

INCERTEZA DE MEDIDAS PIV 2D-2C E 2D-3C: ANÁLISE DO CENÁRIO ATUAL E ESTUDO DE CASO EM UMA COLUNA DE BOLHAS

R. L. AMARAL*, H. L. MOURA, D. I. S. FORERO, G. J. CASTILHO, S.S.V. VIANNA e M. MORI

Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Química

*e-mail: rlamaral@feq.unicamp.br

RESUMO

A determinação da distribuição da velocidade em sistemas gás-líquido ou gás-sólido presentes em processos químicos, bioquímicos e petroquímicos pela velocimetria de imagem de partícula (PIV) é relevante para a identificação de estruturas de escoamentos para validação de modelos numéricos (CFD). Para cada experimento PIV, o erro de medição não é conhecido. O objetivo da quantificação da incerteza é produzir uma estimativa de um intervalo que contém o erro de medida. O uso de dados experimentais com a incerteza desconhecida para validação de um modelo numérico expõe o usuário a riscos. Além de apresentar as principais fontes de erro em medidas PIV 2D-2C (duas dimensões, duas componentes) e 2D-3C (duas dimensões, três componentes), esse trabalho apresenta alguns métodos para quantificar a incerteza: superfície de incerteza (US), disparidade de partícula (PD), razão de pico (PPR) e estatística de correlação (CS). Um estudo de caso foi feito analisando a incerteza da medida da velocidade 2D-2C e 2D-3C da fase líquida no escoamento em uma coluna de bolhas.

1 INTRODUÇÃO

A Velocimetria por Imagem de Partícula (PIV) tem sido usada por mais de 30 anos como uma técnica de medida não intrusiva para analisar diversos escoamentos, mas ainda há uma falta de quantificação da incerteza de medição. A maioria dos trabalhos tem sido feito sobre dados sintéticos simulando as fontes de erros, mas normalmente isso subestima os erros no experimento real (WIENEKE, 2014; WIENEKE, 2015). Para cada experimento, o erro de medição não é conhecido. O objetivo da quantificação incerteza (U) é produzir uma estimativa de um intervalo que contém o erro. A quantificação incerteza (U) é especialmente relevante quando as medições PIV são usadas para validar simulações numéricas de fluidodinâmica computacional (CFD)

(WERNET, 1997; STANISLAS *et al.*, 2000; LECUONA *et al.*, 2004; HARIHARAN *et al.*, 2011). Oberkampf e Roy (2010) discutiram como o uso de dados experimentais com a incerteza desconhecida para validação de um modelo numérico expõe o usuário a dois riscos: (1) rejeitar um bom modelo baseado em dados errados, ou, ainda mais preocupante, (2) um modelo ruim é aceito por causa de dados errados, e pode ser usado mais tarde na tomada de uma decisão crucial.

A avaliação dos erros de medição PIV foi exhaustivamente investigada nas últimas duas décadas, quer através da modelagem teórica da medição (WESTERWHEEL, 1997) ou pela abordagem mais frequente de simulações Monte Carlo (KEANE e ADRIAN, 1992; FINCHAM e SPEDDING, 1997; FINCHAM e DELERCE, 2000;

SCARANO e RIETHMULLER, 2000; LECORDIER *et al.*, 2001; entre outros).

A maioria dos trabalhos estima a incerteza das medidas PIV utilizando as fontes de erros isoladas sem fornecer uma incerteza global. No estudo de escoamentos gás-líquido em reatores de coluna de bolhas, podemos destacar os trabalhos de Broder e Sommerfeld (1999, 2002). Os autores não discutiram o efeito da curvatura da coluna (distorção de imagem) ou do movimento para fora do plano de luz das partículas traçadoras. Foi utilizado o SNR (*Signal-to-Noise Ratio*) como parâmetro de qualidade dos campos vetoriais determinados, mas nenhum método de incerteza global de medida foi apresentado. A distribuição do SNR não foi apresentado pelos autores. Broder e Sommerfeld (2007) analisam a distribuição da velocidade da fase gasosa e líquida por PTV (*Particle Tracking Velocimetry*) e PIV, respectivamente, em uma coluna quadrada. Os autores também não apresentaram a incerteza global de medida, mesmo avaliando o erro associado ao método de correlação PIV utilizado. No estudo de escoamentos gás-sólido em risers de leitos fluidizados, Shaffer *et al.* (2013) investigaram a velocidade e concentração das partículas em um leito fluidizado utilizando um sistema PIV Clássico 2D e por CFD. Além de não detalhar a metodologia e a verificação das medidas relacionadas à concentração de partículas, os autores não apresentaram as incertezas relacionadas com as fontes de erros da técnica PIV para as medidas de velocidade. Problemas como sobreposição de partículas, identificação da imagem de partículas pelo algoritmo de correlação (principalmente nas regiões de alta concentração de partículas), movimento para fora do plano das partículas, efeito da concentração não homogênea no *frame* de imagem na velocidade e iluminação da região investigada não foram relatados. Em relação à determinação da concentração de partículas pela PIV, existem lacunas na

