

## MODELAGEM CFD DE UM REATOR RISER-FCC USANDO O MODELO CINÉTICO DE LUMPING CONTINUO

J.L. GÓMEZ<sup>1\*</sup>, W. P. MARTIGNONI<sup>2</sup>, R. OCONE<sup>3</sup>, M. MORI<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Química

<sup>2</sup>PETROBRAS, AB-RE/TR/OT

<sup>3</sup>Heriot-Watt University, Department of Chemical Engineering

\*e-mail: jogover@gmail.com

### RESUMO

Sabe-se que os efeitos da hidrodinâmica sobre a seletividade e conversão dos produtos devem ser considerados na descrição cinética das reações do craqueamento catalítico fluidizado (FCC). Embora, os testes experimentais sejam bastante desejados, seu custo e tempo muitas vezes os tornam inviáveis, especialmente em equipamentos de escala industrial. Desse modo, a fluidodinâmica computacional (CFD) considera-se uma ferramenta útil no projeto e otimização desses processos. Não obstante, a modelagem das reações FCC não é uma tarefa fácil, já que, envolve um alto número de reações e componentes, por isso frequentemente tem-se utilizado abordagens cinéticas baseadas em pseudo-componentes para representar as reações, porém existem algumas limitações na descrição precisa destes pseudo-componentes. Neste trabalho propõe-se a utilização de uma abordagem inovadora em que funções de distribuição da espécie química são aplicadas para descrever a cinética das reações FCC sendo considerada a mistura reativa como contínua. No estudo pretende-se avaliar a implementação do modelo cinético de *lumping* contínuo em junção com a hidrodinâmica associada de um leito fluidizado circulante (CFB) para prever o rendimento dos produtos de uma unidade FCC industrial. Resultados preliminares mostraram uma adequada concordância com dados experimentais reportados na literatura, sendo possível desse modo, descrever reações em misturas complexas com um número reduzido de parâmetros cinéticos além de maior detalhamento das reações de craqueamento.

### 1 INTRODUÇÃO

Os leitos fluidizados são utilizados para diversos processos na indústria química, especialmente em processos com reações químicas, como o craqueamento catalítico fluidizado. O objetivo dos processos de FCC é aumentar a relação H/C convertendo hidrocarbonetos de alto peso molecular em produtos de maior valor agregado tais como a produção de gasolina e diesel. Desse modo, as unidades de FCC oferecem uns dos maiores potenciais no aumento da rentabilidade das

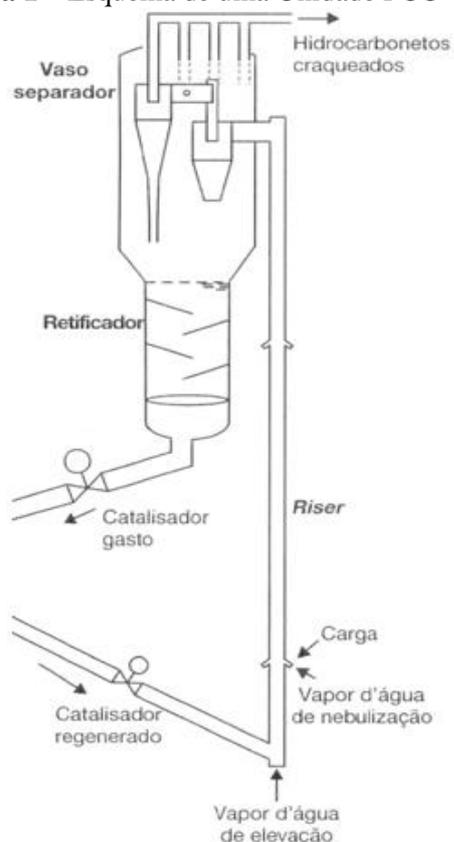
refinarias sendo segundo alguns autores como o coração da indústria do refino (FAHIM, ALSAHHAF e ELKILANI, 2010).

Em vista que os processos FCC envolvem sistemas reativos em escoamentos multifásicos com múltiplos componentes, os efeitos hidrodinâmicos sobre a seletividade e conversão são importantes na cinética das reações e, por conseguinte uma das maiores preocupações na sua modelagem trata-se em descrever cuidadosamente a química das mesmas. (PÄRSSINEN e ZHU, 2001).

