidatos é feita através do uso de operações vetoriais como apresentado e detalhado a seguir (Storn e Price, 1995):

```

Inicializar (aleatoriamente) e avaliar a população  $P$  enquanto nenhum critério de parada for satisfeito faça {
  para ( $i = 0$ ;  $i < NP$ ;  $i++$ ) {
    Rotina Candidato  $C[i]$ 
    Avalie o candidato  $C[i]$ 
    se ( $C[i]$  é melhor que  $P[i]$ )
       $P'[i] = C[i]$  senão  $P'[i] = P[i]$ 
  }
   $P = P'$ 
}
    
```

em que NP é o tamanho da população, P é a população da geração atual, e P' é a população da próxima geração. O procedimento para a criação do candidato ($C[i]$) é mostrado a seguir:

```

Candidato  $C[i]$ 
Aleatoriamente selecione os pais  $P[i1]$ ,  $P[i2]$  e  $P[i3]$ , ( $i \neq i1 \neq i2 \neq i3$ ).
Geração do candidato:  $C1[i] = P[i1] + F \times (P[i2] - P[i3])$ .
 $C[i]$  por cruzamento dos genes de  $P[i]$  e  $C1[i]$  como segue: para ( $j = 0$ ;  $j < NP$ ;  $j++$ ) {
  se ( $r < CR$ )  $C[i][j] = C1[i][j]$  senão  $C[i][j] = P[i][j]$ 
}
    
```

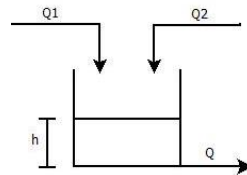
em que $C[i]$ é a solução candidata i da população, $C[i][j]$ é a j -ésima entrada no vetor solução de $C[i]$, r é um número aleatório entre 0 e 1, CR é a probabilidade de cruzamento e F é a taxa de perturbação (SOUZA *et al*, 2011).

Na literatura pode-se encontrar diversas aplicações do algoritmo de ED, dentre quais pode-se citar: otimização de processos com controle ótimo (Souza *et al*, 2015), otimização de parâmetros da energia gerada em sistemas de biohidrogênio (HUANG *et al*, 2010), sintonia de controladores PID (SOUZA *et al*, 2011), determinação da difusividade térmica aparente na secagem das frutas (MARIANI *et al*, 2008), além de inúmeras aplicações em áreas distintas da ciência.

4. Apresentação dos sistemas

Para a realização do presente trabalho, utilizou-se de dois modelos matemáticos. O primeiro deles (m_1) é representado pela Figura 2 e simulado pela Equação 1.

Figura 2: Representação esquemática do modelo (m_1)



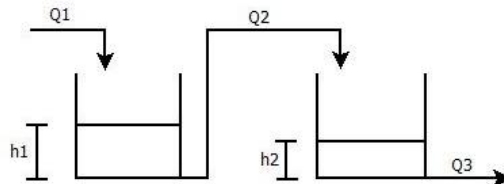
$$\frac{dh}{dt} = \frac{Q1}{A} + \frac{Q2}{A} - \frac{\beta}{A}\sqrt{h} \quad (1)$$

A Equação 2 representa a Função de Transferência do modelo m_1 .

$$G(s) = \frac{6}{12 \cdot s + 1} \quad (2)$$

O segundo modelo utilizado no trabalho (m_2) é representado esquematicamente pela Figura 3 e simulado pelas Equações 3 e 4.

Figura 3: Representação esquemática do modelo (m_2)



$$\frac{dh_1}{dt} = \frac{Q_1}{A_1} - \frac{\beta_1}{A_1}h_1 \quad (3)$$

$$\frac{dh_2}{dt} = \frac{\beta_1}{A_2}h_1 - \frac{\beta_2}{A_2}h_2 \quad (4)$$

As Equações 5 e 6 descrevem as Funções de Transferência do modelo m_2 .

$$G1(s) = \frac{0,3333}{0,666667 \cdot s + 1}$$

(5)

$$Gs(s) = \frac{1,5}{0,5 \cdot s + 1}$$

(6)

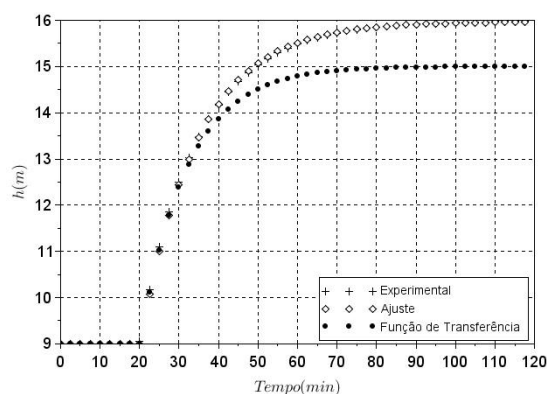
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Em relação ao modelo m_1 , o algoritmo implementado em Scilab foi realizado com 500 iterações. A Tabela 1 apresenta os valores dos parâmetros da Função de Transferência obtidos na técnica de Evolução Diferencial e os valores teóricos da mesma equação algébrica. A Figura 4 representa visualmente os três diferentes comportamentos do modelo m_1 .

Tabela 1: Comparação dos valores dos parâmetros obtidos com os parâmetros teóricos (m_1)

m_1	ED	TF	R^2	Erro Padrão
K	6,970	6,000	0,999	1,132
τ	14,598	12,000		

Figura 4: Representação Gráfica dos estudos do modelo (m_1)



Com base na Tabela 1, percebe-se que a Função de Transferência obtida é expressa pela Equação 7.

$$G(s) = \frac{6,970}{14,598 \cdot s + 1}$$

(7)

Observa-se a existência de uma diferença entre os valores dos parâmetros obtidos no ajuste e teóricos. Isso se deve ao fato de que para a obtenção da Função de Transferência pela Evolução Diferencial nenhuma operação matemática foi realizada diretamente no modelo. Com base na Figura 4 é possível perceber que a curva do ajuste mais se aproxima da curva do modelo m_1 , curva experimental, em comparação com a curva Função de Transferência.