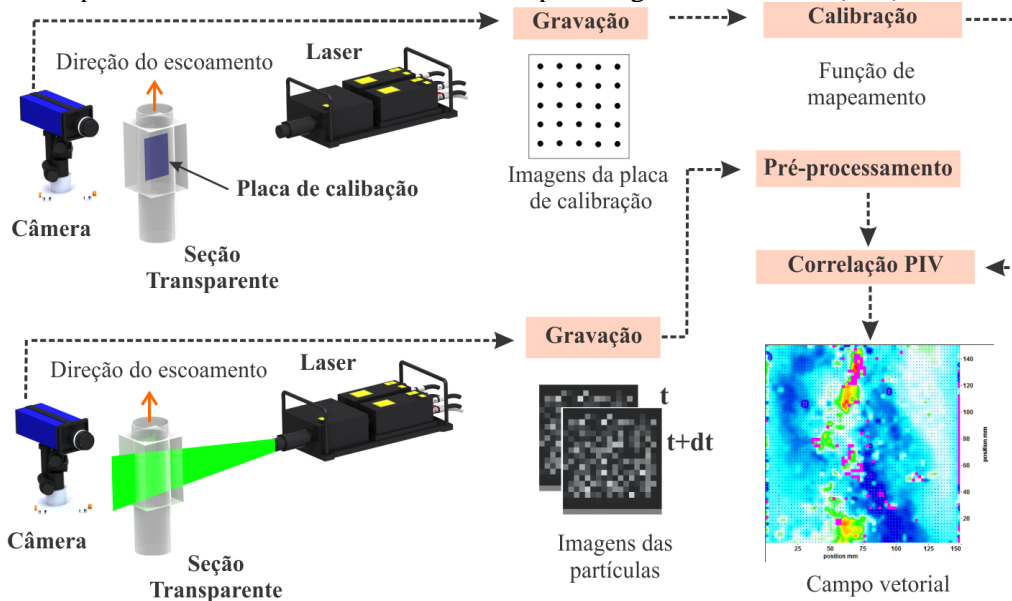
confiabilidade dos resultados (AMARAL *et al.*, 2015)

Portanto, em vista da falta de métodos e/ou parâmetros de quantificação de incerteza de medidas experimentais (PIV), este trabalho tem como objetivo discutir as fontes de erros e os principais indicadores de qualidade visando a obtenção de dados confiáveis. Além disso, um estudo de caso foi feito analisando as incertezas das velocidades 2D-2C e 2D-3C da fase líquida do escoamento em uma coluna de bolhas por PIV.

2 PIV 2D-2C E 2D-3C

A Velocimetria por Imagem de Partícula (PIV) é uma técnica não intrusiva frequentemente empregada na caracterização do campo de velocidade. A técnica PIV pode ser classificada em função do domínio de medida (Dimensão - D) e dos componentes (C) da distribuição de velocidade: PIV 2D-2C (PIV Clássica 2D), PIV 2D-3C (*Stereo-PIV*) e PIV 3D-3C (*Tomographic-PIV*). O desempenho da técnica PIV depende da qualidade da imagem gravada e do processamento dessa imagem. O princípio de funcionamento da técnica PIV Clássica 2D é apresentado na Figura 1. Basicamente, pode-se dividir a análise PIV Clássica 2D em cinco etapas: calibração, gravação, pré-processamento de imagem, processamento e pós-processamento. A PIV emprega partículas traçadoras que devem seguir fielmente o escoamento do fluido, para extrair indiretamente a distribuição da velocidade. As partículas são iluminadas por uma folha de luz pulsada, geralmente luz *laser*, e espalham a luz em uma câmera, geralmente localizada a 90° da folha de luz, de modo que o plano do objeto em foco coincida com a fatia iluminada do escoamento. (ADRIAN, 1991; PRASAD, 2000; RAFFEL *et al.*, 2007; ADRIAN e WESTERWEEL, 2011, SCARANO, 2013).

Figura 1 – Princípio de funcionamento da Velocimetria por Imagem de Partícula (PIV) Clássica 2D.



(Fonte: Amaral, 2013)

As imagens são formadas em um sensor (CCD ou CMOS) e são, em seguida, transferidas para um computador para análise. Em vez de determinar o deslocamento individual das imagens de partículas, é determinado o movimento médio de pequenas populações de imagens de partículas contidas em regiões, conhecidas como janelas de interrogação, fornecendo um vetor de deslocamento por janela. Na gravação *double-frame*, um algoritmo PIV (geralmente correlação cruzada) é utilizado para correlacionar as imagens de partícula em dois instantes de tempos (ADRIAN, 1991; PRASAD, 2000; RAFFEL *et al.*, 2007; ADRIAN e WESTERWEEL, 2011)

A essência da imagem PIV é mapear precisamente a localização de cada partícula (plano/espaço do objeto) no plano de imagem em um procedimento de calibração. O mapeamento deve ser uma função M (conhecida como Função de Mapeamento) que relacione a localização tridimensional da partícula no fluido com o espaço bidimensional do plano de imagem. Existem várias maneiras de determinar essa função.

