ESTIMATIVA DE PARÂMETROS GLOBAIS DE DESEMPENHO EM BIORREATORES PNEUMÁTICOS DE CIRCULAÇÃO INTERNA OPERANDO COM FLUIDO NÃO-NEWTONIANO POR FLUIDODINÂMICA COMPUTACIONAL

G. Y. RODRIGUEZ^{1*}, M. VALVERDE-RAMÍREZ¹, C. E. MENDES¹, R. BÉTTEGA¹, A. C. BADINO¹

¹Universidade Federal de São Carlos, Departamento de Engenharia Química ^{*}e-mail: <u>guilherme.ry@gmail.com</u>

RESUMO

A retenção gasosa global e o coeficiente volumétrico de transferência de oxigênio são parâmetros de desempenho usados como critérios para o projeto e aumento de escala de biorreatores pneumáticos. Considerando a importância dos biocombustíveis no cenário energético e os recentes avanços da fluidodinâmica computacional (CFD: *Computational Fluid Dynamics*), o presente trabalho objetivou a estimativa por CFD dos parâmetros globais de desempenho citados, em duas geometrias de biorreatores pneumáticos de circulação interna de 5 L. Empregou-se como meio líquido, solução de goma xantana 2,0 g/L, um fluido não-Newtoniano com reologia similar a de um típico caldo de cultivo de microrganismo filamentoso utilizado na produção enzimas utilizadas na cadeia de produção de biocombustíveis. Foi adotado o pacote comercial ANSYS FLUENT 14.5[®] para a realização das simulações numéricas, implementando-se para tal fim um modelo euleriano multifásico para o sistema goma xantana-ar. Os resultados simulados foram comparados com dados experimentais de literatura, verificando-se boa concordância entre os valores obtidos pelas simulações em CFD e experimentais.

1 INTRODUÇÃO

Biorreatores ou reatores bioquímicos são equipamentos que fornecem um ambiente adequado para a produção de um biocomposto de valor agregado que é resultante da atividade catalítica de enzimas ou da rota metabólica de células microrganismos como fungos e bactérias. equipamentos operam Esses mantendo valores de pH, temperatura, concentração de nutrientes e de oxigênio dissolvido a fim de que o produto de interesse seja gerado satisfatoriamente. Os biorreatores pneumáticos são caracterizados pela ausência de partes móveis, tornando desnecessária a presença de trabalho de eixo para promover a fermentativo. mistura do sistema Α homogeneização do meio é feita exclusivamente através da injeção de gás, em geral ar ou ar enriquecido com oxigênio em cultivos aeróbios. Essa injeção é realizada por via de um aspersor localizado na base da coluna. Em comparação com o modelo convencional tipo tanque agitado e aerado, esta modalidade de biorreator, é capaz de transferir oxigênio com menor consumo de energia, além de facilitar fatores relacionados à implementação do sistema, como o projeto, construção e aumento de escala.

Enquanto um biorreator pneumático do tipo coluna de bolhas opera exclusivamente com a gaseificação do meio de cultivo, os modelos de circulação interna (*airlift*) são projetados para que o fluido recircule pelo sistema, facilitando a homogeneização.



Verifica-se, então, duas regiões distintas: uma região de escoamento ascendente (*riser*) e região de escoamento descendente (*downcomer*) (CHISTI, 1989). As Figuras 1 e 2 ilustram simplificadamente os biorreatores *airlift* de cilindros concêntricos e *airlift split*. De acordo com Merchuk (2003), os biorreatores pneumáticos possuem aplicações no tratamento de efluentes e em processos bioquímicos diversos.

Figura 1 – Esquema simplificado de um biorreator pneumático do tipo *airlift* de cilindros concêntricos.



Fonte: CERRI (2005).

Figura 2 – Esquema simplificado de um biorreator pneumático do tipo *airlift split*.



Fonte: CERRI (2005).

Estes equipamentos são encontrados em processos de desnitrificação, remoção de corantes em efluentes de indústrias têxteis, retirada de compostos fenólicos, oxidação de nitritos a nitratos, bio-oxidação de minerais, produção de enzimas por fermentação e cultivo de algas, entre outros. Merchuk (2003) ainda cita que o estudo da fluidodinâmica em biorreatores pneumáticos tem um grande apelo tecnológico e auxilia no projeto desses sistemas.

