

MODELAGEM MATEMÁTICA E DIFUSIVIDADE EFETIVA DE FOLHAS DE JAMBU DURANTE A SECAGEM

C. S. ARAÚJO¹, M. C. C. VALENTE^{1*}, E. B. SANTANA¹, C. M. L. COSTA¹, L. J. G. FARIA¹

¹Universidade Federal do Pará, Faculdade de Engenharia Química

*e-mail: valentemcc@yahoo.com.br

RESUMO

O jambu (*Acmella oleracea*) é uma hortaliça nativa da região Amazônica, apresentando grande interesse científico e industrial devido suas aplicações como analgésico e na composição de cosméticos. Para realizar a extração do componente principal (espilantol) torna-se necessário que o teor de umidade do material seja reduzido, em condições adequadamente controladas. Desta forma, objetivo deste trabalho foi estudar a cinética de secagem das folhas de jambu, utilizando um secador de leito fixo com circulação de ar forçada. São utilizadas relações funcionais entre o teor de umidade da biomassa e o tempo de processamento submetido às condições de secagem, com base em diversos modelos cinéticos propostos na literatura. Em todas as curvas de secagem foi observada a influência significativa do tempo e da temperatura. O Modelo de Midilli *et al* mostrou-se adequado para descrever o processo de secagem. A remoção de umidade foi governada pela taxa de difusão de água, possibilitando a estimativa da difusividade efetiva de umidade com base na equação de difusão para a forma placa plana utilizando a segunda lei de Fick. A difusividade efetiva aumentou com a elevação da temperatura do ar de secagem, apresentando resultados entre $7,028 \times 10^{-10}$ a $1,84 \times 10^{-9}$ m²/s. A dependência da difusividade em relação à temperatura foi descrita pela equação de Arrhenius, por meio da qual se obteve o valor da energia de ativação para as folhas de jambu no valor de 40,84 kJ/mol.

1 INTRODUÇÃO

O jambu (*Acmella oleracea*) é uma erva típica da região norte do Brasil, onde faz parte de pratos da culinária local como o tacacá e o pato no tucupí. A planta também recebe os nomes populares de agrião-do-pará, agrião-da-amazônia, agrião-do-norte, abecedária, jabuaçu ou jamaburana, tem suas inflorescências compostas de flores amarelas e suas folhas e flores têm um sabor picante e que causam leve formigamento e dormência.

Na medicina tradicional usam-se suas folhas e flores na elaboração de infusões para o tratamento de anemia, dispepsia, malária,

afecções da boca e da garganta, contra escorbuto e também como antibiótico e anestésico (BOONEN et al. 2010).

Segundo Ekanem et al. 2007 o jambu apresenta propriedades químicas importantes, que vem despertando o interesse farmacêutico, principalmente pelo seu princípio ativo, o espilantol. Vários constituintes bioativos incluindo o espilantol têm sido isolados da espécie, entretanto o espilantol é o composto associado com a bioatividade da planta.

A secagem consiste em um complexo processo, que envolve dois processos a transferência calor e massa entre o ar de

secagem e o produto a ser seco, na qual o aumento da temperatura provoca o aumento da pressão parcial de vapor do produto.

A maioria dos estudos relacionados à secagem de produtos agrícolas se refere ao efeito de diversas variáveis externas, como a temperatura do ar, umidade relativa e velocidade do ar, dentre outras, sobre o produto. Para tanto, modelos matemáticos são utilizados para representar a cinética de secagem, frente a estas condições, sendo estes fundamentais para as simulações matemáticas de secagem, em camadas espessas de produto, que irão auxiliar no projeto de novos secadores ou no aperfeiçoamento de secadores.

