

## Modelagem e simulação da secagem de grãos de café

T. B. FORTUNATO, C. H. A. ALVES, K. S. ALVES, W. B. da SILVA, J. C. S. DUTRA

LAMCES – Laboratório de Métodos Computacionais, Controle e Estimação  
Universidade Federal do Espírito Santo – Engenharia Química (campus de Alegre)  
E-mail para contato: [tarsis.bf@hotmail.com](mailto:tarsis.bf@hotmail.com); [juliosdutra@yahoo.com.br](mailto:juliosdutra@yahoo.com.br).

**RESUMO** – Este trabalho aborda uma metodologia numérica para a simulação da cinética de secagem de grãos de café. Para a solução numérica dos modelos matemáticos, foi realizada a implementação dos mesmos por meio do Método das Linhas, utilizando Diferenças Finitas para a discretização no espaço. O modelo matemático é baseado na conservação de massa e energia no grão, sendo também avaliado o efeito da variação da difusividade mássica de água em função da temperatura e da umidade. Os resultados obtidos são consistentes e mostram que o tempo de secagem aumenta de modo significativo quando a difusividade mássica apresenta valores baixos. É visto que isso ocorre principalmente quando o grão tem conteúdo de umidade elevado. De qualquer maneira, demonstrou-se que a estratégia numérica considerada é adequada para a solução deste tipo de problema.

### 1. INTRODUÇÃO

Desde o século XVIII, a cultura de café no Brasil tem papel importante na economia, já que o café é o quinto item agrícola mais exportado do país. Em 2003, a produção de café correspondeu a cerca de 40% da produção mundial, tornando o Brasil no maior produtor e exportador do grão (AGRIANUAL, 2005). Em 2014, a colheita foi estimada entre 45 e 50 milhões de sacas de café beneficiado, o que revela a relevância desta cadeia produtiva. Neste cenário, dois estados brasileiros se destacam: Minas Gerais, que é responsável por 98,87% de café arábica (*Coffea arabica*); e o Espírito Santo, que é o maior produtor de café Conilon (*Coffea canephora*), correspondendo a 63,25% da espécie no país (CONAB, 2014).

Um dos pontos mais críticos no sucesso do processamento e armazenamento do café, e de grãos em geral, é o conteúdo de umidade dos mesmos. O alto teor de umidade leva a complicações durante o armazenamento, pois impulsiona problemas relacionados a fungos e insetos, respiração e germinação. No entanto, a umidade contida na planta durante o crescimento é naturalmente alta e só começa a diminuir à medida que a cultura atinge a maturidade, quando os grãos começam a secar (Hall, 1980).

Neste sentido, a secagem de grãos ou a remoção do conteúdo de umidade é uma etapa fundamental na fase pós-colheita. No caso do café, a secagem deve ser iniciada logo após a colheita para reduzir rapidamente o alto teor de água da casca, polpa e mucilagem e evitar as fermentações que podem prejudicar a qualidade do produto final (Palacin, 2009). O fenômeno de redução do teor de água de grãos envolve simultaneamente a transferência de calor e massa, que podem alterar a qualidade e as propriedades físicas do produto, dependendo do método e das condições de secagem (Hall, 1980).

No desenvolvimento e no aperfeiçoamento de equipamentos utilizados para a secagem de grãos, é fundamental compreender os fenômenos físicos envolvidos e a obter informações teóricas a respeito do comportamento de cada produto durante a remoção de água. Neste

contexto, existem muitos trabalhos acadêmicos voltados para esta etapa do processamento do café, considerando o levantamento de propriedades termodinâmicas e o desenvolvimento de modelos matemáticos para simular o comportamento da secagem dos grãos. De modo geral, as diversas pesquisas buscam ajustar os modelos, estimando seus parâmetros, a fim de selecionar aquele que representa melhor os valores observados experimentalmente durante o período de secagem.

Em sua grande maioria as pesquisas de secagem de grãos tem caráter empírico. Estas pesquisas correlacionam a cinética de secagem com modelos estatísticos existentes (Treto *et. al.*, 2013). Entretanto, o controle das condições experimentais é extremamente limitado, sendo que as curvas de secagem obtidas só são válidas para aquelas condições específicas. Isto acontece pelo fato de o processo de secagem não se comportar de modo semelhante em condições diferentes, apesar dos mesmos tipos de grão e de secagem estarem sendo utilizados. Essas limitações podem ser contornadas utilizando a simulação computacional por meio de modelos fenomenológicos.

