

A INFLUÊNCIA DO ÂNGULO DE CASTER NA ESTABILIDADE DO SHIMMY

Heron José Dionísio¹, Fabio Mazzariol Santiciolli¹, Jony Javorski Eckert¹, Eduardo dos Santos Costa¹ e Franco Giuseppe Dedini¹

¹Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP

E-mails: heron@fem.unicamp.br, fabio@fem.unicamp.br, javorski@fem.unicamp.br,
eduardo.costa@fem.unicamp.br, dedini@fem.unicamp.br

RESUMO

O fenômeno shimmy pode ser descrito como uma oscilação auto-excitada da parte dianteira de uma motocicleta em torno do seu eixo de direção. A oscilação do sistema pode ser estável ou instável, dependendo de suas características e de suas condições de trabalho. Sabe-se que a estabilidade do shimmy é afetada pela rigidez do garfo e do guidom, o trail, o ângulo de caster e a velocidade do sistema, a folga dos rolamentos da roda e as características do pneu. Podgorski e outros autores propõem modelos matemáticos conhecidos como modelos de roda dianteira que tornam possível a análise do comportamento do shimmy e dos fatores que o afetam. Neste artigo, analisa-se a influência do ângulo de caster na estabilidade do shimmy, utilizando o modelo matemático apresentado por Podgorski no MATLAB®. Em seguida, o valor do ângulo de caster foi variado entre 10 graus e 45 graus. Finalmente, um gráfico foi traçado para mostrar o comportamento da curva de estabilidade do shimmy. De acordo com este gráfico, o aumento do valor do ângulo de caster provoca uma diminuição na região estável do gráfico, independentemente do trail e da velocidade do sistema. Isso mostra a importância do ângulo de caster no comportamento do shimmy e possíveis formas de se evitar que o sistema opere em condições instáveis.

INTRODUÇÃO

Ao longo dos últimos séculos, os meios de transporte foram um dos principais focos de estudo de diversos laboratórios e centros de pesquisa. Muitas pesquisas vêm sendo desenvolvidas visando melhorias no desempenho e na segurança de automóveis, aeronaves, embarcações e outros meios de locomoção. Desse modo, é de fundamental importância estudar e compreender os fenômenos que afetam esses dois fatores, por exemplo, o shimmy.

Pacejka [1] descreve o fenômeno shimmy como um movimento auto-excitado de oscilação da roda dianteira em torno do eixo de direção. Trata-se de uma vibração intensa que pode ocorrer nas rodas dianteiras de automóveis, motocicletas e em trens de pouso de aviões [2]. Zhuravlev e Klimov [3] afirmam que tais auto-oscilações não apenas prejudicam o desempenho do sistema, mas também comprometem a segurança dos usuários.

Devido ao desgaste excessivo, o efeito shimmy em rodas dianteiras pode reduzir a durabilidade dos componentes mecânicos e causar acidentes fatais [4]. Por esse motivo, a sua

prevenção continua sendo uma preocupação para projetistas e operadores de veículos terrestres e aeronaves.

A oscilação do sistema decai em condições estáveis e aumenta em condições instáveis [5]. A partir de modelos matemáticos, é possível analisar a estabilidade do shimmy em função de determinados parâmetros do sistema e tentar prever o seu comportamento.

Nesse trabalho, com o intuito de avaliar a influência de um parâmetro físico do sistema no fenômeno shimmy, será utilizado o modelo matemático conhecido como modelo de roda dianteira proposto por Podgorski [5] para estudar o comportamento da estabilidade do shimmy ao variar o valor do ângulo de caster.

1. O FENÔMENO SHIMMY

Zhuravlev e Klimov [3] definem shimmy como sendo um fenômeno de intensa auto-oscilação angular que ocorre em rodas.

O shimmy ocorre quando energia cinética suficiente do movimento do veículo é transferida para o movimento de oscilação de sua roda dianteira [4].

Os estudos sobre o shimmy começaram ainda no início do século XX, sendo Broulhiet [6] o responsável por uma das primeiras pesquisas que se tem conhecimento.