O coeficiente de difusão (D_{eff}) é uma difusividade efetiva que engloba os efeitos de todos os fenômenos que podem intervir sobre a migração da água, sendo o resultado obtido pelo ajuste de valores experimentais (Oliveira et al. 2006). O estudo da difusividade efetiva é importante na determinação da evolução de sistemas que sofrem processos de aquecimento ou resfriamento. Essa propriedade permite prever a velocidade da penetração de calor no interior do material, sendo assim de fundamental importância para o projeto de equipamentos e para o cálculo do processamento térmico (CARBONERA *et al.* 2003).

Dessa forma o presente trabalho foi desenvolvido com o objetivo de avaliar e ajustar diferentes modelos matemáticos aos dados de secagem de folhas de jambu, bem como determinar o coeficiente de difusão efetiva, durante a secagem.

2 MATERIAS E METODOS

O experimento foi conduzido no Laboratório de Secagem da Faculdade de Engenharia Química – FEQ, pertencente à Universidade Federal do Pará. A matéria-prima utilizada foi adquirida no comércio varejista de Belém - Pará e encaminhada diretamente para o laboratório, onde as folhas de jambu como mostra a Figura 1, foram

previamente selecionadas separando-se as folhas verdes, sendo estas as mais adequadas para a realização das corridas experimentais. O material foi armazenado em sacos plásticos brancos e mantido em refrigerador, à temperatura de 8°C até a realização do trabalho.

Figura 1 – Folhas de jambu



Fonte: Araújo (2014)

Após a seleção das folhas de jambu, pesou-se aproximadamente 35 g do produto que foi colocado em bandeja, posteriormente a bandeja foi levada ao equipamento e a temperatura fixada de acordo com as condições experimentais de trabalho. Em intervalos regulares de tempo foi pesada a bandeja com o material, após o término da pesagem a bandeja com o material foi levada à estufa com circulação de ar forçada a 105°C por 24 horas, para a determinação da massa do sólido seco, conforme metodologia do instituto Adolfo Lutz, 1895.

A obtenção das curvas de secagem foi realizada com o auxílio das Equações 1 e 2, e foram graficados com os valores do teor de umidade adimensional (X_r) em função do tempo de secagem.

$$x (\%bs) = \left(\frac{m(t) - m_{ss}}{m_{ss}} \right) \times 100 \quad (1)$$

$$X_r = \frac{x_t}{x_i} \quad (2)$$

Os pontos experimentais das curvas de cinética de secagem do jambu foram ajustados através de modelos matemáticos

encontrados na literatura, conforme sumarizado na Tabela 1. Estas correlações são sumarizadas nos trabalhos descritos por (RADÜNZ et al., 2011 ;REIS et al., 2012).

Tabela 1: Modelos matemáticos utilizados para avaliar as curvas de cinética

Autor	Modelo
Henderson e Pabis	$X_r = a \cdot \exp(-kt)$
Page Modificado	$X_r = a \cdot \exp(-kt)^n$
Midilli et al.	$X_r = a \cdot \exp(-kt^n) + b \cdot t$

Os ajustes foram realizados, utilizando uma estimativa não linear, por meio do método dos mínimos quadrados, com auxílio do software *Statistica*® 7.0. A escolha do modelo mais adequado foi realizada com base nas estatísticas: coeficiente de determinação (R^2), desvio médio relativo, D, de acordo com a Equação 3 e pela análise dos gráficos da distribuição dos resíduos, (dr) (aleatório ou tendencioso) (GOMES, 1987).

$$D = \frac{100}{n} \sum \frac{|Y - Y'|}{Y} \quad (3)$$

O coeficiente de difusividade efetiva (D_{eff}) das folhas de jambu foi determinado utilizando-se a equação da segunda lei de Fick da difusão, para placa plana, conforme a Equação 4, assumindo transferência de massa em ambas as faces do material e resistência externa à transferência de massa desprezível (CRANK, 1975). Para a realização dos cálculos, usou-se uma espessura média das folhas de 1,4 mm e 5 cm de comprimento, que corresponde a uma média de 20 medidas, realizadas no início da secagem e $n = 5$, que é o número de termos da série.