A simulação de secagem, além de ser uma forma mais econômica de otimizar o processo, não necessitando de experimentos, pode ser caracterizada como robusta devido a sua alta capacidade de predizer a dinâmica de secagem baseando-se em leis físicas. Os modelos obtidos a partir dessas leis geralmente resultam em conjuntos de equações diferenciais. A solução analítica desses modelos nem sempre é viável. Dessa forma, as equações diferenciais são resolvidas por métodos numéricos. Dentro do conjunto de métodos numéricos existentes destaca-se o método das Diferenças Finitas, que é conhecido por sua fácil aplicação aliado a sua robustez e baixo custo de implementação.

Neste contexto, o presente artigo aborda a simulação de secagem de café em coordenadas esféricas, utilizando o método das Diferenças Finitas para obter o conjunto de equações algébricas para o espaço discreto. A simulação foi implementada no *software* SCILAB.

## 2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

O modelo matemático, encontrado em Hussain e Dincer (2003), que descreve o balanço de energia, é mostrado na Equação 1, e em coordenadas esféricas na Equação 2.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla \cdot (\nabla T) \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\alpha}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (2)$$

com as condições, inicial e de contorno: CI:  $T = T_0$  para  $t = 0$  e  $\forall r$ ; CC1:  $(\partial T / \partial r)|_{r=0} = 0$ , para  $t \geq 0$  e  $r = 0$ ; e CC2:  $-K_{fc,m}(\partial T / \partial r)|_{r=R} = h_c(T - T_{ar})$ , para  $t \geq 0$  e  $r = R$ .

De maneira análoga o balanço de massa é dado pela Equação 3.

$$\frac{\partial X}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 D \frac{\partial X}{\partial r} \right) \quad (3)$$

com as condições, inicial e de contorno: CI:  $X = X_0$  para  $t = 0$  e  $\forall r$ ; CC1:  $(\partial X / \partial r)|_{r=0} = 0$ , para  $t \geq 0$  e  $r = 0$ ; e CC2:  $-D(\partial X / \partial r)|_{r=R} = h_m(X - Y)$ , para  $t \geq 0$  e  $r = R$ .

As descrições de cada variável e parâmetros mostrados nas equações acima, bem como os seus valores para simulação são mostradas na Tabela 1. Para a difusividade da água do fruto, sendo considerada variante no tempo, o seu valor é dado pela Equação 4 (Sfredo, 2002), em que  $D$  é a difusividade da água no interior do fruto do café ( $m^2/s$ ),  $T_g$  é a temperatura do grão ( $^{\circ}C$ ) e  $X_m$  é o conteúdo de umidade média no fruto ( $kg_{água}/kg_{café seco}$ ).

$$D = \exp\left[ -12,541604 - \frac{8,7467 \cdot 10^6}{8,314 \cdot (T_g + 273,15)^2} - 0,32079 \cdot X_m^3 \right] \quad (4)$$

Tabela 1 – Descrições e valores de parâmetros e variáveis (Rezende, 2011).

Variável/ Parâmetro	Valor para Simulação
Raio externo médio do fruto de café, $R_{fc,m}$	0,0075 m
Difusividade mássica média da água no fruto de café, $D_m$	$9,701 \times 10^{-11} m^2/s$
Difusividade térmica média do fruto, $\alpha_m$	$4,165 \times 10^{-2} m^2/s$
Umidade inicial do fruto de café, $X_0$	2,05 kg água/kg café seco
Coeficiente médio de transferência de massa, $h_m$	$2,36 \times 10^{-2} m/s$
Coeficiente médio de transferência de calor, $h_c$	6,23 W/m <sup>2</sup> .K
Umidade relativa média do ar de secagem, $Y$	0,166
Temperatura média do ar de secagem, $T_{ar,m}$	41,1 °C
Condutividade térmica média do fruto de café, $K_{fc,m}$	0,091 W/m.K
Temperatura inicial do fruto de café, $T_0$	30 °C

### 3. FORMULAÇÃO NUMÉRICA

Para a simulação de secagem, o espaço contínuo foi transformado em um espaço discreto denominado de malha. Essa malha é constituída por um número finito de pontos,  $n$ . O método de Diferenças Finitas inclui inúmeros esquemas que variam o número de pontos considerados, sendo que os mais comuns levam em conta somente dois pontos.