Por exemplo, em um procedimento de calibração, pode-se utilizar o método dos mínimos quadrados para determinar uma M que aproxima os dados minimizando o erro médio quadrático. O processo de calibração (Figura 1) do sistema é realizado manualmente pela orientação prévia das linhas de visão das câmeras, ajustando-se a lente da câmera e certificando que a imagem completa esteja em foco, tendo como alvo uma placa de calibração. O desenho do alvo de calibração é a parte mais importante da realização deste procedimento. Em geral, diferentes experimentos podem exigir diferentes alvos de calibração. As imprecisões na calibração são causadas por distorção óptica devido ao alinhamento óptico impreciso, imperfeição no design da lente, refração por janelas ópticas, interfaces de fluidos e outros elementos de óptica em um experimento (SOLOFF *et al.*, 1997; RAFFEL *et al.*, 2007; ADRIAN e WESTERWEEL, 2011).

Assim como na PIV clássico 2D, é necessário realizar um procedimento de calibração no sistema *Stereo-PIV* (Figura 2).

Na calibração *Stereo-PIV* é necessário o mapeamento de dois planos para cada câmera, totalizando duas funções de mapeamento por câmera (quatro no total). Em sistemas *Stereo-PIV*, os campos vetoriais 2D-2C da câmera 1 e 2 são reconstruídos para a obtenção do terceiro componente da velocidade. A qualidade da reconstrução do terceiro componente, também chamada de reconstrução 3C, depende da precisão da calibração do sistema *Stereo-PIV*. A reconstrução é precisa quando a imagem calibrada está alinhada com o plano do objeto (plano iluminado) (RAFFEL *et al.*, 2007; ADRIAN e WESTERWEEL, 2011)

O pré-processamento PIV tem como objetivo aumentar a qualidade da imagem obtida na gravação antes de ser feito o cálculo de correlação cruzada no processamento. A escolha do tratamento de imagem feita no pré-processamento pode melhorar ou prejudicar as informações contidas na gravação. Na correlação PIV uma fonte de erro comum é causado pelo *peak locking*, quando o diâmetro de imagem de partícula é na ordem ou menor que 1 *pixel*. Nesse caso, o algoritmo de ajuste de pico não pode avaliar precisamente o

deslocamento médio das partículas com uma precisão *sub-pixel* (RAFFEL *et al.*, 2007; ADRIAN e WESTERWEEL, 2011).

A precisão da medida PIV é uma combinação de uma variedade de aspectos da gravação ao método de avaliação das imagens.

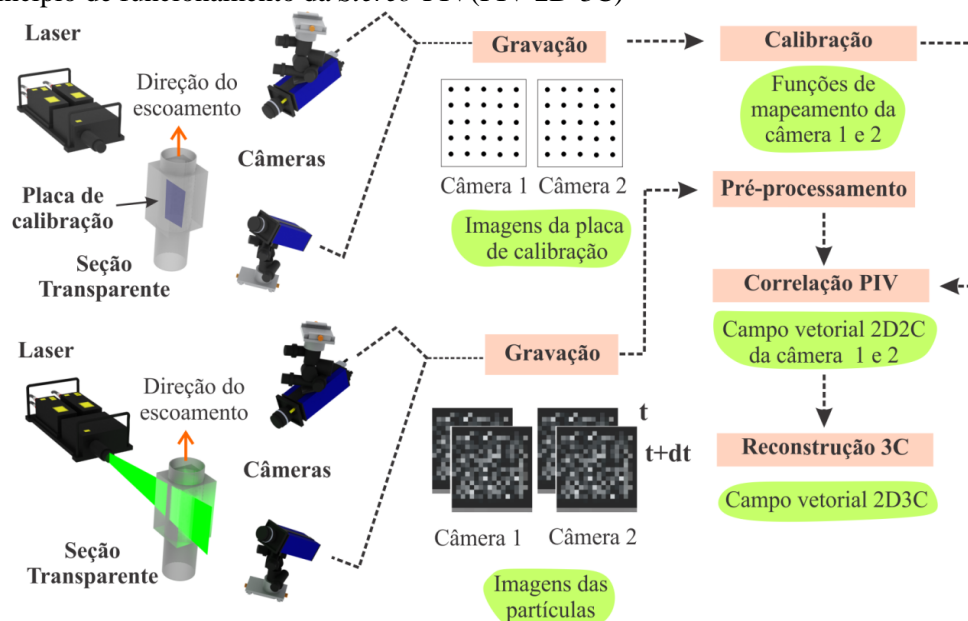
3 ERRO E INCERTEZA EM MEDIDAS PIV

O erro absoluto de medida (Equação 1) na estimativa de um único vetor deslocamento, ε_{tot} , pode ser decomposto em um grupo de erros sistemáticos, ε_{sis} , e um grupo de erros residuais (RAFFEL *et al.*, 2007).