O modelo m_2 foi implementado no Scilab nas mesmas configurações que o modelo m_1 . A Tabela 2 apresenta a comparação entre as Funções de Transferência obtidos no ajuste e os valores teóricos da mesma equação.

Tabela 2: Comparação dos valores dos parâmetros obtidos com os parâmetros teóricos (m_2)

m_2 tanque 1	ED	TF	R^2	m_2 tanque 2	ED	TF	R^2
K	0,332	0,333	0,998	K	0,500	1,500	0,999
τ	0,5187	0,66667		τ	1,000	0,500	
Erro Padrão 0,0022							

Figura 5: Representação Gráfica do tanque 1 do modelo m_2

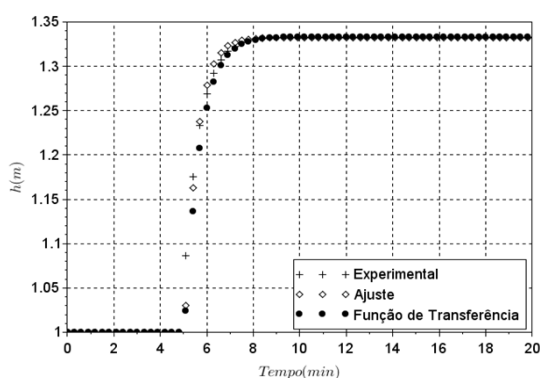
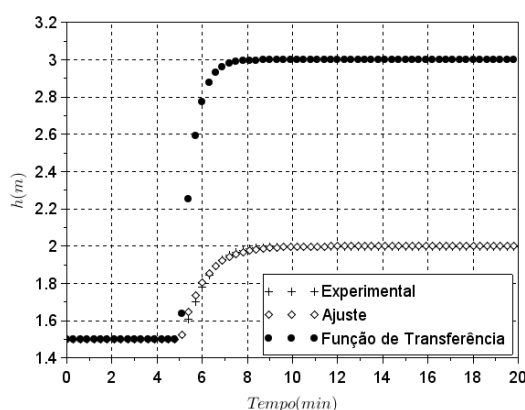


Figura 6: Representação Gráfica do tanque 1 do modelo m_2



Com base na Tabela 2, percebe-se que as Funções de Transferência resultante para o modelo m_2 é expressa pelas Equações 8 e 9.

$$G(s) = \frac{0,332}{0,5187 \cdot s + 1} \quad (8)$$

$$G(s) = \frac{0,500}{1,00 \cdot s + 1} \quad (9)$$

Nota-se que existe uma diferença pouco satisfatória entre os valores dos parâmetros da Função de Transferência que descrevem o tanque 1 do modelo m_2 . Com base na Figura 6 é possível perceber que as três curvas do gráfico praticamente se sobrepõem, o que mostra que os parâmetros das Funções de Transferência tanto do ajuste quanto do teórico podem representar o modelo experimental m_2 .

Em relação ao tanque 2 percebe-se um comportamento diferente do tanque 1, em que ocorre um desvio relevante nos parâmetros das Funções de Transferência. Percebe-se na Figura 7 que a curva da Função de Transferência teórica se diverge de forma considerável da curva experimental, enquanto a curva ajuste praticamente se sobrepõe a curva do modelo m_2 .

6. CONCLUSÃO

Neste trabalho foi possível aplicar o algoritmo de Evolução Diferencial para a obtenção de Funções de Transferência que representam o comportamento de um processo químico. A metodologia proposta foi aplicada ao estudo de nível de tanques em dois diferentes sistemas. Os parâmetros obtidos para o ajuste foram comparados com os parâmetros teóricos os quais apresentaram valores satisfatórios para os modelos. Além do mais, em relação a disposição gráfica dos modelos a curva do ajuste por ED se aproximou consideravelmente da curva experimental comprovando assim, que a aplicação desse algoritmo expressa resultados semelhantes ao modelo experimental.

7. REFERÊNCIAS

- HUANG, S. R.; WU, C. C.; LIN, C. Y.; CHEN, H. T. Parameter Optimization of a Biohydrogen Real Time Power Generating System Using Differential Evolution Algorithm. Technical Communication, 2010.
- MARIANI, V. C.; LIMA, A. G. B.; COELLO, L. S. C. Apparent Thermal Diffusivity Estimation of the Banana during Drying using Inverse Method. Journal of Food Engineering, 2008.
- SOUZA, D. L.; MAIA, L. F. S.; LOBATO, F. S.; ALMEIDA, G. M. Sintonia de Controladores PID com o Algoritmo de Evolução Diferencial. Universidade Federal de São João del-Rei, 2011.
- SOUZA, D. L.; LOBATO, F. S.; GEDRAITE, R. Robust Multiobjective Optimization Applied to Optimal Control Problems Using Differential Evolution. Chemical Engineering Technology, 2015.
- SEBORG, D. E.; EDGAR, T. F.; MELLICHAMP, D. A. Process Dynamics and Control. Wiley Series in Chemical Engineering, 1989.
- STORN, R.; PRICE, K. Differential Evolution: A Simple and Efficient Adaptive Scheme for Global Optimization over Continuous Spaces. Technical Report TR-95-012, International Computer Science Institute, 1995.

OLIVEIRA, G. T. S. Tese, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Brasil 2006.