Além das aplicações anteriormente destacadas, insumos para a produção de biocombustíveis são também obtidos em biorreatores pneumáticos. Bannari et al. (2012) promoveram a produção de celulases em biorreator *airlift* de cilindros concêntricos, sendo que Ketheesan e Nirmalakhandan (2011) estudaram a produção de microalgas em sistema similar.

1.1 Principais Variáveis e Parâmetros de Desempenho

A vazão específica de alimentação de ar (ϕ) é definida como o quociente entre a vazão volumétrica de gás injetado (Q_G) e o volume da fase líquida (V_L), conforme mostra a Equação 1. A unidade mais usada para ϕ é min⁻¹, sendo que na terminologia tradicional denota-se por "vvm" (vazão de gás por volume de meio por minuto).

$$\phi = \frac{Q_G}{V_L} \tag{1}$$

A retenção gasosa global ($\overline{\alpha}_{G}$) é um parâmetro de desempenho que corresponde à fração de ar presente na dispersão gás-líquido sob aeração. É o quociente entre o volume de gás (V_G) e o volume da dispersão (V_L+V_G), conforme apresentado na Equação 2.

$$\overline{\alpha}_G = \frac{V_G}{V_L + V_G} \tag{2}$$

O coeficiente volumétrico de transferência de oxigênio (k_La) é também um parâmetro global de desempenho, definido pela Equação 3. Ele está relacionado ao transporte de oxigênio da bolha até a fase líquida. Quanto maior o k_La , mais favorecido é esse transporte.

$$N_{O_2} = k_L a(C_{sat} - C) \tag{3}$$

2 OBJETIVO

O objetivo deste trabalho foi estimar via CFD a retenção gasosa e o coeficiente volumétrico de transferência de oxigênio globais, parâmetros de desempenho essenciais no projeto e avaliação de biorreatores pneumáticos, bem como comparar os valores estimados com os experimentais. Dada a importância dos biorreatores airlift na geração de insumos usados na produção de biocombustíveis, foram empregadas duas geometrias de biorreatores pneumáticos de circulação interna: *airlift* de cilindros concêntricos e airlift split. A fim de reologia representar а de um caldo fermentativo, adotou-se solução de goma xantana 2,0 g/L, sendo que todos os resultados via *software* FLUENT 14.5[®] foram comparados com os dados obtidos por Thomasi et al. (2010) e Mendes e Badino (2015).

2 MATERIAIS E MÉTODOS

2.1 Aparatos Experimentais

Os aparatos experimentais utilizados estão apresentados no trabalho de Thomasi et al. (2010). Foram estudadas 2 configurações de biorreatores pneumáticos airlift: cilindros concêntricos (Figura 3) e split (Figura 4). Ambos os equipamentos possuem capacidade de 5 L. O primeiro apresenta um tubo interno metálico concêntrico à parede externa de vidro, sendo que o segundo dispõe de uma placa plana metálica que divide o sistema em 2 regiões. Ambos os modelos foram construídos de forma que o líquido e o gás recirculem pelo sistema a fim de promover melhor agitação e mistura do meio. Eles possuem uma base circular de 12,5 cm de diâmetro e altura de 45 cm, preenchidos inicialmente com solução de goma xantana 2,0 g/L. As relações geométricas estão descritas na Tabela 1. O ar é injetado na base da coluna através de aspersores tipo cruzeta e

espinha de peixe, nos biorreatores *airlift* de cilindros concêntricos *airlift split*, respectivamente. O aspersor do tipo cruzeta possui 84 orifícios de 500 µm de diâmetro, espaçados igualmente em 5 mm, conforme ilustra a Figura 5. O aspersor do tipo espinha de peixe dispõe de 78 orifícios de 500 µm com espaçamento variável (Figura 6).

Figura 3 – Esquema do biorreator *airlift* de cilindros concêntricos.



Fonte: Thomasi et al. (2010).

Figura 4 – Esquema do biorreator *airlift split*.



Fonte: Thomasi et al. (2010).



Tabela 1 - Relações geométricas dos biorreatores*airlift* de circulação interna.

Medida	Cilindros	Split
	Concêntricos	Spiii
H1 (m)	0,045	0,045
H2 (m)	0,055	0,055
H3 (m)	0,350	0,350
H4 (m)	0,450	0,450
H5 (m)	0,600	0,600
De1 (m)	0,125	0,125
H4/De1 (-)	3,60	3,60
$A_D/A_S(-)$	1,78	1,38
DI2/De1 (-)	0,60	-
L (m)	-	0,124

Fonte: Adaptado de Thomasi et al. (2010).