$$\varepsilon_{tot} = \varepsilon_{sis} + \varepsilon_{resid} \quad (1)$$

Para o sistema PIV, os erros sistemáticos incluem todos os erros que surgem devido a inadequação do método estatístico de correlação cruzada na avaliação de uma gravação, tal como suas aplicações em regiões de gradientes ou do uso inapropriado de um estimador de pico subpixel.

Figura 2– Princípio de funcionamento da *Stereo-PIV*(PIV 2D-3C)



(Fonte: Amaral, 2013)

A natureza desses erros é que eles seguem uma tendência que os tornam previsíveis. Pela escolha de um método de análise diferente ou modificando um existente para adequar a gravação específica PIV, os erros sistemáticos podem ser reduzidos ou removidos. O segundo tipo de erros, os residuais, se mantém na forma de uma incerteza de medida mesmo quando todos os erros sistemáticos tenham sido removidos. Na prática, entretanto, não é sempre possível separar completamente os erros sistemáticos dos erros residuais, tal que, o erro total (Equação 2) pode ser expresso como a soma dos erros bias, ε_{bias} , e dos erros randômicos (RMS) ou incerteza de medida, ε_{rms} . Cada vetor deslocamento é associado com um certo grau de estimativa superior ou inferior, daí um erro bias, e algum grau de erros randômicos ou incerteza de medida (RAFFEL *et al.*, 2007).

$$\varepsilon_{tot} = \varepsilon_{bias} + \varepsilon_{rms} \quad (2)$$

4 MÉTODOS DE QUANTIFICAÇÃO DE INCERTEZA (U)

4.1 Método da superfície de incerteza (US)

O método *a posteriori* de superfície de incerteza (*uncertainty surface* - US) desenvolvido por Timmins *et al.* (2012) analisa as imagens gravadas investigando os parâmetros (diâmetro de imagem de partícula, concentração de traçador, deslocamento de imagem de partícula e cisalhamento) que influenciam no erro. Simulações Monte Carlo baseadas em imagens sintéticas foram utilizadas para esse propósito. Uma vez que a incerteza PIV depende do algoritmo (configuração) utilizado, a resposta do algoritmo para a variação de magnitude de cada fonte de erro deve ser sistematicamente testada para gerar uma superfície de incerteza para esse algoritmo. A superfície de incerteza é gerada para cada campo instantâneo de velocidade (TIMMINS *et al.*, 2012;

WIENEKE, 2014; SCIACCHITANO *et al.*, 2014; SCIACCHITANO *et al.*, 2015).

4.2 Método da razão de pico (PPR)

O método da razão de pico (*peak ratio*) desenvolvido por Charonko e Vlachos (2013) assume que a razão do pico mais alto e o segundo pico mais alto, que representa os efeitos de todos os erros presentes no campo de velocidade, é um bom indicador de incerteza. O método depende do algoritmo de correlação PIV utilizado. No presente caso, o método de análise das imagens considerado é o código comercial DaVis 8.1.6, da LaVision, que utiliza uma abordagem de múltiplos passos com deformação de janela de interrogação. Uma relação empírica entre razão de pico (PPR) e incerteza da medida do deslocamento é obtida na Equação 3 (CHARONKO e VLACHOS, 2013; WIENEKE, 2014; SCIACCHITANO *et al.*, 2014; SCIACCHITANO *et al.*, 2015).

$$\begin{cases} U = 0,28 \cdot PPR^{-0,17} & \text{para } PPR \leq 1,85 \\ U = 0,70 \cdot PPR^{-1,62} & \text{para } PPR > 1,85 \end{cases} \quad (3)$$

4.3 Método da disparidade de partícula ou da correspondência de imagem (PD)

O método da disparidade de partícula (PD, Sciacchitano *et al.*, 2013) faz uso do campo de velocidade medido como um indicador para correlacionar as imagens de partículas das gravações por algoritmos de processamento (deformação ou deslocamento de janela). Em cada janela de interrogação, os pares de imagens de partículas são procurados. Em seguida, a imagem de partícula em um dos *frames* é deslocada utilizando o campo de velocidade obtido. No caso ideal (medida exata), as imagens de partículas das duas gravações devem combinar perfeitamente. Em vez disso, as imagens de partículas emparelhadas não correspondência exata (medida real) e um mapa de disparidade posicional é obtido. A

incerteza da medida é finalmente obtida a partir do valor médio e da dispersão estatística do vetor disparidade dentro da janela de interrogação (SCIACCHITANO *et al.* 2013; WIENEKE, 2014; SCIACCHITANO *et al.*, 2014; SCIACCHITANO *et al.*, 2015).