## 1.1 Descrição do Processo

De acordo com Gray e Handwerk (2001) a unidade FCC compõe-se de três seções principalmente: reação, regeneração e separação. A seção de reação consiste em um reator ascendente (*riser*), em que a carga do processo (gasóleo) é introduzida em conjunto com uma mistura de catalisador e vapor de água como mostra a Figura 1. A carga é alimentada no *riser* através de injetores, cujo objetivo, é dispersar finamente em gotículas a carga para favorecer sua vaporização. Entretanto, o catalisador além da sua atividade catalítica, serve como transporte do calor necessário na vaporização da carga (650-710°C), assim como fornecer a energia térmica para que ocorram as reações de craqueamento (SADEGHBEIGI, 2000).

**Figura 1** – Esquema de uma Unidade FCC



Fonte: Brasil et al. (2012).

A fluidização do sistema é feita devido às grandes vazões de vapor de água e hidrocarbonetos vaporizados, realizando o arraste das partículas sólidas do catalisador em direção ao topo do *riser* em altas velocidades. Nesse percurso, as moléculas de maior peso são quebradas em moléculas mais leves ao contato com o catalisador, sob condições de pressões moderadas (1-5 bar) e altas temperaturas (480-550 °C) conforme o tipo de carga, catalisador ou produtos de interesse (FAHIM, ALSAHHAF e ELKILANI, 2010).

Finalmente, após passar pelo *riser*, o catalisador é separado dos produtos das reações de forma rápida na seção de separação (*stripper*) e finalmente o coque depositado no catalisador é queimado na seção de regeneração para recuperar sua atividade catalítica.

## 1.2 Reações de craqueamento catalítico

Visto que nas reações de craqueamento catalítico do processo FCC, os diversos componentes (e.g., parafinas, naftênicos, olefinas, aromáticos, poli aromáticos) que compõem a carga reagem de formas diferentes; é importante considerar um esquema cinético adequado para obter uma maior compreensão dos fenômenos que ocorrem no sistema, bem como as características e quantidades dos produtos (BASAK et al., 2004).

Devido ao grande número de espécies químicas, considerar um esquema completo envolvendo todas as reações FCC pode ser bastante complexo, por isso, algumas simplificações são necessárias. Uma dessas simplificações consiste em aglomerar vários componentes químicos com características similares em um componente só, chamado *lump*. Assim, estes podem ser utilizados para descrever a cinética das reações em termos de um número reduzido de pseudocomponentes (FAHIM, ALSAHHAF e ELKILANI, 2010).

Na literatura existem muitos trabalhos que reportam o comportamento dinâmico das reações FCC ao longo do *riser* (GAO et al., 1999; CHANG et al., 2012) porém, a maioria desses modelos é baseada em abordagens tradicionais de *lumps* discretos, que podem apresentar desvantagens na capacidade de predição do rendimento dos produtos, quando são mudadas as características da carga do processo (*Feedstock*) (ANCHYETA, 2011). Outra das limitações dessa abordagem deve-se ao elevado número de parâmetros cinéticos necessários conforme aumenta o número dos pseudo-componentes.

Por conseguinte, tem-se realizado grandes esforços focados na descrição detalhada da cinética envolvendo o maior número de reações químicas possíveis, em que uma série reduzida de parâmetros cinéticos e maiores informações acerca da caracterização do *feedstock* sejam requeridas, em que o modelo de *lumping* contínuo apresenta grandes vantagens.

### 1.2.1 Modelo cinético *lumping* contínuo

Nessa abordagem a mistura reativa é considerada sendo uma distribuição contínua em relação a propriedades ou características que representam os pseudocomponentes da mistura (e.g. número de carbonos, peso molecular, ponto de ebulição TBP, etc.).

Conforme a literatura, nas reações de craqueamento os compostos mais pesados reagem com maior rapidez que aqueles compostos mais leves, por conseguinte, a reatividade de cada componente pode ser associada com uma propriedade intrínseca do através de uma função. Essa função foi representada por Laxminarasimhan, Verna e Ramachandran (1996) na Equação 1 como uma lei de potência, já que maioria de dados reportados na literatura segue esse comportamento.

$$\frac{k}{k_{max}} = \theta^{1/\alpha} \quad (1)$$

Por outro lado, a concentração de qualquer pseudocomponente (*i*) da mistura reativa pode ser avaliada da seguinte forma:

$$C_i(t) di = C(\theta, t) d\theta \quad (2)$$

Em que,  $d\theta$  representa o pseudo-componente definido a partir de uma propriedade ou característica deste e  $C(\theta, t)$  corresponde à função de distribuição de concentração. Realizando uma substituição de variáveis ( $i \rightarrow k$ ) na Equação 2 podemos encontrar a seguinte expressão:

$$C(\theta, t) d\theta = C(k, t) D(k) dk \quad (3)$$

Onde,

$$D(k) = \frac{di}{dk} = \frac{di}{d\theta} \frac{d\theta}{dk} \quad (4)$$

Entretanto, derivando a Equação 1 e assumindo que  $di/d\theta \approx N$  quando o número total de pseudocomponente  $N \rightarrow \infty$ , o operador  $D(k)$  torna-se:

$$D(k) = N \frac{\alpha}{k_{max}^\alpha} k^{\alpha-1} \quad (5)$$

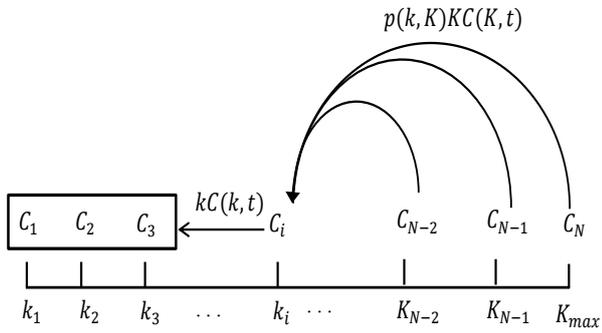
Finalmente, a representação contínua da mistura pode ser dada pela seguinte equação:

$$C(t) = \int_0^\infty C(k, t) D(k) dk \quad (6)$$

Entretanto, o balanço de material da espécie com reatividade (*k*) pode ser vista na Figura 2. Esta pode ser descrita para um sistema fechado de acordo com a seguinte equação.

$$\frac{dC(k, t)}{dt} = \int_k^{K_{max}} p(k, K) \cdot K \cdot C(K, t) D(K) dK - kC(k, t) \quad (7)$$

**Figura 2** – Esquema de Balanço de material



Fonte: Autor.

Em que,  $p(k,K)$  determina a formação da espécie com reatividade ( $k$ ) a partir de espécies com reatividade maior ( $K$ ) e pode ser representada através de uma função Gaussiana assimétrica da reatividade dos componentes do modelo, de acordo com a as seguintes expressões:

$$P(k, K) = \frac{1}{S_o \sqrt{2\pi}} \left[ e^{-\left(\frac{\left(\frac{k}{K}\right)^{a_0} - 0.5}{a_1}\right)^2} - A - B \right] \quad (8)$$

Onde,

$$A = e^{-\left(\frac{0.5/a_1}\right)^2} \quad (9)$$

$$B = \delta \left[ 1 - \left(\frac{k}{K}\right) \right] \quad (10)$$

$$S_o = \int_0^K \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[ e^{-\left(\frac{\left(\frac{k}{K}\right)^{a_0} - 0.5}{a_1}\right)^2} - A - B \right] D(k) dk \quad (11)$$

Os parâmetros  $k_{max}$ ,  $\alpha$ ,  $\delta$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  são utilizados para ajustar o modelo e são específicos do sistema, dependendo do tipo de catalisador, atividade e impurezas presentes na carga. Embora essa abordagem tem-se utilizado para descrever mecanismos reação em misturas complexas em outros processos,

tais como a polimerização e hidroconversão (ADAM et al., 2012; ELIZALDE e ANCHEYTA, 2011), ainda não existem trabalhos reportados na literatura em reatores *riser-FCC*.

## 2 MODELAGEM MATEMATICA

A fim de descrever o escoamento gás-sólido no reator, foi utilizada uma abordagem *Eulerian-Eulerian*, em que ambas as fases são consideradas contínuas e interpenetráveis, interagindo entre si. Entretanto o esquema cinético de *lumping* contínuo foi incorporado para descrever as reações.

Nessa abordagem as equações de conservação (movimento, massa e energia) são resolvidas separadamente para cada fase (gás-sólido), com termos adicionais que representam as interações entre as mesmas. As equações de transporte são mostradas a seguir:

### 2.1 Equações de continuidade

$$\frac{\partial(\varepsilon_g \rho_g)}{\partial t} + \nabla \cdot (\varepsilon_g \rho_g v_g) = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial(\varepsilon_s \rho_s)}{\partial t} + \nabla \cdot (\varepsilon_s \rho_s v_s) = 0 \quad (13)$$

### 2.2 Equações de movimento

$$\frac{\partial(\varepsilon_g \rho_g v_g)}{\partial t} + \nabla \cdot (\varepsilon_g \rho_g v_g v_g) = \nabla \cdot \tau_g + \varepsilon_g \rho_g \bar{g} - \varepsilon_g \nabla p - \beta(v_g - v_s) \quad (14)$$

$$\frac{\partial(\varepsilon_s \rho_s v_s)}{\partial t} + \nabla \cdot (\varepsilon_s \rho_s v_s v_s) = \nabla \cdot \tau_s + \varepsilon_s \rho_s \bar{g} + \varepsilon_s \nabla p_s + \beta(v_g - v_s) \quad (15)$$