#### 3.1. Discretização de Balanço de Energia

Para obter um conjunto de equações discretas, que determinam o campo de temperatura no grão, foi aplicada à Equação 2 o método das Diferenças Finitas na coordenada espacial. Isto leva ao esquema semidiscreto, que é bem conhecido como Método das Linhas. A discretização ao longo do raio tem a forma mostrada na Equação 5, sendo de segunda ordem no espaço. O  $n$ -ésimo ponto tem a discretização mostrada na Equação 6.

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \alpha \frac{(T_{i+1} - 2T_i + T_{i-1})}{\Delta r^2} + \frac{\alpha}{\Delta r r_i} (T_{i+1} - T_{i-1}) \quad (5)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{(T_n - 2T_{i-1} + T_{i-2})}{\Delta r^2} + \alpha \frac{2h_c(T_{ar} - T_{n-1})}{r_i K_{fc,m}} \quad (6)$$

### 3.2 . Discretização de Balanço de Massa

A discretização da Equação 3, para difusividade constante, é mostrada nas Equações 7 e 8. Estas equações foram obtidas a partir da aplicação do Método das Linhas, juntamente com o método das Diferenças Finitas, como feito ao balanço de energia. As Equações 10 e 11 mostram a discretização para a consideração de difusividade não constante.

$$\frac{\partial X}{\partial t} = D \frac{(X_{i+1} - 2X_i + X_{i-1})}{\Delta r^2} + \frac{D}{\Delta r r_i} (X_{i+1} - X_{i-1}) \quad (8)$$

$$\frac{\partial X}{\partial t} = D \frac{(X_n - 2X_{n-1} + X_{n-2})}{\Delta r^2} + \frac{2h_m(Y - X_{n-1})}{r_i} \quad (9)$$

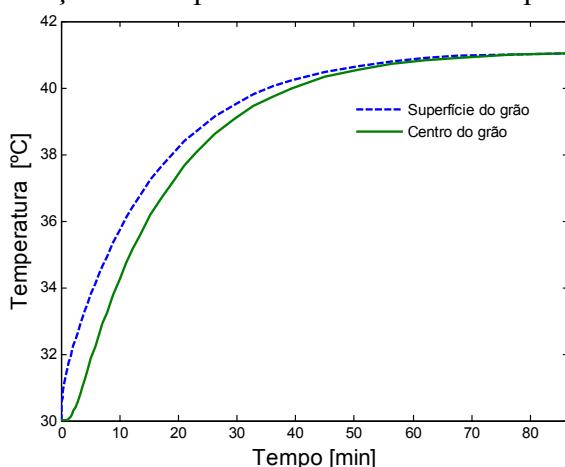
$$\frac{\partial X}{\partial t} = D_i \frac{(X_{i+1} - 2X_i + X_{i-1})}{\Delta r^2} + \frac{(X_{i+1} - X_{i-1})}{2\Delta r} \left[ \frac{2D_i}{r_i} + \frac{(D_{i+1} - D_{i-1})}{2\Delta r} \right] \quad (10)$$

$$\frac{\partial X}{\partial t} = D_n \frac{(X_n - 2X_{n-1} + X_{n-2})}{\Delta r^2} + \frac{h_m(Y - X_{n-1})}{D_n} \left[ \frac{2D_n}{r_n} + \frac{(D_n - D_{n-1})}{\Delta r} \right] \quad (11)$$

## 4. RESULTADOS

A Figura 1 exibe o perfil da temperatura média do fruto de café durante o tempo de secagem quando a difusividade mássica média é constante e igual a  $9,701 \times 10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$ , conforme a Tabela 1. Nota-se que, já na primeira hora de secagem, o fruto de café já atinge a temperatura máxima que coincide com a temperatura do ar e que a diferença de temperatura máxima entre o centro e a superfície é cerca de 2 °C.