4.4 Método da estatística de correlação (CS)

Similar ao método da disparidade de partícula, o método da estatística de correlação (CS), proposto por Wieneke e Prevost (2014), quantifica a diferença entre duas janelas de interrogação, mapeada uma sobre a outra, pelo campo de deslocamento calculado. Entretanto, ao invés de identificar a contribuição de partículas individuais, este método analisa a contribuição geral dos pixels no formato do pico de correlação. A abordagem baseia-se no pressuposto de que o algoritmo de interrogação PIV deverá sempre produzir um pico de correlação simétrico após a convergência. No entanto, o pico de correlação simétrico surge a partir das contribuições não só das imagens de partículas correspondidas corretamente, mas também do ruído nas gravações. A contribuição das imagens de partículas não correspondidas produz a forma assimétrica do pico de correlação. O desvio padrão das contribuições fornece uma estimativa da assimetria esperada devido ao ruído de imagem, que está relacionado com a incerteza do vetor de deslocamento. Em princípio, este método leva em conta todos os fatores como disparidades de partícula, ruído de imagem de fundo ou movimento para fora do plano das partículas que afetam a função de correlação (WIENEKE, 2014; SCIACCHITANO *et al.*, 2014; WIENEKE, 2015; SCIACCHITANO *et al.*, 2015).

5 AVALIAÇÃO DA QUANTIFICAÇÃO DA INCERTEZA NOS EXPERIMENTOS PIV

Sciacchitano *et al.* (2013, 2014) analisaram experimentalmente os quatro métodos de quantificação de incerteza (US, PPR, PD e CS) e observaram que: (1) Entre os quatro métodos, a abordagem da estatística de correlação (CS) fornece as estimativas de incerteza mais precisas. O erro RMS é normalmente reproduzido com precisão maior que 85% na presença de fontes de erro mais relevantes para experimentos PIV. O método apresenta uma sensibilidade muito boa a variações do erro de medição no intervalo entre 0,03 e 0,25 *pixel*; (2) O método da disparidade de partícula (PD) apresenta sensibilidade satisfatória às variações de erro de medição: no entanto, o método superestima a incerteza de medição quando os erros se encontram abaixo de 0,04-0,05 *pixel*; (3) O método da razão de pico (PPR) exibe uma sensibilidade mais baixa às variações do erro em relação aos métodos CS e PD. Isto pode ser explicado pelo fato de que o método PPR quantifica a incerteza a partir da razão de pico da correlação cruzada, a qual não está diretamente relacionada com o deslocamento medido e (4) O método da superfície de incerteza (US) oferece o potencial para não degradar o seu desempenho, na presença de *peak locking* ou baixa concentração de traçador e pode produzir bons resultados onde a convergência estatística não é alcançada. A principal limitação desse método é de não ser sensível a erros relacionados aos ruídos de imagem e ao movimento para fora do plano das partículas traçadoras.

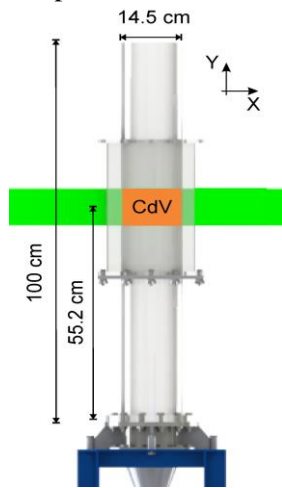
6 ESTUDO DE CASO: INVESTIGAÇÃO DA VELOCIDADE 2D-2C e 2D-3C DA FASE LÍQUIDA EM UMA COLUNA DE BOLHAS

A coluna utilizada e o arranjo do sistema PIV Clássico 2D e Stereo-PIV é a mesma utilizada nos trabalhos de Amaral *et al.* (2014) e Da Costa *et al.* (2014),

respectivamente. O campo de visão investigado está localizado a 55,2 cm do distribuidor de gás (Figura 3).

Nesse trabalho foram utilizadas as câmeras com um deslocamento angular de 80 graus em relação à folha de luz laser para os dois sistemas PIV. O erro da função de mapeamento na calibração foi menor que 0.96 *pixel* e a média da resolução do sistema de imagem foi de 12 *pixels*/mm.

Figura 3 – Campo de visão (CdV) investigado na coluna de bolhas por PIV e *Stereo*-PIV.



(Fonte: Amaral *et al.* (2014) e Da Costa *et al.* (2014))

Foram gravadas 4000 pares de imagens com uma frequência de 4.2 Hz. Depois da gravação das imagens, foi feito o pré-processamento utilizando sequencialmente um filtro RMS (*Root Mean Square*) 3x3 *pixels*, SSM (*Subtract Sliding Minimum*) 3x3 *pixels*, definindo os valores de intensidade de *pixel* resultante menor que 5 e maior que 50 counts como 0 e 50 counts, respectivamente.

