

AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DE HIDROCICLONES POR OTIMIZAÇÃO ROBUSTA

V. A. GARCIA¹, G. S. SILVEIRA¹, F. S. LOBATO¹ e L. G. M. VIEIRA¹

¹Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Química
E-mail para contato: fslobato@ufu.br

RESUMO – No projeto de sistemas de engenharia é comumente necessária a determinação de equações constitutivas (empíricas) para relacionar as variáveis dependentes e independentes em modelos que, não necessariamente, são fundamentados em leis de conservação de massa, energia e momento. Tradicionalmente, durante esse procedimento, deixa-se de considerar que estas equações podem ser sensíveis a pequenas perturbações no vetor de parâmetros de entrada, o que leva a discrepâncias no valor da função objetivo para alguns sistemas. Neste contexto, o presente trabalho tem por objetivo propor, a partir do tratamento de dados experimentais e da aplicação de otimização pelo algoritmo de Evolução Diferencial associada ao conceito de média efetiva, uma metodologia robusta para a determinação de equações constitutivas para o número de Euler, para a razão de líquido e a para a eficiência total empregadas para a avaliação do desempenho de hidrociclones no processo de separação sólido-líquido. Os resultados obtidos demonstram que a metodologia proposta configura-se como uma interessante estratégia, uma vez que foram estimados parâmetros que, sob determinadas condições, são menos sensíveis a pequenas perturbações quando comparados com a solução não robusta.

1. INTRODUÇÃO

Tradicionalmente, durante a obtenção de equações constitutivas considera-se que o resultado não é afetado por pequenas perturbações no valor dos parâmetros estimados. Contudo, existem casos em que a solução ótima pode ser sensível a mudanças nas variáveis de interesse, sendo necessária a aplicação de otimização robusta para o tratamento deste tipo de problema. Segundo Taguchi (1984), define-se otimização robusta como uma estratégia capaz de produzir uma solução pouco sensível, sob determinadas condições, a pequenas alterações no vetor de variáveis de interesse. É importante ressaltar que uma solução robusta pode não coincidir com a solução nominal, sendo assim a solução robusta tende a ter um resultado “depreciado” em relação à solução nominal.

Diante do que foi exposto, o presente trabalho tem por objetivo aplicar o conceito de Média Efetiva (Deb e Gupta, 2006) associado ao algoritmo de Evolução Diferencial (ED) (Storn e Price, 1995) para a determinação de equações constitutivas empregadas para a avaliação do desempenho de hidrociclones no processo de separação sólido-líquido de um importante minério da região do Alto Paranaíba em Minas Gerais, a saber, a rocha fosfática. Neste caso, deseja-se determinar, através do tratamento de pontos experimentais obtidos por

Vieira (2006), equações constitutivas para a razão de líquido (R_L), do número de Euler (Eu) e da eficiência total (E_T), em função das dimensões geométricas características do hidrociclone.

2. Evolução Diferencial e Otimização Robusta

O algoritmo de ED configura-se como uma das principais abordagens para a resolução de problemas de otimização nos dias atuais. Nesta abordagem, a geração de candidatos a solução do problema de otimização é obtida a partir da realização de operações vetoriais simples (soma e subtração) de modo que estes candidatos possam ser avaliados segundo a função objetivo. Neste caso, os parâmetros de controle desta técnica evolutiva são: tamanho da população, taxa de perturbação (que pondera a subtração vetorial), probabilidade de cruzamento e estratégia empregada para a geração dos candidatos (Storn e Price, 1995).

A inserção de robustez no problema de otimização pode ser realizada via aplicação do conceito de Média Efetiva (ME) (Deb e Gupta, 2006): Uma solução x^* é denominada solução robusta se a solução ótima é viável para o seguinte problema de otimização, definido em relação à vizinhança δ (denominado de parâmetro de incerteza) de uma solução x :

$$\min \frac{1}{|Y_\delta(x)|} \int_{y \in Y_\delta(x)} f dy \quad (1)$$

na qual $|Y_\delta|$ é o hipervolume da vizinhança e f é a função objetivo a ser minimizada. Para a avaliação da integral dada pela Equação (1), um conjunto finito de H soluções deve ser gerado “aleatoriamente” usando, por exemplo, o Hipercubo Latino. Neste caso, definindo-se a vizinhança δ em relação ao vetor de variáveis de projeto, N soluções x são geradas empregando-se o Hipercubo Latino, sendo a integral avaliada numericamente. Nesta abordagem, minimiza-se a integral referente às perturbações realizadas nas vizinhanças do candidato a solução do problema, ao invés de otimizar-se o próprio candidato.