$$X_r = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \exp \left[- \left(2n + 1 \right)^2 \cdot \pi^2 \cdot D_{eff} \cdot \frac{t}{4L^2} \right] \quad (4)$$

A energia de ativação (E_a) da secagem das folhas de jambu, foi determinada pela inclinação da equação de Arrhenius de acordo a Equação 5, logaritmando ambos os lados da expressão, tornando-a assim, uma forma linear logarítmica descrita na Equação 6, o que possibilita a construção do gráfico da difusividade efetiva (D_{eff}) versus o inverso da temperatura absoluta em Kelvin ($1/T$). A energia de ativação foi calculada a partir do coeficiente angular da reta.

$$D_{eff} = D_0 \exp \left(- \frac{E_a}{RT} \right) \quad (5)$$

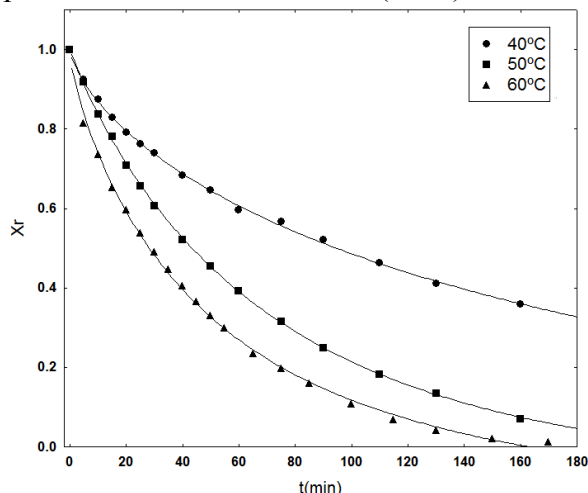
$$\ln D_{eff} = \ln D_0 - \frac{E_a}{RT} \quad (6)$$

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na Figura 2 são descritas as curvas de secagem X_r versus t das folhas de jambu nas temperaturas de 40, 50 e 60 °C, obtidas a partir dos resultados experimentais.

Pode-se observar o efeito significativo da temperatura sobre as curvas de secagem das folhas de jambu, ou seja, com o aumento da temperatura, ocorre maior taxa de remoção de água do produto. Fato observado nos trabalhos descritos por (MARTINAZZO et al., 2007; MARTINS et al., 2015).

Figura 2 – Curvas de secagem de folhas de jambu em função da temperatura e ajustadas pelo modelo de Midilli *et al.* (2002).



Na Tabela 2 são sumarizados os valores obtidos para os parâmetros dos diferentes modelos matemáticos utilizados para avaliar o comportamento da secagem das folhas de jambu e os valores dos parâmetros estatísticos: coeficiente de determinação (R^2), erro médio relativo (D) e análise do comportamento de distribuição de resíduos (dr).

Em todas as temperaturas utilizadas na secagem das folhas de jambu os modelos ajustados aos dados experimentais obtiveram valores de coeficiente de determinação acima de 99,0 %.

Tabela 2 – Avaliação da qualidade dos ajustes aos modelos matemáticos

Modelos	Temperatura (°C)	Parâmetros				R^2 (%)	D (%)	dr
		<i>a</i>	<i>b</i>	<i>K</i>	<i>n</i>			
Midilli <i>et al.</i>	40	1,0028	-0,0001	0,0287	0,6920	99,95	4,201	A
	50	1,0041	-0,0002	0,0219	0,9099	99,97	4,402	A
	60	0,9882	-0,0003	0,0444	0,8109	99,98	3,525	A
		<i>n</i>	<i>a</i>	<i>K</i>				
Page Modificado	40	0,0881	0,9296	0,0881		99,74	41,23	T
	50	0,1264	0,9859	0,1264		99,93	35,92	T
	60	0,1549	0,9389	0,1549		99,42	11,32	T
		<i>a</i>		<i>K</i>				
Henderson e Pabis	40	0,6776		$3,43 \times 10^{-3}$		98,83	8,41	T
	50	0,6497		$9,49 \times 10^{-3}$		99,95	9,31	T
	60	0,9473		$4,34 \times 10^{-2}$		99,70	29,32	T