### 2.3 Equações de energia

$$\frac{\partial(\varepsilon_g \rho_g h_g)}{\partial t} + \nabla \cdot (\varepsilon_g \rho_g h_g v_g) = \nabla \cdot [\varepsilon_g \lambda_g \nabla T] - Q_r + Q_{g/s} \quad (16)$$

$$\frac{\partial(\varepsilon_s \rho_s h_s)}{\partial t} + \nabla \cdot (\varepsilon_s \rho_s h_s v_s) = \nabla \cdot [\varepsilon_s \lambda_s \nabla T] - Q_{g/s} \quad (17)$$

### 2.4 Equações da espécie química

$$\frac{\partial(\varepsilon_g \rho_g Y_g^i)}{\partial t} + \nabla \cdot (\varepsilon_g \rho_g Y_g^i v_g) = \nabla \cdot (\varepsilon_g \rho_g \Gamma_i \nabla Y_g^i) + (1 - \varepsilon_g) \phi R_i \quad (18)$$

Em que, segundo o modelo cinético de *lumping* contínuo a taxa líquida de reação ( $R_i$ ) é representada da seguinte maneira:

$$R_i = \int_k^{K_{max}} p(k, K) \cdot K \cdot C(K, t) D(K) dK - kC(k, t) \quad (19)$$

## 3 MODELO CFD

No estudo foi considerado um reator *riser*-FCC industrial com diâmetro 0.71m e altura 33m. Na fase particulada foram usadas propriedades do catalisador FCC com uma relação de 7.2 catalisador/gasóleo e temperatura de 900K na entrada do reator. Entretanto, na fase gás foi considerada uma mistura de gasóleo e vapor de água com velocidade superficial de 9 m/s e temperatura de 550K. Neste estudo o software CFD comercial ANSYS CFX 14.0 foi usado para simular o escoamento através do reator.

A reatividade dos pseudocomponentes da mistura foi associada ao peso molecular dos mesmos e os parâmetros do modelo foram estabelecidos a partir de informações da literatura baseada em outros processos

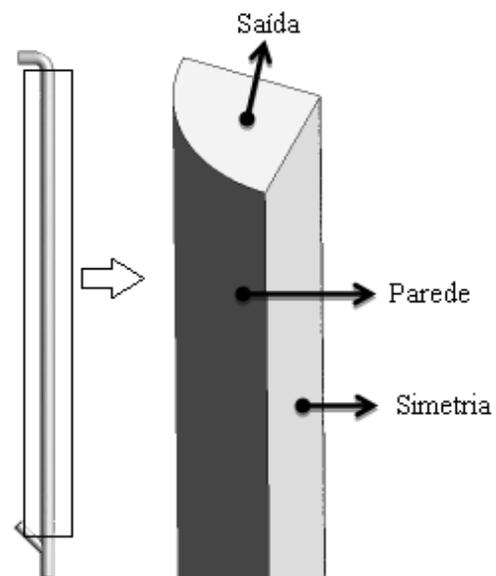
similares de craqueamento. Desse modo, foram incorporadas as reações cinéticas através de uma sub-rotina Fortran utilizando o modelo de *lumping* contínuo. Os pseudocomponentes da mistura reativa foram estabelecidos conforme mostra a Tabela 1.

**Tabela 1** – Definição dos pseudo-componentes.

Índice	Lump	Peso molecular médio
1	Coke	-
2	C1-C2	25
3	C3-C4	50
4	C5-C7	100
5	C8-C11	150
6	C12-C14	200
7	C15-C21	300
8	C22-C28	400
9	>C29	500

Fonte: Autor.

**Figura 3** – Domínio do reator *riser*-FCC



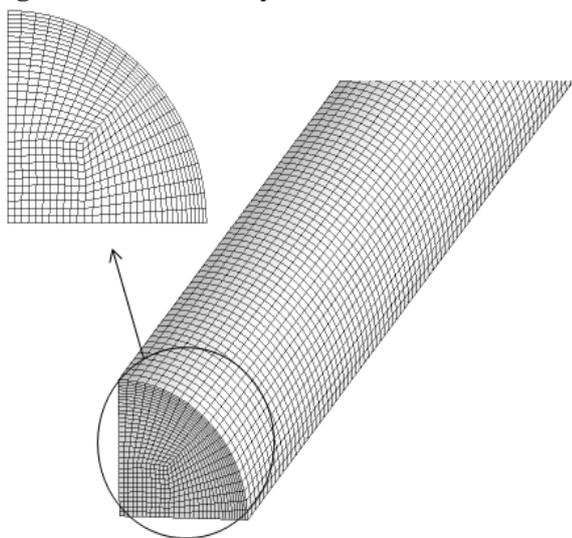
Fonte: Autor.