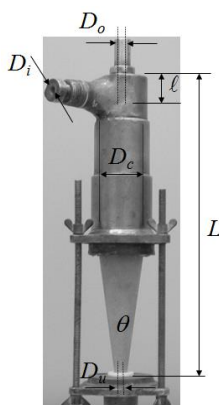
3. Hidrociclones

Os hidrociclones são equipamentos empregados para a separação com grande aplicabilidade em engenharia química. Estes são, basicamente, dotados de uma parte cilíndrica acoplada a uma parte cônica. As dimensões de cada parte (ver Figura 1) são importantes no processo de separação, pois estão diretamente relacionadas com o poder de classificação e a capacidade do equipamento (Vieira, 2006).

Na Figura 1, D_c é o diâmetro da parte cilíndrica, D_o é o diâmetro do *overflow*, D_i é o diâmetro interno do duto de alimentação, D_u é o diâmetro do *underflow*, L o comprimento total do hidrociclone, l é o comprimento da parte do duto de *overflow* interna ao cilindro e θ é o ângulo da parte cônica. Para fins de operação, a suspensão é alimentada tangencialmente na parte cilíndrica. Há ainda um tubo localizado axialmente na parte superior que é por onde a suspensão diluída (*overflow*), dotada de partículas finas, é coletada. Já a parte cônica possui um orifício inferior, que é o responsável pelo direcionamento da suspensão concentrada (*underflow*), constituída de partículas maiores.

Em se tratando de hidrociclones, o trinômio energia-concentração-classificação deve ser sempre observado no que tange à viabilidade da operação unitária de hidrociclonagem, sendo estes quantificados, respectivamente, pelo Número de Euler (Eu), Razão de Líquido (R_L) e Eficiência Total (E_T). Sendo assim, para o projeto deste equipamento faz-se necessária a determinação de equações constitutivas que relacionam estas variáveis dependentes (Eu , R_L e E_T) com as dimensões geométricas do separador.

Figura 1 - Principais dimensões geométricas de um hidrociclone (Vieira, 2006).



4. Formulação do Problema de Otimização

Para a determinação do trinômio citado anteriormente, deve-se propor e resolver um problema de otimização. Este consiste na minimização do funcional f , isto é, obter o valor do vetor de variáveis de projeto de modo a minimizar a diferença entre os valores experimentais e preditos pelo modelo, conforme a seguinte equação:

$$f \equiv \frac{\sum_{i=1}^{n_{\text{exp}}} (y_i^{\text{exp}} - y_i^{\text{cal}}(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m))^2}{(y_{\text{max}}^{\text{exp}})^2} \quad (2)$$

Em que y^{cal} e y^{exp} representam o valor da variável dependente (y) predito pelo modelo e o seu correspondente experimental, respectivamente. β_k ($k=1, \dots, m$) é o vetor que contém os m parâmetros que devem ser determinados, n_{exp} é o número de dados experimentais considerados no ajuste do modelo e $y_{\text{max}}^{\text{exp}}$ é o maior valor experimental observado para a resposta considerada na análise.

5. Resultados e Discussão

Para a resolução do problema proposto alguns pontos devem ser destacados:

1. As informações experimentais utilizadas para a determinação de cada equação constitutiva (R_L , Eu e E_T) foram obtidas por Vieira (2006), que estudou o efeito das principais dimensões geométricas de um hidrociclone, mediante utilização de 25 diferentes hidrociclones e rocha fosfática como material particulado (ver a Tabela 1).

- As respostas analisadas foram obtidas a partir do estudo dos efeitos exercidos pelas seguintes relações (Vieira, 2006): $X_1=2/0,1(D_i/D_c-0,21)$; $X_2=2/0,1(D_o/D_c-0,27)$; $X_3=2/2,16(L/D_c-5,8)$ e $X_4=2/6,62(\theta-0,21)$.
- Para a determinação dos parâmetros em cada uma das equações constitutivas, foi considerada a seguinte lei de formação (em que ε é o erro cometido):

$$Y = \beta_o + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{ii=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j}^k \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (3)$$

Tabela 1 - Planejamento Composto Central com 5 réplicas no centro (Vieira, 2006).