A: distribuição aleatória; T: distribuição tendenciosa

De acordo com Madamba *et al.* (1996), o coeficiente de determinação (R^2), não constitui sozinho, um bom critério para a seleção de modelos não lineares; para isto, os valores (D) e distribuição dos resíduos foram considerados. Os valores de D indicam o desvio dos valores observados em relação à curva estimada pelo modelo (Kashani-Nejad *et al.* 2007) e, segundo Mohapatra e Rao

(2005), valores inferiores a 10 % são recomendados para a seleção dos modelos.

Conforme os resultados obtidos para o coeficiente de determinação, para o erro médio relativo, demonstrado na tabela 2, indicam que apenas o modelo de Midilli *et al.* (2002), apresentou ajuste adequado para descrever o processo de secagem do jambu para a faixa de temperatura avaliada. Este

modelo apresentou dispersão aleatória dos resíduos para todos os valores de temperatura empregados.

Verifica-se também Tabela 2 que o coeficiente de secagem k para o modelo de Midilli *et al.* (2002) aumentou com o aumento da temperatura, indicando estar relacionado com a difusividade efetiva no processo de secagem no período decrescente e à difusão líquida que controla o processo, enquanto n é a constante adimensional que permite obter uma equação mais precisa.

3.1 Cálculo da Difusividade Efetiva

Na Tabela 4, são apresentados os valores do coeficiente de difusão efetivo obtidos durante a secagem das folhas de jambu, através dos dados experimentais utilizando os termos $\ln X_r$ versus o tempo (min) para diferentes condições de temperatura do ar, considerando-se a comprimento da folha de 5 cm.

Tabela 4. Valores de difusividade efetiva (D_{eff}) obtidos para as folhas de jambu em função da temperatura

Temperatura (°C)	$D_{eff}(m^2/s)$	R^2 (%)
40	$7,208 \times 10^{-10}$	98,31
50	$1,335 \times 10^{-9}$	99,22
60	$1,843 \times 10^{-9}$	99,81

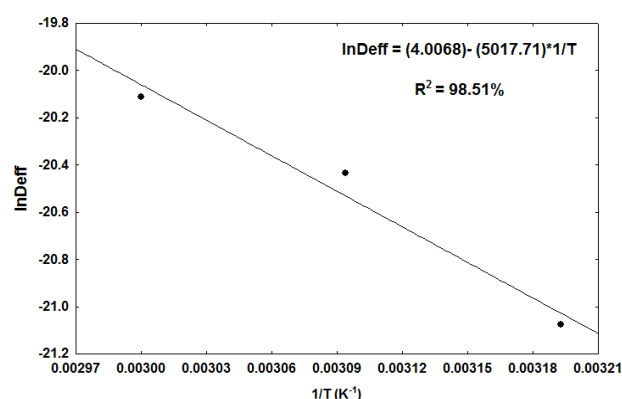
Notou-se que os valores do coeficiente de difusão efetivo aumentaram com o incremento da temperatura do ar de secagem. Quando há aumento na temperatura, a viscosidade da água diminui e, sendo a viscosidade uma medida da resistência do fluido ao escoamento, variações desta propriedade implicam em alterações na difusão da água nos capilares das folhas de jambu, de modo a favorecer a movimentação deste fluido no produto. Outro fator que pode ser acrescentado a esta variação do coeficiente de difusão efetivo é que, com a elevação da temperatura, aumenta-se o nível de vibração das moléculas de água, o que, também,

contribui para a celeridade da difusão (Goneli *et al.* 2007).