A fim de caracterizar a turbulência do escoamento foi utilizado na fase gás o modelo de turbulência  $k-\varepsilon$  amplamente usado na literatura (WILCOX, 1993). Entretanto, o modelo de arraste de Gidaspow (1994) foi considerado para quantificar as interações

entre ambas as fases. No intuito de diminuir o esforço computacional, foram utilizadas condições de simetria na geometria em que foi considerada somente  $\frac{1}{4}$  do domínio do *riser* como pode ser visto na Figura 3. Por outro lado, condições de parede na fase gás de não escorregamento e escorregamento livre na fase sólido também foram estabelecidas.

Foi gerada uma malha estruturada 3D baseada em informações de malhas feitas em outros trabalhos com dimensões e condições de operação similares as expostas acima. Autores como Li et al. (2013) criaram uma malha com 75.000 elementos para  $\frac{1}{4}$  da geometria do *riser* enquanto que Chang et al. (2012) consideraram cerca de 380.000 elementos em uma geometria completa do *riser*. Desse modo, foram considerados 290.000 elementos levando em conta parâmetros de qualidade de malha e um numero suficientes de elementos para garantir a independências numéricas dos resultados. Além disso, foi feito um refinamento na região da parede como mostra a Figura 4 para prever da melhor maneira possível essa região já que se esperam gradientes mais elevados.

**Figura 4** – Malha computacional



Fonte: Autor.

Esquemas de alta ordem tais como *high resolution* e *second order backward Euler* disponíveis no software foram utilizados na discretização dos termos de advecção e transiente respectivamente. Entretanto, o passo de tempo foi estimado garantindo um *Courant number* inferior 1. Foi constatado através do monitoramento de diversas variáveis de interesse que um tempo de 5s era suficiente para a simulação atingir um estado estacionário. Por outro lado, foi estabelecido um erro residual RMS inferior a  $10^{-4}$  para todas as equações de conservação como critério de convergência, sendo comumente utilizado em simulações em escala industrial e sugerido pelo manual do usuário do software.

#### 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

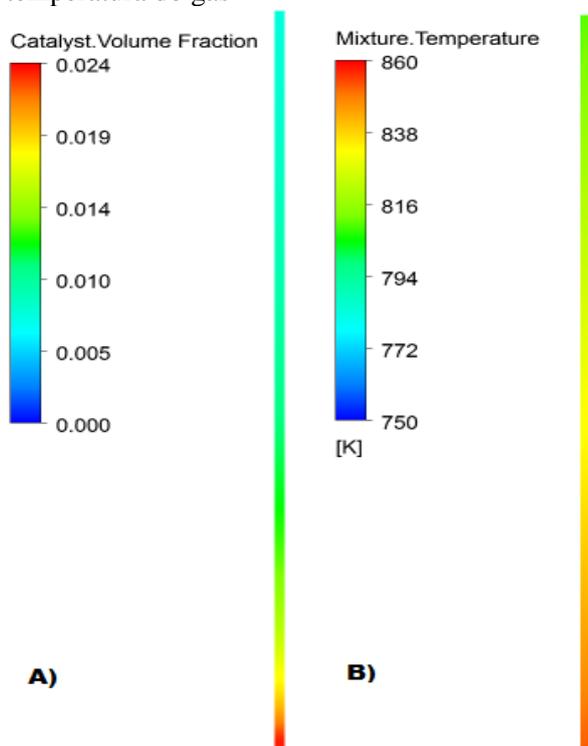
Os resultados apresentados nessa seção foram obtidos após a simulação atingir um estado estável. Observe-se na Figura 5a a distribuição do catalisador ao longo do *riser*. Percebe-se uma região densa no fundo do reator e, diluindo-se conforme o catalisador ascende ao longo do reator. É possível observar após altura de 15 m uma distribuição mais homogênea do catalisador.

Por outro lado, na região de maior concentração de catalisador existe uma maior troca de calor como mostra a Figura 5b atingindo temperaturas de 850K na fase gás. Devido que as reações de craqueamento catalítico são altamente endotérmicas é possível perceber na Figura 5b que temperatura da fase gasosa diminui conforme regem os diversos componentes da mistura reativa ao longo do reator atingindo uma temperatura de 809K na saída do reator.