Becker, Fromm e Maruhn [7] foram os primeiros a desenvolver uma teoria para o movimento de shimmy em automóveis. Como resultado de seu trabalho, o acoplamento giroscópico entre os movimentos angulares em torno do eixo longitudinal e do eixo de esterçamento foi apontado como o principal fator causador do shimmy.

Den Hartog [8] e Rocard [9] analisaram esse shimmy giroscópico em alguns sistemas com rodas tracionadas e Olley [10] examinou esse fenômeno experimentalmente.

A partir de seus experimentos, Schrode [11] concluiu que um sistema de rodas acelerando é significativamente menos estável do que um sistema desacelerando.

Pacejka [12] observou outro tipo de shimmy ocorrer em trens de pouso de aviões e automóveis equipados com suspensões dianteiras independentes. Esse shimmy está intimamente relacionado com a complância lateral do pneu e da suspensão.

A deformação de pneus elásticos foi estudada como um importante fator na análise do shimmy por von Schlippe e Dietrich [13], Moreland [14] e Smiley [15].

Ho e Lai [16] analisaram o efeito shimmy em trens de pouso de aviões e encontraram uma relação entre o fenômeno e a deflexão lateral do suporte do trem de pouso.

Cossalter [17] chama de wobble a oscilação do conjunto dianteiro da motocicleta em torno do seu eixo de esterçamento. De acordo com o próprio autor, esse fenômeno equivale ao shimmy em rodas dianteiras de carros ou em trens de pouso de aviões.

Quando a motocicleta está numa faixa de velocidades entre 40 e 80 km/h, o wobble é levemente amortecido e, portanto, pode se tornar instável.

Pode-se ampliar a estabilidade do wobble aumentando a rigidez lateral da carcaça do pneu dianteiro, o valor do amortecedor da direção e o raio da roda dianteira. Por outro lado, diminui-se a estabilidade ao aumentar-se a distância entre o centro de massa da motocicleta e o eixo da roda traseira, a rigidez de deriva e o momento de inércia da roda dianteira [17].

Aumentar a altura do centro de massa da motocicleta, o valor do ângulo de caster e o raio da roda aumentam a estabilidade em baixas velocidades, mas a reduzem em altas velocidades. O oposto ocorre quando se aumentam a inércia de rolagem da motocicleta e o trail [17].

Existem diferentes jeitos de se modelar a elasticidade dos pneus; pode-se utilizar tanto a teoria da mola elástica proposta por von Schlippe e Dietrich [13] e Pacejka [12] quanto o método do contato pontual de Moreland [14]. Ambos os métodos fornecem resultados adequados, apesar de não serem facilmente comparáveis [18].

Besselink [19] avaliou o desempenho de vários modelos lineares de pneus e a influência de parâmetros na estabilidade do shimmy, mostrando que modelos lineares e técnicas analíticas são eficientes em sua análise.

O pico de amplitude do shimmy ocorre em certa velocidade e sua altura depende do trail (a altura decresce com o aumento do trail). Esse pico ocorre porque uma condição de ressonância existe. Tal condição é produzida quando a frequência de rotação da roda, ω_c , e a frequência de oscilação livre do shimmy, ω_s , são aproximadamente iguais [5].

2. MODELOS MATEMÁTICOS

Ao longo dos anos, variações do modelo matemático conhecido como modelo de roda dianteira têm sido utilizadas para modelar o fenômeno.

Zhuravlev e Klimov [3] propõem um modelo baseado na teoria de atrito seco para explicação do fenômeno shimmy em rodas rígidas.

Para explorar a influencia do movimento do veículo no shimmy da roda dianteira, Ding [4] propõe um modelo mecânico composto por dois modelos de rodas dianteiras e algumas partes acopladas diretamente no veículo.

Somieski [18] apresentou diferentes técnicas matemáticas para avaliar a estabilidade do modelo de roda dianteira.