A variação dos valores do coeficiente de difusão ficou entre $7,028 \times 10^{-10}$ a $1,845 \times 10^{-9} m^2/s$, para as folhas de jambu, na faixa de temperatura de 40-60°C (Tabela 4). Os valores do coeficiente de difusão efetivo calculados para folhas de jambu estão coerentes com os relatados na literatura, para secagem de produtos agrícolas, que, de acordo com Madamba *et al.* (1996), apresentam-se na ordem de $10^{-9} m^2/s$ a $10^{-11} m^2/s$.

A dependência do coeficiente de difusão com relação à temperatura do ar de secagem tem sido satisfatoriamente descrita pela equação de Arrhenius, onde a inclinação desta curva em relação aos termos $\ln D_{eff}$ em função do inverso do temperatura absoluta ($1/T_a$) fornece a relação E_a/R , enquanto a sua interseção com o eixo y indica o valor de D_0 (Sacilik, 2007; (Goneli *et al.* 2007). A Figura 4 encontra-se a representação de Arrhenius para o coeficiente de difusão para secagem das folhas de jambu.

Figura 4: Representação de Arrhenius para a relação entre a difusividade efetiva (D_{eff}) e em função da temperatura do ar



Na Figura 4, o ajuste linear obtido indica que houve a uniformidade de variação da difusividade das folhas de jambu com a temperatura sendo o valor da variação do coeficiente de difusão obtido a 60°C, um pouco superior em relação às temperaturas de 40 e 50°C. Este fenômeno é explicado em razão da vibração molecular de água, pois

segundo Goneli et al. (2007), a variação do coeficiente de difusão efetiva se dá com a elevação da temperatura, o que aumenta o nível de vibração molecular das moléculas de água e contribui para uma difusão mais rápida.

A Equação 7 apresenta os parâmetros da expressão ajustada para o coeficiente de difusão das folhas de jambu calculado de acordo com a Equação 6.

$$D_{eff} = 54,97 \exp\left(\frac{-5017,74}{T}\right) \quad (7)$$

Como pode ser observado na Equação 7, a energia de ativação para a difusão da água, durante a secagem das folhas de jambu, foi de 40,84 kJ/mol. Nos processos de secagem, quanto menor a energia de ativação, maior será a difusividade de água no produto. A energia de ativação é uma barreira que deve ser ultrapassada, para que o processo de difusão possa ser desencadeado no produto (Kashani-Nejad et al. 2007) e Segundo Zogzas et al. (1996), a energia de ativação, para produtos agrícolas, varia entre 12,7 kJ/mol e 110 kJ/mol.

CONCLUSÕES

- A secagem das folhas de jambu em leito fixo foi possível nas temperaturas estudadas, sendo o tempo de secagem inversamente proporcional as temperaturas conforme o esperado.
- Dentre os modelos matemáticos utilizados na análise da cinética de secagem, o modelo de Midilli *et al.* (2002) foi o que apresentou ajuste adequado para descrever o processo de secagem.
- A difusividade efetiva para as folhas de jambu aumentou com a temperatura do ar de secagem, apresentando resultados entre $7,028 \times 10^{-10}$ a $1,84 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$.
- A dependência da difusividade em relação à temperatura foi descrita pela

equação de Arrhenius, por meio da qual se obteve o valor da energia de ativação igual a 40,84 kJ/mol.

NOMENCLATURA

- a, b, c - constantes empíricas
- D - desvio médio relativo (%)
- D_{eff} - difusividade efetiva (m^2/s)
- D_0 - constante (m^2/s)
- E_a - energia de ativação (kJ/mol)
- m_{ss} - é a massa de sólidos secos (g)
- n - números de termos
- R^2 - coeficiente de determinação (%)
- R - constante universal dos gases (8,314 J/mol.K)
- L - comprimento (m)
- T - temperatura absoluta (K)
- X(t) - umidade da amostra com o tempo (g)
- X_{bs} - é o teor de umidade em base seca (%)
- X_i - umidade inicial da amostra (g)