Foi utilizada a correlação cruzada padrão aplicando a avaliação de múltiplos passos com diminuição da janela de interrogação (inicial de 256 *pixels* e final de 128 *pixels*) utilizando o *Adaptive* PIV (WIENEKE e PFEIFFER, 2010) para mudar o tamanho e a forma da janela de interrogação automaticamente de acordo com a concentração de imagem de partícula local e

com os gradientes de velocidade com o objetivo de aumentar o coeficiente de correlação e o SNR. Além disso foi utilizado a sobreposição da janela de interrogação com sua vizinhança (inicial de 50% e final de 75%). Foram definidos 2 e 3 passos para os tamanhos inicial e final da janela de interrogação para garantir a convergência na determinação do deslocamento da imagem de partícula. A Função de Mapeamento obtida no procedimento de calibração e a informação do deslocamento da imagem de partícula do primeiro passo foi aplicada na reconstrução da imagem utilizando uma interpolação bicúbica. Na detectibilidade de pico foi utilizado um estimador de três pontos e uma função Gaussiana para o ajuste de pico. Para estimar a incerteza, foi utilizado o método da estatística de correlação de Wieneke (2014) presente no software Davis 8.2.2 da LaVision.

As Figuras 4 e 5 apresentam as distribuições da média temporal da velocidade (sem pós processamento PIV e com interpolação bicúbica do campo vetorial) e da sua incerteza, respectivamente, obtidas pela PIV Clássica 2D e *Stereo*-PIV. É observada uma pequena diferença na distribuição da média temporal da velocidade e uma grande diferença na distribuição da incerteza determinada pela PIV Clássica 2D e *Stereo*-PIV. A Figura 6 mostra que a incerteza determinada para as componentes X e Y da velocidade, V_x e V_y , diminuem utilizando a técnica *Stereo*-PIV. Isso se deve pelo efeito do movimento para fora do plano (*out-of-plan*) de luz na determinação de V_x e V_y . A incerteza na determinação da média temporal da velocidade pela *Stereo*-PIV é maior devido à presença da incerteza de V_z (mesmo com V_x e V_y menor do que a determinada por PIV Clássica 2D). É observado também que a condição de parede ($V = 0$) não é satisfeita. Isso pode ser explicado pela resolução espacial da técnica que é incapaz de determinar pequenas estruturas próximas à parede.

Figura 4 – Distribuição da média temporal da velocidade (sem pós processamento PIV e com interpolação bicúbica do campo) obtido pela (a) PIV Clássica 2D e (b) *Stereo*-PIV.

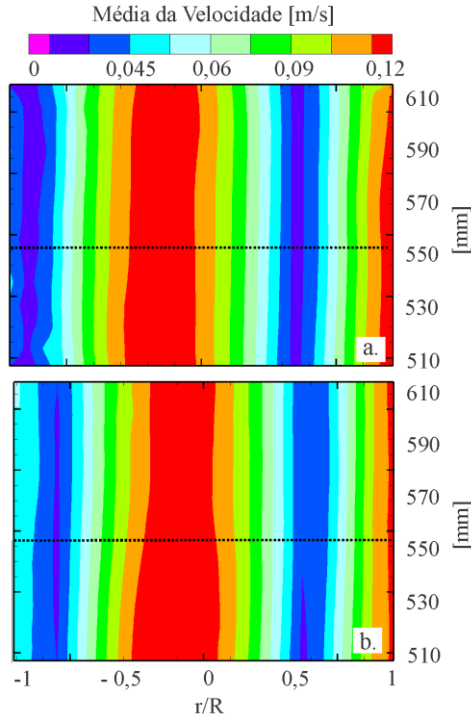


Figura 5 – Distribuição da Incerteza da média temporal da velocidade obtido pela (a) PIV Clássica 2D e (b) *Stereo*-PIV.