	X_1	X_2	X_3	X_4	Eu	R_L (%)	E_T (%)		X_1	X_2	X_3	X_4	Eu	R_L (%)	E_T (%)
H ₁	-1	-1	-1	-1	4429	28,96	62,54	H ₁₆	+1	+1	+1	+1	937	17,10	55,31
H ₂	-1	-1	-1	+1	4200	28,75	59,46	H ₁₇	$-\alpha$	0	0	0	6207	16,45	60,41
H ₃	-1	-1	+1	-1	3801	32,35	70,40	H ₁₈	$+\alpha$	0	0	0	1096	19,32	59,27
H ₄	-1	-1	+1	+1	3624	31,55	60,12	H ₁₉	0	$-\alpha$	0	0	2803	43,20	76,00
H ₅	-1	+1	-1	-1	3588	11,07	54,01	H ₂₀	0	$+\alpha$	0	0	1666	13,05	66,56
H ₆	-1	+1	-1	+1	3196	10,98	46,67	H ₂₁	0	0	$-\alpha$	0	2589	16,22	54,56
H ₇	-1	+1	+1	-1	3175	15,76	60,94	H ₂₂	0	0	$+\alpha$	0	1508	20,65	48,21
H ₈	-1	+1	+1	+1	2900	18,08	53,00	H ₂₃	0	0	0	$-\alpha$	2137	20,80	61,73
H ₉	+1	-1	-1	-1	2365	29,41	71,69	H ₂₄	0	0	0	$+\alpha$	1773	18,00	60,70
H ₁₀	+1	-1	-1	+1	1768	32,77	68,12	H _{25*}	0	0	0	0	1847	18,03	62,90
H ₁₁	+1	-1	+1	-1	1502	32,80	70,00	H _{25*}	0	0	0	0	1858	17,67	61,98
H ₁₂	+1	-1	+1	+1	1439	31,98	63,64	H _{25*}	0	0	0	0	1889	17,94	66,08
H ₁₃	+1	+1	-1	-1	1656	10,90	67,67	H _{25*}	0	0	0	0	1804	17,87	68,56
H ₁₄	+1	+1	-1	+1	1170	14,73	58,64	H _{25*}	0	0	0	0	1902	18,09	57,85
H ₁₅	+1	+1	+1	-1	1040	17,25	60,35								

*Réplicas no centro. α (nível extremo do planejamento) igual a 1,66.

- Parâmetros usados pelo algoritmo de ED: 100 indivíduos; 1000 gerações; estratégia 7 (Storn e Price, 1995) para a geração de candidatos; probabilidade de cruzamento e taxa de perturbação iguais a 0,8. O algoritmo foi executado 10 vezes para a obtenção dos melhores valores que são apresentados a seguir. Espaço de projeto: $-2500 < \beta_i < 2500$ ($i=1, \dots, 15$).
- Análise de incerteza: parâmetro de incerteza δ igual a 0 (solução nominal) e 0,25 (solução robusta). Para cada uma das variáveis de projeto gerou-se um domínio definido a partir da variável desvio δ . Para o cômputo numérico da integral via método dos trapézios, foram consideradas 100 amostras geradas pelo Método de Monte Carlo. É importante ressaltar que para o caso nominal são necessárias $100+100 \times 1000$ avaliações da função objetivo em cada execução. Já para o caso robusto, são necessárias $100+100 \times 1000 \times 100$ avaliações da função objetivo.

6. Para mensurar a qualidade da solução obtida com a estimação dos parâmetros foi utilizado o coeficiente de determinação (r^2).

Na Tabela 2 são apresentados os coeficientes das equações constitutivas para E_u , R_L e E_T estimados pelo algoritmo de ED considerando $\delta=0$ e $\delta=0,25$. Para o caso nominal, observou-se que os resultados obtidos (função objetivo e coeficiente de determinação) estão em concordância com aqueles obtidos por Vieira (2006). Quando um determinado nível de incerteza foi inserido na estimação dos parâmetros, notou-se um aumento no valor da função objetivo e uma diminuição do coeficiente de determinação. Este resultado já era esperado, uma vez que, na prática, a solução robusta dificilmente coincidirá com a solução nominal. Esta depreciação do valor do coeficiente de determinação fica mais evidente no caso da eficiência total.

Tabela 2 - Coeficientes estimados pelo algoritmo de ED para E_u , R_L e E_T .