REFERÊNCIAS

- BOONEN, J.; BAERT, B.; ROCHE, N.; BURVENICH, B.; DE SPIEGELERR B. LC-MS profiling of N-alkylamides in *Spilanthes acmella* extract and the transmucosal behaviour of its main bio-active spilanthol. **Journal of Pharmaceutical and Biomedical Analysis**. v.127, n. 1, p. 77-89, 2010.
- CARBONERA, L.; CARCIOFI, B. M.; HUBER, E.; LAURINDO, J. B. Determinação experimental da difusividade térmica de massa de tomate comercial. **Brazilian Journal of Food Technology**, v.6, n.2, p. 285-290, 2003.
- CRANK, J. **The mathematics of diffusion**, Oxford: Claredon Press. 2.ed. 414 p. 1975.
- EKANEM A. P.; WANG M.; SIMOM J. E; MORENO D. A. Propriedades anti-obesidade de duas plantas africanas (*Afromomum meleguetta* e *Spilanthes Acmella*) por inibição

da lipase pancreática. **Phytother Research**, v. 21, n. 12, p. 1253-1255, 2007.

GOMES, F. P. A. **Estatística Moderna na Pesquisa Agropecuária**. 3. ed. Piracicaba: Nobel. 1987.

GONELI, A. L. D.; CORRÊA, P. C.; RESENDE, O.; REIS NETO, S. A. Estudo da difusão de umidade em grãos de trigo durante a secagem. **Ciência e Tecnologia de Alimentos**. v. 27, n.1, P. 135-140, 2007.

KASHANI-NEJAD, M. A.; MORTAZAVI, A.; SAFEKORDIA, G. Thin-layer drying characteristics and modeling of pistachio nuts. **Journal of Food Engineering**. v.78, n. 1, p. 98-108, 2007.

MADAMBA, P. S.; DRISCOLL, R. H.; BUCKLE, K. A. Thin layer drying characteristics of garlic slices. **Journal of Food Engineering**. v.29, n.1, p.75-97, 1996.

MARTINAZZO, A. P.; CORRÊA, P. C.; MELO, E. C.; BARBOSA, F. F. Difusividade efetiva em folhas de *Cymbopogon citratus* (DC.) Stapf submetidas à secagem em diferentes comprimentos de corte e temperatura do ar. **Revista Brasileira de Plantas Medicinais**, v.9, n.1, p.68-72, 2007.

MARTINS, E. N. S.; LAGE, E. Z.; GONELI, A. L. D.; HARTMANN FILHO, C. P.; LOPES, J. G. Cinética de secagem de folhas de Timbó. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**. v. 19, n. 3, p. 238-244, 2015.

MOHAPATRA, D.; RAO, P. S. A, A thin layer drying model of parboiled wheat. **Journal of Food Engineering**. v.66, n.4, p.513-518, 2005.

OLIVEIRA, R. A.; OLIVEIRA, W. P.; PARK, K. J. Determinação da difusividade efetiva de raiz de chicória. **Engenharia Agrícola**, v. 26, n. 1, p. 181-189, 2006.

RADÜNZ, L. L.; AMARAL, A. S.; MOSSI, J. A.; MELO, E. C.; ROCHA, R. P. Avaliação da cinética de secagem de carqueja. **Engenharia na Agricultura**. v. 19, n.1, p.19-27, 2011.

REIS, C. R.; DEVILHA, A. I.; ASCHERI, D. P. R.; SERVULO, A. C. O.; SOUZA, A. B. M. Cinética de Secagem de folhas de manjerição (*Ocimum basilicum* L.) via infravermelho. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, v. 16, n. 12, p. 1346-1352, 2012.

SACILIK, K. Effect of drying methods on thin-layer drying characteristics of hull-less seed pumpkin (*Cucur bitapepo* L.). **Journal of Food Engineering**. v. 79, n. 1, p. 23-30. 2007.

ZOGZAS, N. P.; MAUROULIS, Z. B.; MARINOS-KOURIS, D. "Moisture diffusivity data compilation in food stuffs", **Drying Technology**. v.14, n.10, p.2225-2253. 1996.