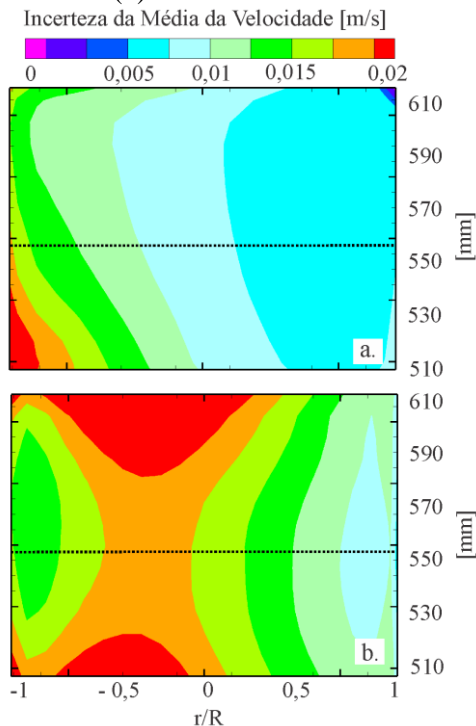
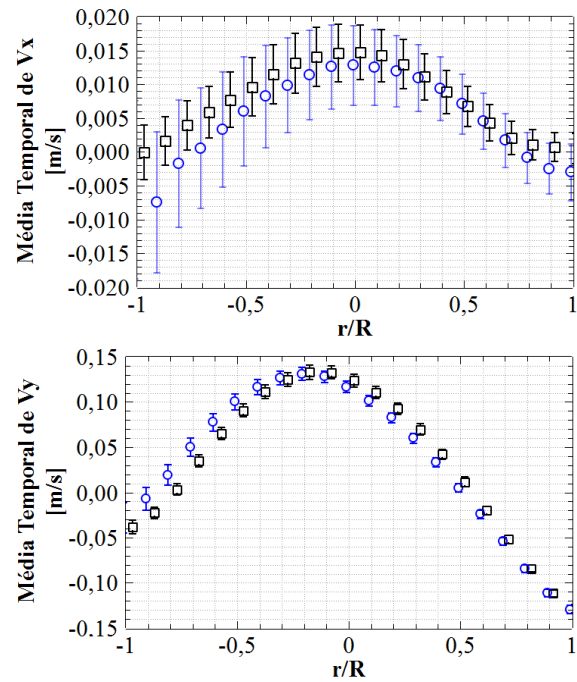


Figura 6 – Perfil da média temporal do componente X e Y da velocidade (V_x e V_y) obtido pela (a) PIV Clássica 2D (\circ) e (b) *Stereo*-PIV (\square) em $Y = 552$ mm (linha preta na Figura 4 e 5).



5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Além de apresentar as principais fontes de erro em medidas PIV 2D-2C e 2D-3C, esse trabalho apresentou alguns métodos para quantificar a incerteza: superfície de incerteza (US), disparidade de partícula (PD), razão de pico (PPR) e estatística de correlação (CS). Entre os quatro métodos, a abordagem da estatística de correlação (CS) fornece as estimativas de incerteza mais precisas. Além disso, um estudo de caso foi feito analisando as incertezas das velocidades 2D-2C e 2D-3C da fase líquida do escoamento em uma coluna de bolhas por PIV. Foi observado uma pequena diferença na distribuição da média temporal da velocidade, porém, para a distribuição da incerteza pelo método CS, a técnica *Stereo*-PIV apresentou valores mais elevados em comparação à PIV Clássica 2D. Tal fato pode ser explicado pela presença de V_z , que influenciará mesmo tendo as

incertezas de V_x e V_y menores do que aquelas determinadas pela PIV Clássica 2D. Por outro lado, verificou-se que a incerteza das componentes X e Y da velocidade diminuem utilizando a técnica *Stereo-PIV*.

REFERÊNCIAS

- ADRIAN, R. J. Dynamic ranges of velocity and spatial resolution of particle image velocimetry **Meas. Sci. Technol.** V. 8 1393. 1997
- AMARAL, R. L., **Uso da Velocimetria por Imagem de Partícula (PIV) na Indústria do Petróleo**, Palestra UFPE, Recife- PE, 2013.
- AMARAL, R. L; FORERO, D. I. S.; Da COSTA, K. K.; VIANNA, S. S. V.; TARANTO, O. P.; MORI, M. **Efeito da função de mapeamento na distribuição da velocidade da fase líquida na seção de uma coluna de bolhas por PIV**. Congresso Brasileiro de Engenharia Química (COBEQ). Florianópolis-SC. Brasil. 2014.
- AMARAL, R. L; G. J. CASTILHO; VIANNA, S. S. V. e MORI, M. **Tomographic Particle Image Velocimetry (Tomographic-PIV): é possível medir concentração de partículas?** Congresso Brasileiro de Sistemas Particulados (ENEMP). São Carlos. Brasil. 2015 (Submetido).
- BRODER, D.; SOMMERFELD, M. An advanced LIF-PLV system for analysing the hydrodynamics in a laboratory bubble column at higher void fractions. **Experiments in Fluids**. V 33. 826–837. 2002
- BRODER, D.; SOMMERFELD, M. Experimental and numerical studies of the hydrodynamics in a bubble column. **Chemical Engineering Science**. V 54. 4913-4920. 1999.
- BRODER, D.; SOMMERFELD, M. Planar shadow image velocimetry for the analysis of the hydrodynamics in bubbly flows **Meas. Sci. Technol.** Vol 18. p 2513–2528. 2007
- CHARONKO, J. J. e VLACHOS, P. P. Estimation of uncertainty bounds for individual particle image velocimetry measurements from cross correlation peak-ratio. **Meas Sci Technol**. V. 24. 16pp. 2013.
- Da COSTA, K. K.; FORERO, D. I. S.; AMARAL, R. L.; TARANTO, O. P.; VIANNA, S. S. V.; MORI, M. **Efeito da autocalibração para Stereo-PIV na distribuição da velocidade 2D3C da fase líquida em uma seção de uma coluna de bolhas**. Congresso Brasileiro de Engenharia Química (COBEQ). Florianópolis-SC. Brasil. 2014.
- FINCHAM, A. M. e DELERCE, G. Advanced optimization of correlation imaging velocimetry algorithms. **Exp. Fluids** V. 29 S13–22. 2000.
- FINCHAM, A. M. e SPEDDING, G. R. Low cost, high resolution DPIV for measurement of turbulent fluid flow. **Exp. Fluids** V. 23 449–62. 1997.
- HARIHARAN, P.; GIARRA, M.; REDDY, V.; DAY, S. W.; MANNING, K. B.; DEUTSCH, S.; STEWART, S. F. C.; MYERS, M. R.; BERMAN, M. R.; BURGEE, G. W.; PATERSON, E. G. e MALINAUSKAS, R. A. Multilaboratory particle image velocimetry analysis of the FDA benchmark nozzle model to support validation of computational fluid dynamics simulations. **J. Biomech. Eng.** Vol. 133. 041002. 2011.
- KEANE, R D. e ADRIAN, R. J. Theory of cross-correlation analysis of PIV images **Appl. Sci. Res.** V. 49 191–215. 1992