Fonte: AUTOR (2015).



Figura 6 – Aspersor do tipo espinha de peixe.

Fonte: AUTOR (2015).

2.2 Software

Todos os procedimentos característicos da Fluidodinâmica Computacional foram executados em *softwares* presentes na suíte de aplicativos ANSYS 14.5[®]. As geometrias computacionais dos biorreatores pneumáticos e dos aspersores utilizados foram geradas no ANSYS DesignModeler 14.5[®], sendo que as malhas computacionais foram produzidas usando recursos do Gambit v. 2.4. A etapa de pré-processamento e de processamento (simulações numéricas) foram conduzidas no *solver* ANSYS FLUENT 14.5[®]. Os gráficos de pós-processamento foram gerados no ANSYS CFD POST $14.5^{\text{®}}$.

2.3 Hardware

Utilizou-se um servidor com placa-mãe Intel Server Board que dispõe de 2 processadores Intel Xeon 2.0 GHz (12 núcleos por processador) e 16 GB de memória RAM. A placa de vídeo QUADRO PNY 1 Gb foi necessária para a manipulação adequada de objetos tridimensionais.

2.4 Geometria Computacional

A geometria computacional consiste de uma réplica virtual dos biorreatores *airlift* de cilindros concêntricos (Figura 7) e *split* (Figura 8).

2.5 Malha Computacional

Adotou-se a estratégia de malha híbrida do tipo tet/hex nos dois sistemas (Figuras 9 e 10). Cada malha apresenta aproximadamente 500.000 elementos tridimensionais, quantidade obtida em testes de independência de malha. A região de aspersão dos biorreatores pneumáticos é um local importante e ao mesmo tempo complicado do ponto de vista de modelagem e resolução numérica, visto que se tem altos gradientes de velocidade e fração volumétrica de gás. Além disso, o tamanho dos orifícios do aspersor é menor do que qualquer outro parâmetro geométrico do sistema, o que dificulta a gera ção de malha. Sabe-se que malhas tetraédricas são mais versáteis, pois se adequam praticamente a qualquer geometria. Por esta razão, em regiões próximas ao aspersor (nas bases das colunas), empregou-se malha essencialmente tetraédrica, sendo que nas regiões restantes foram geradas malhas hexaédricas. Refinamentos ao redor dos aspersores foram necessários em virtude dos altos gradientes de velocidade e fração volumétrica (BLAZEJ et al., 2004).



Figura 7 – Geometria computacional do biorreator *airlift* de cilindros concêntricos.



Fonte: AUTOR (2015).

Figura 8 – Geometria computacional do biorreator *airlift split*.



Fonte: AUTOR (2015).

Figura 9 – Malha computacional do biorreator *airlift* de cilindros concêntricos.



Fonte: AUTOR (2015).

Figura 10 – Malha computacional do biorreator *airlift split*.



Fonte: AUTOR (2015).



2.6 Procedimentos, equações e hipóteses utilizadas

A abordagem Euler-Euler foi adotada por ser computacionalmente mais simples e fornecer resultados satisfatórios. No intuito de se ter duas fases bem definidas, optou-se pelo modelo compartimentado heterogêneo (cada possui seu próprio fluido campo de velocidade e pressão). A solução de goma xantana foi definida como fluido contínuo e o ar como fluido disperso presente na forma de bolhas de 5 mm de diâmetro médio. A Tabela 2 sumariza as condições mais relevantes definidas no pré-processamento, sendo que a Tabela 3 exibe parâmetros do solver.

Para cada vazão específica de ar na faixa de 1 a 5 vvm foram preparadas simulações nas duas geometrias. Após o preparo das simulações (pré-processamento), iniciou-se processo de resolução 0 (processamento) para cada condição de vazão específica de ar estabelecida. Ao final, através de recursos do software e da criação de funções customizadas (definição de novas variáveis a partir da combinação de outras já calculadas), os valores da retenção gasosa e do coeficiente volumétrico de transferência de oxigênio globais foram obtidos (pósprocessamento).

Tabela 2 - Condições usadas nas simulações.