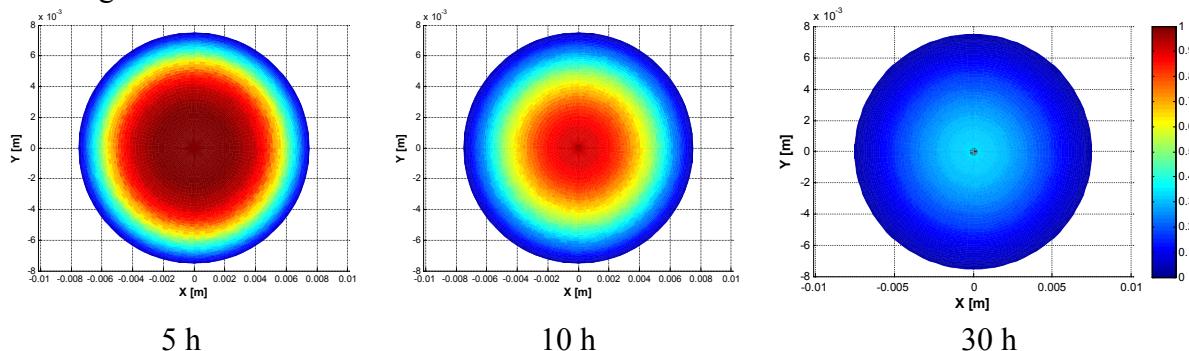
Figura 1 - Variação da temperatura no centro e na superfície do grão.



Adicionalmente, a Figura 2 mostra que o conteúdo de umidade do fruto diminui com o tempo em cada camada interna e aumenta em direção ao centro do fruto. Isso ocorre até atingir o equilíbrio em toda massa de fruto. Neste ponto, a umidade final é reduzida para um

valor mínimo, que é determinado pela umidade relativa média do ar de secagem. Além disso, verifica-se que um tempo de 30 h é suficiente para a redução da umidade a níveis desejáveis.

Figura 2 - Conteúdo de umidade normalizado com difusividade mássica constante.



A abordagem aplicada a correlação da difusividade mássica de Sfredo (2002) é mostrada na Figura 3. É possível notar que o tempo de secagem é superestimado, quando comparado com os resultados da Figura 2. Isso se dá pelo fato que de que a difusividade da água no café possui valores muito baixos no período inicial, quando o teor de água no fruto é alto, e só assume valores maiores à medida que o fruto perde umidade (Figura 4). É importante notar que a difusividade mássica atinge valores máximos quando o fruto está seco e a temperatura elevada; no entanto; este parâmetro não possui valor tão alto quanto o utilizado por Rezende (2011). Por exemplo, quando o grão está seco, a correlação indica valores de difusividade 10% e 55% menores que o valor aplicado por Rezende (2011), a 40°C e 30 °C respeitivamente.

Figura 3 – Conteúdo de umidade normalizado considerando difusividade mássica variável.

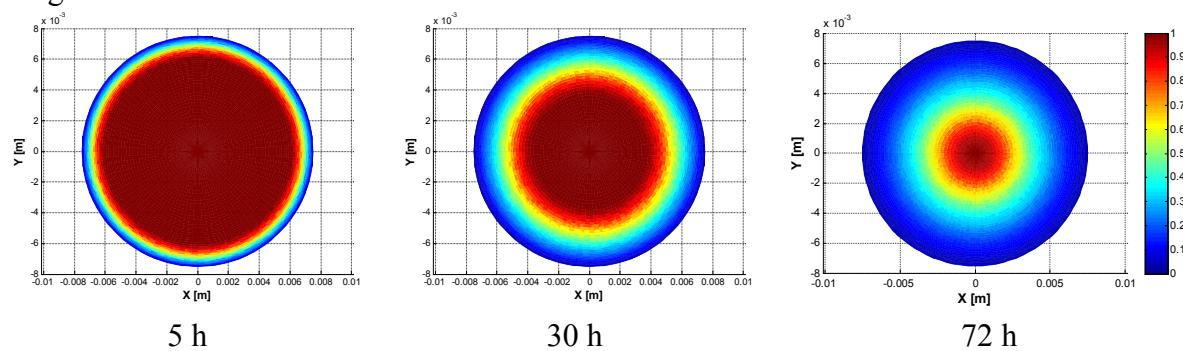
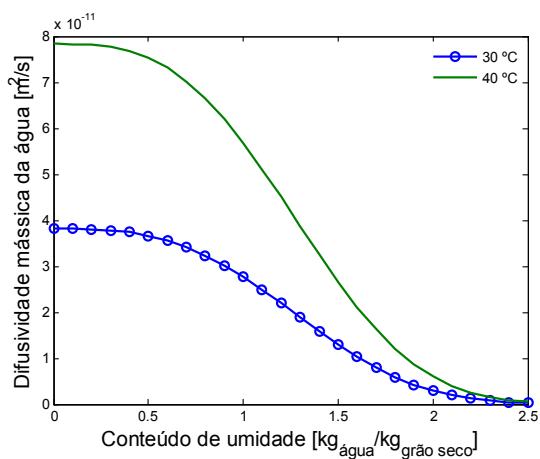