LECORDIER, B.; DEMARE, D.; VERVISCH, L. M. J.; RÉVEILLON, J. e TRINITÉ, M. Estimation of the accuracy of PIV treatments for turbulent flow studies by direct numerical simulation of multiphase flow. **Meas. Sci. Technol.** V. 12 1382. 2001.

OBERKAMPF, W. L. e ROY, C. J. **Verification and Validation in Scientific Computing** Cambridge University Press. 2010

PRASAD, A. Particle image velocimetry - Review article. **Current Science**, v. 79, p. 51-60, 2000.

RAFFEL, M.; WILLERT, C.; KOMPENHANS, J. **Particle image velocimetry: a practical guide**. Second Edition. Berlin Heidelberg: Springer Verlag, 2007.

SCARANO, F. e RIETHMULLER, M. L. Advances in iterative multigrid PIV image processing **Exp. Fluids**. V 29. S51–60. 2000.

SCIACCHITANO, A.; NEAL, D. R.; SMITH, B. L.; WARNER, S. O.; VLACHOS, P. P.; WIENEKE, B. E SCARANO, F. **Collaborative framework for PIV uncertainty quantification: comparative assessment of methods**. 17th International Symposium on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics. Lisboa, Portugal, 07-10 Julho, 2014.

SCIACCHITANO, A.; WIENEKE, B. e SCARANO F. PIV uncertainty quantification by image matching. **Meas. Sci. Technol.** V. 24. 2013.

SHAFFER, F., GOPALAN, B.; BREAU, R. W.; COCCO, R.; KARRI, S. R. R. ; HAYS, R.; KNOWLTON, T. High speed imaging of particle flow fields in CFB risers. **Powder Technology**. V. 242. 86–99. 2013.

SOLOFF, S.; ADRIAN, R.; LIU, Z. Distortion compensation for generalized

stereoscopic particle image velocimetry. **Measurement Science and Technology**, v. 8, p. 1441-1454, 1997.

STANISLAS, M.; KOMPENHANS, J. E WESTERWEEL, J. **Particle Image Velocimetry: Progress towards Industrial Application**. Dordrecht: Kluwer. 56. 2000

TIMMINS, B. H.; WILSON, B.W.; SMITH, B. L. E VLACHOS P. P. A method for automatic estimation of instantaneous local uncertainty in particle image velocimetry measurements, **Exp Fluids**. v.53 pp 1133–1147, 2012.

WERNET, M. P. **PIV for turbomachinery applications, optical science, engineering and instrumentation** Int. Society of Optics and Photonics pp 2–16. 1997

WESTERWEEL, J. Fundamentals of digital particle image velocimetry **Meas. Sci. Technol.** V. 8 1379–92. 1997

WIENEKE, B. e PFEIFFER, K. **Adaptive PIV with variable interrogation window size and shape**. 15th Int Symp on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics, Lisbon, Portugal. 2010.

WIENEKE, B. e PREVOST, R. **DIC uncertainty estimation from statistical analysis of correlation values**. Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series, pp 125-136. 2014.

WIENEKE, B. **Generic a-posteriori uncertainty quantification for PIV vector fields by correlation statistics**. 17th International Symposium on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics. Lisboa, Portugal, 07-10 Julho, 2014.

WIENEKE, B. PIV uncertainty quantification from correlation statistics. **Meas. Sci. Technol.** v 26. 2015.