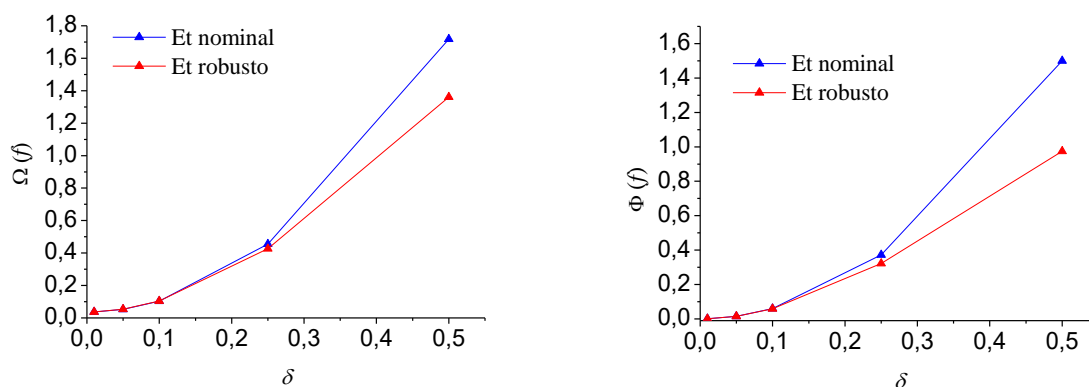
	E_u		R_L		E_T	
	$\delta=0$	$\delta=0,25$	$\delta=0$	$\delta=0,25$	$\delta=0$	$\delta=0,25$
β_0	1909,1848	1794,6458	17,8049	16,5044	63,0228	56,9888
β_1	-1186,3213	-1183,7777	0,6460	0,4762	2,1708	1,8984
β_2	-341,8753	-344,5826	-8,5205	-8,4855	-3,9706	-4,4199
β_3	-267,2235	-226,2580	1,6960	1,5821	-0,2722	0,0579
β_4	-136,0269	-117,9473	0,1245	0,0847	-2,5081	-2,4901
β_{11}	596,4587	611,8303	0,1113	0,7108	-0,8505	1,0364
β_{22}	82,2324	131,2364	3,8216	3,7839	3,3156	4,3040
β_{33}	14,7152	69,2753	0,2873	0,7869	-3,9470	-2,1416
β_{44}	-19,2061	1,1194	0,6487	0,8051	-0,3768	1,7107
β_{12}	57,7519	43,3238	-0,1074	-0,3060	0,3926	-0,1772
β_{13}	-8,0117	-4,2480	-0,4408	-0,3052	-2,4222	-3,0854
β_{14}	-10,9927	-9,2216	0,3188	0,2139	0,2808	0,2877
β_{23}	52,3677	15,9032	0,7142	0,8254	0,0389	0,2591
β_{24}	-11,9019	-43,7644	0,2839	0,3488	-0,3674	-0,0700
β_{34}	67,8519	84,8600	-0,4092	-0,1204	-0,4542	-0,4431
f	0,0289	0,0993	0,0103	0,1205	0,0360	0,4068
r^2	0,9732	0,9687	0,9898	0,9802	0,8397	0,6529

Para avaliar a influência do parâmetro de incerteza no valor da função objetivo obtida para a eficiência total foram gerados e avaliados 1000 pontos aleatórios em cada uma das soluções (nominal e robusta) encontradas considerando o seguinte vetor de incertezas [0,00 0,01 0,05 0,10 0,25 0,50]. Neste caso, a média ($\Omega(f)$) e o desvio padrão ($\Phi(f)$), em relação à função objetivo, puderam ser determinados, de acordo com o apresentado na Figura 2.

Nestas figuras, quando o valor de δ foi incrementado para avaliar o seu efeito sobre a solução nominal, constatou-se uma maior sensibilidade em relação à solução robusta correspondente, conforme os valores computados para a média e o desvio padrão. Assim, verificou-se que a solução robusta foi menos sensível à perturbações quando comparada a sua correspondente nominal, justificando a utilização de uma abordagem específica para a avaliação da presença de incertezas no vetor de variáveis de projeto. Em termos do número de avaliações da função objetivo, observou-se que a metodologia robusta requer mais avaliações

do que a correspondente nominal. Este resultado deve-se às avaliações necessárias para a determinação da integral.

Figura 2 – Média e desvio padrão da função objetivo em função do parâmetro de incerteza (δ) para E_T .



6. Conclusão

Este trabalho objetivou o desenvolvimento de uma estratégia sistemática para a determinação de equações constitutivas utilizadas para avaliação do desempenho de hidrociclones através do algoritmo de ED associado ao conceito de ME. Para essa finalidade considerou-se como objetivo a minimização dos erros entre os pontos experimentais e preditos para cada equação constitutiva, através da determinação das dimensões geométricas do hidrociclone. Para cada equação considerada foi analisada a influência do parâmetro de incerteza na qualidade da solução obtida em termos do valor da função objetivo e do coeficiente de determinação. De forma geral observou-se, para os estudos de casos propostos, que a metodologia apresentada configurou-se como uma alternativa interessante para a determinação de equações constitutivas robustas, já que, por exemplo, para a eficiência total, foi obtida uma solução que apresenta menor sensibilidade a pequenas perturbações do sistema em relação à respectiva solução nominal.

7. REFERÊNCIAS

- DEB, K.; GUPTA, H. Introducing Robustness in Multi-Objective Optimization. *Evolutionary Computation*, vol. 14, p. 463-494, 2006.
- STORN, R.; PRICE, K. Differential Evolution: A Simple and Efficient Adaptive Scheme for Global Optimization over Continuous Spaces. *International Computer Science Institute*, vol. 12, pp. 1-16, 1995.
- TAGUCHI, G. *Quality Engineering through Design Optimization*. Kraus International Publications. New York, 1984.
- VIEIRA, L. G. M.. *Otimização dos Processos de Separação em Hidrociclones Filtrantes*, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, 2006.