Note-se na Figura 6 que os pseudo-componentes mais pesados L8 e L9 reagem formando produtos de menor peso molecular. Os pseudo-componentes L6 e L7 atingem rapidamente um máximo de produção à altura de 10m aproximadamente, no entanto sua produção decresce devido a reações

secundárias ou *overcracking* reportada na literatura também por outros autores (GAO et al., 1999; CHANG et al., 2012). Já o pseudo-componente L5 mostra uma produção máxima na altura de 20m permanecendo quase constante no resto do percurso do *riser*. Os demais pseudo-componentes, todos apresentam um incremento gradual conforme aumenta a altura do reator.

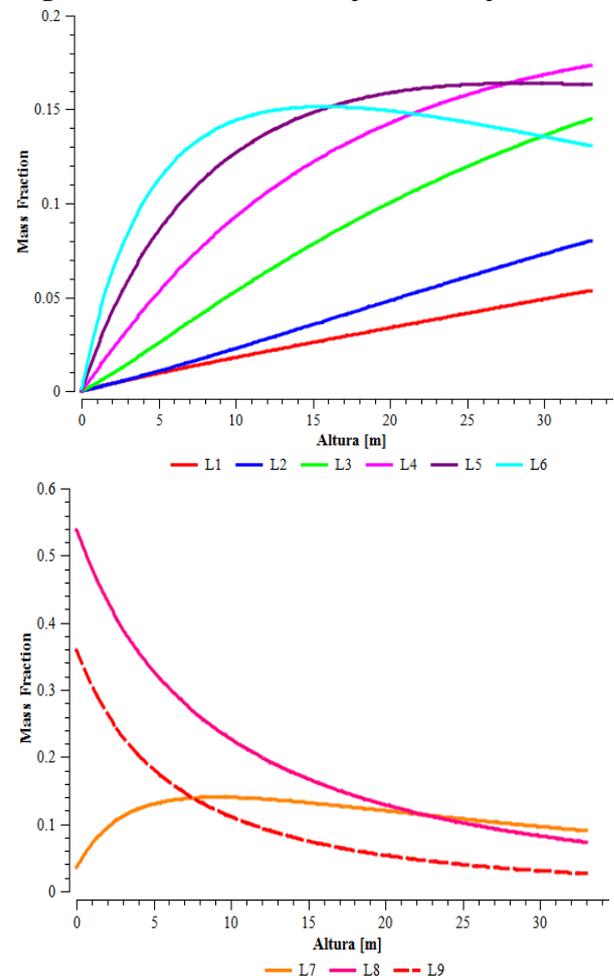
**Figura 5** – Perfis de concentração de sólido e temperatura do gás



Fonte: Autor.

Já que as grandes moléculas são divididas em moléculas menores, tem-se uma expansão volumétrica da fase gás e conseqüentemente um acréscimo da velocidade desta. Na Figura 7b pode-se verificar expansão do gás através da diminuição da densidade. Percebe-se que a partir de 20m a densidade da fase gás apresenta uma menor variação ao longo do *riser* conforme as taxas de reação dos compostos mais pesados decrescem.

**Figura 6** – Rendimento dos pseudocomponentes

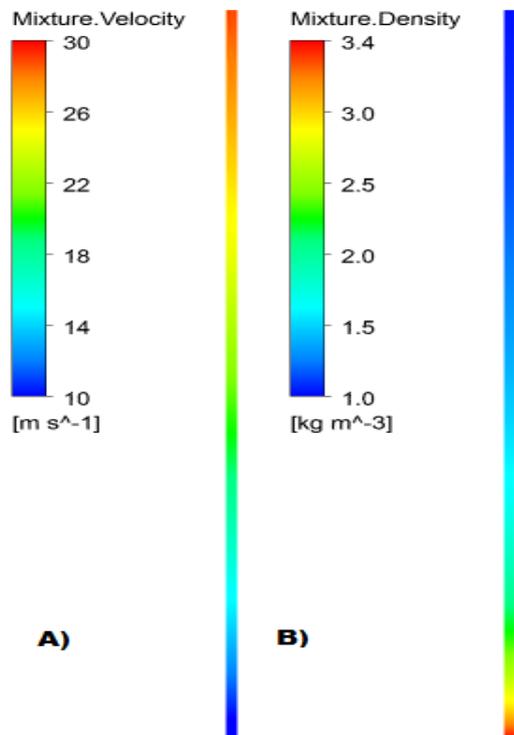


Fonte: Autor.