Figura 4 – Difusividade mássica da água no café em função da umidade e da temperatura.



## 5. CONCLUSÃO

Este artigo estudou a modelagem e simulação da secagem de grãos de café. Esta tarefa importante para a conservação do grão na fase pós-colheita é um processo complexo, visto que é necessário considerar propriedades intrínsecas ao material, como difusividade mássica, densidade e condutividade térmica, e do ar de secagem. Neste trabalho, considerou-se a solução numérica do problema descrito por equações diferenciais parciais por meio do Método das Linhas, sendo a direção radial discretizada pela técnica de Diferenças Finitas. Além disso, o modelo implementado leva em conta variações na difusividade mássica da água em função da temperatura e umidade do grão. Foi visto que a difusividade mássica de água é maior quando o grão tem valores pequenos de umidade e está exposta a temperaturas altas. No entanto, esta consideração elevou significativamente o tempo de redução do conteúdo de umidade, indicando que as resistências à transferência de massa das moléculas de águas são maiores. De qualquer modo, demonstrou-se que a estratégia numérica considerada é adequada para a solução deste tipo de problema, já que os resultados das simulações são satisfatórios e consistentes com a literatura.

## 6. REFERÊNCIAS

AGRIANUAL - Anuário Estatístico da Agricultura Brasileira. São Paulo: FNP Consultoria & Agroinformativos, 2005. 520 p.

CONAB: Companhia Nacional de Abastecimento, Acompanhamento da safra brasileira de café, janeiro/2014. Disponível em: <[http://www.conab.gov.br/OlalaCMS/uploads/arquivos/14\\_01\\_17\\_09\\_29\\_46\\_boletim\\_cafe\\_original\\_normalizado.pdf](http://www.conab.gov.br/OlalaCMS/uploads/arquivos/14_01_17_09_29_46_boletim_cafe_original_normalizado.pdf)>. Acesso 06 de maio de 2014.

HALL, C.W. Drying and storage of agricultural crops. Westport: AVI, 1980. 381 p.

HUSSAIN, M. M. e DINCER, I. - Analysis of Two-dimensional Heat and Moisture Transfer During Drying of Spherical Objects. International Journal of Energy Research. Vol. 27; pag 703-713. 2003.

PALACIN, J. J. F.; LACERDA FILHO, A. F.; MELO, E. C.; TEIXEIRA, E. C. Secagem combinada de café cereja descascado. Revista Engenharia na Agricultura, n. 17, n.3, p.244-258, 2009.

REZENDE, Osvaldo *et al* . Modelagem matemática da secagem do café (*Coffea canephora* Pierre) em terreno de concreto e híbrido. VII Simpósio de Pesquisa dos Cafés do Brasil, Maringá: Agosto 2011.

SFREDO, M. A. - Secagem de café para obtenção de bebidas finas, 2002. 197 f. Dissertação de Mestrado em Engenharia Química. Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2002.

TRETO, P. C.; CORRÊA, P. C. ; SOLIS, K. ; CAMPOS, J. C. C. . Thermal properties of conilon coffee fruits. IOSR Journal of Engineering, v. 3, p. 29-35, 2013.