Condição	Valor
Formulação	Euler-Euler
Fluidos	Solução de goma xantana (primário) e ar (secundário)
Solução de goma xantana 2,0 g/L	Fase contínua; fluido pseudoplástico; T=28°C; ρ =1000 kg/m ³ ; K=0,472 Pa.s ⁿ ; n=0,36; σ =0,070 N/m; D _L =1,14x10 ⁻⁹ m ² /s
Ar	Fase dispersa; $D_b=5$ mm; $\rho=1,2$ kg/m ³
Turbulência	Modelo k-ε padrão
Força de arraste	Modelo de Grace et al. (1976)
Paredes	Sem deslizamento
Торо	P=1 atm
Orifício do aspersor	$\alpha_{G}=1; \alpha_{L}=0$

Fonte: AUTOR (2015).

Condição	Valor
Solver	Pressure-Based; Eulerian; Implicit; Two phases
Velocity formulation	Absolute
Transient formulation	First Order Implicit
Pressure velocity coupling scheme	Phase Coupled SIMPLE
Gradient discretization	Least Squares Cell Based
Momentum discretization	Second Order Upwind
Volume fraction discretization	QUICK
Turbulent kinect energy	First Order Implicit
Turbulent dissipation rate	First Order Implicit
Resíduo	$RMS = 1 \times 10^{-4}$
Passo no tempo	25 iterações/passo no tempo; <i>timestep</i> = 1×10^{-4} s; 50000 passos no tempo; 5 s em tempo real; 8 dias de simulação para cada condição de vazão

Tabela 3 - Parâmetros do solver.

Fonte: AUTOR (2015).

A retenção gasosa global foi obtida pelo método de medida das alturas, descrito e utilizado por Thomasi et al. (2010), tanto para o levantamento dos dados experimentais (obtidos pelo autor mencionado) quanto para os ensaios numéricos. Esse método relaciona a variável global com a altura inicial do líquido e a altura da dispersão após a aeração do sistema, conforme mostrado na Equação 4. Para cada condição de vazão, a altura da dispersão foi obtida experimentalmente e mediante recursos do *software*.

$$\overline{\alpha}_G = \frac{H_D - H_L}{H_D} \tag{4}$$

O k_La foi obtido experimentalmente em triplicata através do método dinâmico do degrau de pressão (CERRI et al., 2008). A estimativa numérica do coeficiente volumétrico de transferência de oxigênio foi realizada considerando que k_La é o produto entre dois outros parâmetros, o coeficiente convectivo de transferência de oxigênio (k_L) e a área interfacial específica das bolhas ("a"). O valor de k_L foi obtido com base na Teoria de Penetração de Higbie (Equação 5) descrita por Cerri et al. (2010) e "a" através da Equação 6.

$$k_L = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{D_L}{\theta}} \tag{5}$$

$$a = \frac{6.\overline{\alpha}_G}{D_b(1 - \overline{\alpha}_G)} \tag{6}$$

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1 Retenção Gasosa Global

Os resultados referentes à retenção gasosa global para a solução de goma xantana estão resumidos nas Figuras 11 e 12. Nota-se que a geometria *airlift* de cilindros concêntricos foi a alternativa mais viável no intuito de reter o ar no sistema, já que forneceu, em média, maiores valores de retenção gasosa global. A explicação para isso está no tempo de residência do gás: quanto maior esse tempo, maior é a retenção gasosa global (ANASTASIOU et al., 2013).

As simulações em CFD representaram adequadamente a tendência monotônica crescente da retenção gasosa global com a vazão específica de alimentação de ar no sistema para esse tipo de fluido, também verificado por Anastasiou et al. (2013). As estimativas apresentaram melhor concordância para os resultados da geometria airlift split, já que os resultados simulados representaram melhor valores os experimentais. As médias dos desvios relativos (Equação 7) foram de 20 e 11% para as geometrias airlift de cilindros concêntricos e airlift split, respectivamente.

$$DR = \frac{|experiment \ al - simulado|}{experiment \ al} \tag{7}$$

A Figura 13 ilustra a distribuição da fração volumétrica de ar ao longo dos dois biorreatores pneumáticos de circulação interna na vazão específica mais alta (5 vvm). Os perfis obtidos via CFD foram coerentes com o comportamento real do sistema. Um exemplo disso é o acúmulo de gás no início da região de descida do biorreator *airlift split*. No entanto, a ascensão repentina da retenção gasosa global simulada, a 5 vvm, na Figura 12 é devida a maior altura da dispersão observada na Figura 13b.