Entretanto, note-se um aumento de cerca de três vezes da velocidade de entrada da mistura gás na Figura 7a. Cabe salientar que devido á força de arraste, o aumento da velocidade favorece uma maior fluidização da fase sólida dentro do reator.

Sendo o gasóleo uma mistura contínua a distribuição dos pseudo-componentes tanto na carga de alimentação do reator quanto na saída após a reação pode ser visto na Figura 8. Percebe-se a preferéncia do craqueamento dos componentes mais pesados para a produção dos pseudo-componentes associados na faixa da gasolina (L4+L5) característico dos processos FCC.

**Figura 7** – Perfis da velocidade e densidade do gás

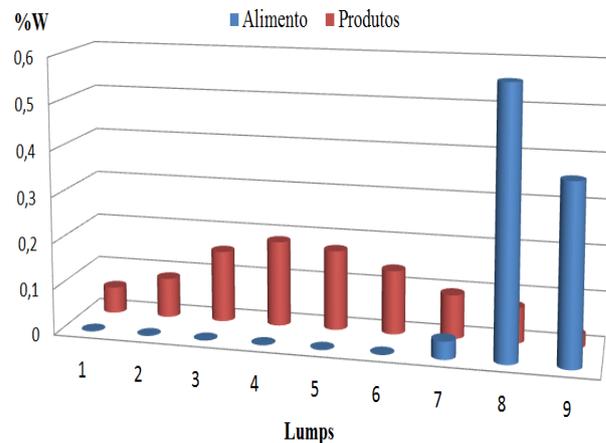


Fonte: Autor.

A fim de validar a predição do modelo, foram comparados os resultados de rendimento dos diversos produtos na saída do *riser* com dados de planta reportados na literatura, apresentados na Tabela 2. Apesar de algumas diferenças na escala e condições de operação entre o modelo CFD e o *riser* industrial reportado, pode-se observar uma concordância qualitativa dos resultados, mostrando que o modelo cinético de *lumping* contínuo pode ser adequado para descrever as reações químicas que ocorrem nos processos FCC.

O modelo apresenta uma boa estimativa da gasolina e LPG com desvios relativos de 1,8% e 8,3% respectivamente, entretanto os outros pseudo-componentes apresentaram desvios maiores a 10%. Essas diferenças podem ser possíveis devido às simplificações feitas na modelagem CFD, bem como a falta de informação das características da carga e catalisador raramente disponível na literatura.

**Figura 8** – Distribuição de pseudocomponentes.



Fonte: Autor.

**Tabela 2** – Comparação dos resultados do modelo com dados experimentais.

Item	Lump	Modelo	*Chang
Coque	L1	5,78	8,26
Gás seco	L2	8,66	4,75
LPG	L3	15,61	15,33
Gasolina	L4-L5	36,04	39,29
Diesel	L6-L7	23,42	27,45
Carga não convertida	L8-L9	10,48	4,92

Fonte: \*Chang et al. (2012).

Cabe salientar que existem ainda muitos desafios na incorporação deste tipo de modelos cinéticos na modelagem dos processos FCC via CFD, que envolvem diversos aspectos das reações, tais como a desativação do catalisador, a cinética heterogênea das reações catalíticas, distribuição assimétrica do catalisador, etc., que precisam ser estudados amplamente no futuro.

## 5 CONCLUSÕES

Os resultados mostraram a não uniformidade do escoamento gás-sólido no reator CFB, ressaltando que os efeitos hidrodinâmicos sobre a temperatura de reação, tempo de residência e distribuição do

catalisador são importantes sobre a cinética das reações FCC.

Por outro lado, observou-se nos resultados que a abordagem cinética de *lumping* contínuo, em que carga foi considerada sendo uma mistura contínua de pseudo-componentes, permitiu estimar de forma adequada o rendimento dos produtos de uma unidade FCC industrial.

Finalmente, a modelagem CFD em junção com a abordagem cinética de *lumping* contínua torna-se uma ferramenta útil e inovadora para descrever misturas reativas bastante complexas; sendo apenas necessário um número reduzido de parâmetros cinéticos que podem ser estimados com certa facilidade na maioria das refinarias.