Em seu trabalho, Podgorski [5] apresenta um modelo matemático capaz de analisar a estabilidade do shimmy em trens de pouso de aviões e que pode ser visto na Fig. 1. Apesar de ser mais antigo do que os citados anteriormente, ele é apresentado com mais detalhes, possibilitando a reprodução dos resultados obtidos pelo autor e a realização de novas análises a partir deles.

Por esse motivo, esse foi o modelo escolhido para o estudo realizado nesse trabalho.

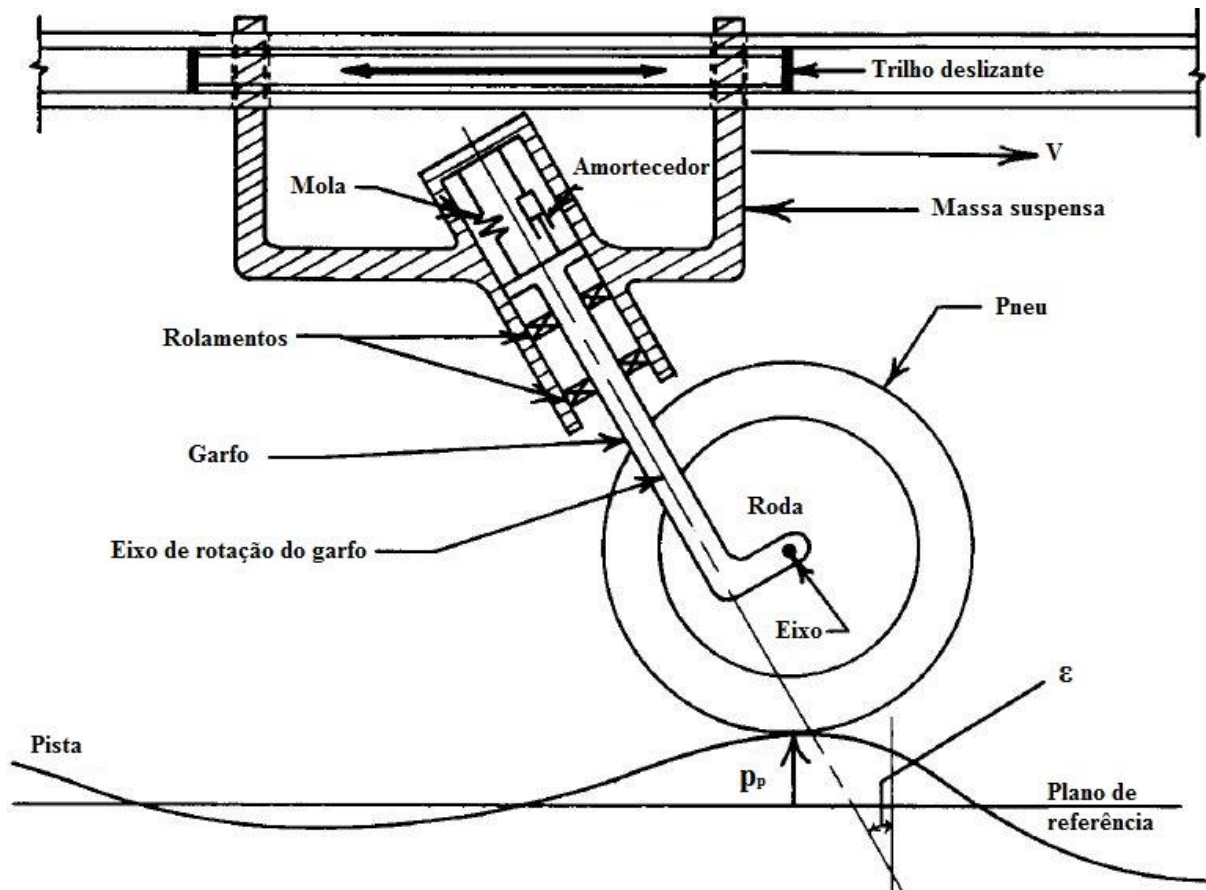


Figura 1 - Modelo de roda dianteira desenvolvido por Podgorski [5].