Isto é provavelmente devido à superestimativa numérica do regime heterogêneo de escoamento em altas vazões específicas de ar. Ou seja, os resultados simulados superestimaram frações as volumétricas locais de ar, bem como a turbulência do sistema (DENG et al., 2010; VÉLEZ-CORDERO e ZENIT, 2011).

Figura 11 – Retenção gasosa global em função da vazão específica de alimentação de ar para a solução de goma xantana 2,0 g/L no biorreator *airlift* de cilindros concêntricos.



Fonte: AUTOR (2015).

Figura 12 – Retenção gasosa global em função da vazão específica de alimentação de ar para a solução de goma xantana 2,0 g/L no biorreator *airlift split*.



Fonte: AUTOR (2015).



Figura 13 – Distribuição espacial da fração volumétrica de ar a 5 vvm para o sistema solução de goma xantana-ar. a) biorreator *airlift* de cilindros concêntricos; b) biorreator *airlift split*.



Fonte: AUTOR (2015).

3.2 Coeficiente Volumétrico de Transferência de Oxigênio

Os resultados referentes ao coeficiente volumétrico de transferência de oxigênio estão ilustrados nas Figuras 14 e 15. Verificase, novamente, melhor desempenho da geometria *airlift* de cilindros concêntricos frente ao *airlift split*, já que a primeira permitiu atingir, em média, maiores valores de $k_{L}a$. Assim, o processo de transferência de oxigênio é facilitado na primeira geometria e isso deve ser considerado na escolha do sistema que irá produzir os insumos para a produção biocombustíveis.

As simulações em CFD representaram com fidelidade a tendência experimental observada no biorreator *airlift* de cilindros concêntricos e principalmente nas vazões iniciais dos ensaios em biorreator *airlift split*. Isto evidencia que a metodologia proposta para se estimar k_La é coerente. Não há trabalhos na literatura que enfatizem essa comparação a partir da técnica de CFD. As médias dos desvios relativos foram de 17 e 12% para as geometrias *airlift* de cilindros concêntricos e airlift split, respectivamente. а última geometria, houve Para um distanciamento progressivo da previsão numérica em relação aos valores experimentais. No entanto, na prática, esse pode se tornar menos relevante fato considerando que a maior parte dos cultivos não ultrapassam 2 vvm.

Figura 14 – $k_L a$ em função da vazão específica de alimentação de ar no biorreator *airlift* de cilindros concêntricos.



Fonte: AUTOR (2015).

Figura 15 – $k_L a$ em função da vazão específica de alimentação de ar no biorreator *airlift split*.





4 CONCLUSÃO

O objetivo deste trabalho foi estimar via CFD parâmetros globais de desempenho em biorreatores pneumáticos de circulação interna operando com solução de goma xantana 2,0 g/L, um fluido não-Newtoniano que representa a reologia de um típico caldo fermentativo. As simulações numéricas reproduziram de maneira consistente a tendência dos dados experimentais conforme a geometria empregada. Isto é, a retenção gasosa global e o coeficiente volumétrico de transferência de oxigênio estimados numericamente via CFD responderam majoritariamente à tendência esperada dos dados experimentais, mostrando que a modelagem proposta capturou os efeitos mais relevantes de cada problema.

resultados mostraram Os que 0 biorreator airlift de cilindros concêntricos é a melhor alternativa para se obter maiores parâmetros globais de desempenho ($\overline{\alpha}_{G}$ e k_La), corroborando os dados experimentais. Isso indica que a hidrodinâmica no interior desse sistema favorece a homogeneização das características fases e apresenta que aumentam o tempo de residência do ar, contribuindo para uma melhor transferência de oxigênio.

NOMENCLATURA

Notação dimensional

- L Dimensão de comprimento
- T Dimensão de tempo
- M Dimensão de massa

Variáveis

- a Área interfacial específica das bolhas (L^{-1})
- A_D Área da seção referente à região de descida (L^2)
- A_s Área da seção referente à região de subida (L²)
- C Concentração de oxigênio $(M.L^{-3})$
- C_{sat} Concentração de saturação de oxigênio (M.L⁻³)
- D_b Diâmetro da bolha (L)
- D_L Coeficiente de difusividade mássica (L⁻².T)
- H_D Altura da dispersão (L)
- H_L Altura inicial de líquido (L)
- k_L Coeficiente convectivo de transferência de oxigênio na película líquida (L.T⁻¹)
- $k_L a$ Coeficiente volumétrico de transferência de oxigênio (T^{-1})
- K Índice de consistência do fluido $(M.L^{-1}.T^{n-2})$
- n Índice de comportamento do fluido (-)
- N_{O_2} Velocidade volumétrica de transferência de oxigênio (M.L⁻³.T⁻¹)
- Q_G Vazão volumétrica de alimentação de ar (L³.T⁻¹)