### NOMENCLATURA

$g$	Fase gás
$s$	Fase particulada
$i$	Espécie ou <i>lump</i>
$\varepsilon$	Fração volumétrica
$\rho$	Densidade [kg/m <sup>3</sup> ]
$v$	Velocidade [m/s]
$k_i$	Reatividade da espécie $i$ [1/s]
$\theta$	Propriedade específica do <i>lump</i>
$\alpha$	Coefficiente exponencial
$C_i$	Concentração da espécie $i$ [%Wt]
$t$	Tempo [s]
$\tau$	Tensor esforço [N/m <sup>2</sup> ]
$\vec{g}$	Gravidade [m/s <sup>2</sup> ]
$p$	Pressão [Pa]
$T$	Temperatura [K]
$h$	Entalpia térmica [J/Kg]
$\beta$	Coefficiente de arraste [kg/m <sup>3</sup> .s]
$Q_r$	Calor de reação [J/m <sup>3</sup> .s]
$Q_{g/s}$	Troca de calor interfacial [J/m <sup>3</sup> .s]
$Y_g^i$	Fração mássica da espécie $i$
$\lambda$	Condutividade térmica [(J/s)/K.m]
$\Gamma_i$	Difusividade da espécie $i$ [m <sup>2</sup> /s]
$\phi$	Coefficiente de atividade do catalisador

$R_i$  Taxa líquida de reação da espécie  $i$   
[kg/m<sup>3</sup>.s]

### REFERÊNCIAS

ADAM, M., CALEMA, V., GALIMBERTI, F., GAMBARO, C., HEISZWOLF, J., OCONE, R. Continuum lumping kinetics of complex reactive system. **Chemical Engineering Science**, v76, p.154-164. 2012.

ANCHEYTA, J. **Modeling and Simulations of catalytic reactors for petroleum refining**. New Jersey: John Wiley & Sons, 2011.

BASAK, K., SAU, M., MANNA, U., VERMA R. P. Industrial hydrocracker model based on novel continuum lumping approach for optimization in petroleum refinery. **Catalysis Today**, v98, p.253-264. 2004.

BRASIL, N., ARAUJO, M., SOUSA, E., QUELHAS, A., PASSOS, C., LAGE, D., ABADIE, E., CORDEIRO, F., KRAHL, I., FARAH, M., CAMARGO P., PINTO, R. **Processamento de Petróleo e Gás: petróleo e seus derivados, processamento primário, processos de refino, petroquímica, meio ambiente**. Rio de Janeiro: LTC, 2012.

CHANG, J., MENG, F., WANG, L., ZHANG, K., CHEN, H., YANG, Y. CFD investigation of hydrodynamics, heat transfer and cracking reaction in a heavy oil riser with bottom airlift loop mixer. **Chemical Engineering Science**, v78, p.128-143. 2012.

ELIZALDE, I., ANCHEYTA J. On the detailed solution and application of the continuous kinetic lumping modeling to hydrocracking of heavy oils. **FUEL Journal**, v90, p.3542-3550. 2011.

FAHIM, M. A., ALSAHHAF T. A., ELKILANI, A. **Fluidized Catalytic**

**Cracking, Fundamentals of Petroleum Refining.** Amsterdam: Elsevier, 2010.

GIDASPOW, D. **Multiphase flow and Fluidization: Continuum and Kinetic Theory Descriptions.** Boston: Academic Press, 1994.

GRAY, J. H., HANDWERK, G. E. **Petroleum Refining Technology and Economics.** New York: Marcel Dekker, 2001.

GAO, J., XU, C., LIN, S., YANG, G., GUO, Y. Advance model for turbulent gas-solid flow and reaction in FCC riser reactors. **AIChE Journal**, v45, p.1095-1113. 1999.

PÄRSSINEN, J. H., ZHU, J. X. Particle velocity and flow development in a long and high-flux circulating fluidized bed riser. **Chemical Engineering Science**, v56, p.5295-5303. 2001.

LAXMINARASIMHAN, C. S., VERMA, R. P., RAMACHANDRAN, P. A. Continuous lumping model for simulation of hydrocracking. **AIChE Journal**, v42, p.2645-2653. 1996.

LI, J., LUO, Z. H., LAN, X. Y., XU, C. M., GAO, J. S. Numerical Simulation of the turbulent gas-solid flow and reaction in polydisperse FCC riser reactor. **Powder Technology**, v237, p.564-580. 2013.

SADEGHBIGI, R. **Fluid Catalytic Cracking Handbook.** Houston: Butterworth-Heinemann, 2000.

WILCOX, D. C. **Turbulence Modelling for CFD.** California: Griffin, 1993.

## AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer a Petrobrás pelo apoio financeiro, bem como ao departamento de engenharia química da Heriot-Watt University em Edinburgh, UK pela parceria e as contribuições acadêmicas neste trabalho.