- V_G Volume de ar presente no sistema após a aeração (L^3)
- V_L Volume de líquido avaliado antes da aeração do sistema (L^3)

Letras gregas

- $\overline{\alpha}_{G}$ Retenção gasosa global ou fração volumétrica global de ar (-)
- $\dot{\gamma}$ Taxa de deformação (T⁻¹)
- μ_L Viscosidade dinâmica do líquido (M.L⁻¹.T⁻¹)
- ρ_L Densidade do líquido (M.L⁻³)
- σ Tensão superficial (M.T⁻²)
- θ Tempo de renovação (T)
- ϕ Vazão específica de alimentação de ar (T⁻¹)

REFERÊNCIAS

ANASTASIOU, A. D.; PASSOS, A. D.; MOUZA, A. A. Bubble columns with fine pore sparger and non-Newtonian liquid phase: Prediction of gas hold up. **Chemical Engineering Science**, v. 98, p. 331-338.

BANNARI, R.; BANNARI, A.; VERMETTE, P.; PROULX, P. A model for cellulase production from Trichoderma reesei in an airlift reactor. **Biotechnology** and **Bioengineering**, v. 109, p. 2025-2038, 2012.

BLAZEJ, M.; CARTLAND GLOVER, G. M.; GENERALIS, S. C.; MARKOS, J. Gas–liquid simulation of an airlift bubble column reactor. **Chemical Engineering and Processing**, v. 43, p. 137-144, 2004.

CERRI, M. O. Avaliação de transferência de calor e massa de um biorreator airlift de circulação interna de bancada para a produção de ácido clavulânico. 116p. **Dissertação** (Mestrado em Engenharia Química), Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2005.

CERRI, M. O.; FUTIWAKI, L.; JESUS, C. D. F.; CRUZ, A. J. G.; BADINO, A. C. Average shear rate for non-Newtonian fluids in a concentric-tube airlift bioreactor. **Biochemical Engineering Journal**, v. 39, p. 51-57, 2008.

CHISTI, M. Y. Air-lift bioreactors. New York: Elsevier, 1989.

DENG, Z.; WANG, T.; ZHANG, N.; WANG, Z. Gas holdup, bubble behavior and mass transfer in a 5m high internal-loop airlift reactor with non-Newtonian fluid. **Chemical Engineering Journal**, v. 160, p. 729-737, 2010.

GRACE, J. R.; WAIREGI, T.; NGUYEN, T. H. Shapes and velocities of single drops and bubbles moving freely through immiscible liquids.

XXXVII ENEMP 18 a 21 de Outubro de 2015 Universidade Federal de São Carlos



Transactions of the Institution of Chemical Engineers, v. 54, p. 167-173, 1976.

KETHEESAN, B.; NIRMALAKHANDAN, N. Development of a new airlift-driven raceway reactor for algal cultivation. **Applied Energy**, v. 88, p. 3370-3376, 2011.

MENDES, C. E.; BADINO, A. C. Oxygen transfer in different pneumatic bioreactors containing viscous Newtonian fluids. **Chemical Engineering Research and Design**, v. 94, p. 456-465, 2015.

MERCHUK, J. C. Airlift bioreactors: review of recent advances. **The Canadian Journal of Chemical Engineering**, v. 81, p. 324-337, 2003.

THOMASI, S. S.; CERRI, M. O.; BADINO, A. C. Average shear rate in three pneumatic bioreactors. **Bioprocess and Biosystems Engineering**, v. 33, p. 979-988, 2010

VÉLEZ-CORDERO, J. R.; ZENIT, R. Bubble cluster formation in shear-thinning inelastic bubbly columns. J. **Non-Newton Fluid**, v. 166, p. 32-41, 2014.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq (Procs: 140466/2011-8 e 478472/2011-0), à FAPESP (Proc. 2011/23807-1) e ao PRH-ANP/MCT N° 44 pelos suportes financeiros.