O modelo proposto é composto por um pneu montado em uma roda capaz de girar em torno de um eixo fixo ao garfo. Por sua vez, o garfo se apoia em rolamentos que estão conectados a uma massa suspensa, que translada horizontalmente com uma velocidade V . O garfo é livre para girar nos rolamentos e para transladar ao longo de seu eixo de rotação, sendo a translação resistida por uma mola e um amortecedor. Além disso, o eixo de rotação do garfo forma um ângulo ε (conhecido como ângulo de caster) em relação à vertical.

O sistema desenvolvido por Podgorski [5] possui três movimentos independentes: o giro da roda θ , a rotação ψ e translação η do garfo. Além disso, a superfície de contato entre o pneu e o solo tem a liberdade para deformar na direção perpendicular ao plano da roda (a deformação é indicada pela variável Δ).

A mola e o amortecedor da suspensão possuem características lineares. A rotação do garfo é resistida por um amortecimento viscoso com características lineares, cujo coeficiente de amortecimento é indicado por C_D . O atrito de Coulomb é desprezado nesse modelo.

As reações do solo no pneu consideradas no modelo são a carga normal N , a força lateral F_t e o momento autoalinhante M_t . O momento de tombamento, o momento de resistência ao rolamento e as forças de tração e frenagem não são considerados.

Para caracterizar a força lateral e o momento autoalinhante do pneu, Podgorski [5] adota a teoria do contato pontual proposta por Moreland [14] e Collins [20]. A Equação (1) corresponde à equação da força lateral:

$$F_t = K_1 \cdot \Delta + C_L \cdot \dot{\Delta} \quad (1)$$

onde K_1 é o coeficiente de rigidez lateral efetiva do pneu e C_L é o coeficiente de amortecimento lateral efetivo do pneu.

A Equação (2) corresponde à equação do momento autoalinhante baseada na teoria de Moreland [14]:

$$M_t = \mu_1 \cdot \lambda \quad (2)$$

onde μ_1 é o coeficiente de rigidez torcional do pneu e λ é o ângulo de deriva.

Em sua análise, Podgorski [5] considera uma força normal constante e o mesmo se aplica a este trabalho.

Considerando a roda perfeita e o solo plano, as equações de movimento do modelo resumem-se em três conjuntos de equações diferenciais desacopladas.

O primeiro conjunto é composto por uma equação de segunda ordem para a deflexão da suspensão, como mostra a Eq. (3):

$$(m_f + m_w) \frac{d^2 \eta}{dt^2} = -(m_f + m_w)g \sin(\epsilon) - C_s \dot{\eta} - K_s \eta + N \cos(\epsilon) \quad (3)$$

onde m_f é a massa do garfo, m_w é a massa da roda, g é a aceleração do campo gravitacional, K_s a constante de rigidez da mola e C_s a constante de amortecimento do amortecedor.

O segundo conjunto contém uma equação que diz respeito à rotação da roda θ , como mostra a Eq. (4):

$$\theta = -\frac{Vt}{r_e} \quad (4)$$

onde r_e é o raio geométrico da roda e t é a variável de tempo.

Por fim, o último conjunto é composto por quatro equações diferenciais de primeira ordem, que são lineares em relação às variáveis Δ , λ , ψ e $\dot{\psi}$. Essas equações podem ser reescritas conforme mostra a Eq. (5):

$$\frac{d\hat{Y}}{dt} = [B] \cdot \hat{Y} \quad (5)$$

onde \hat{Y} é um vetor 4×1 com as componentes Δ , λ , ψ e $\dot{\psi}$, e $[B]$ é uma matriz 4×4 , cujo os coeficientes dependem das características físicas do pneu, do ângulo de caster (ϵ), da carga normal (N), da velocidade longitudinal (V) e do trail do sistema (a):

$$[B] = \begin{bmatrix} 0 & -V & -V\cos(\varepsilon) & -a\cos(\varepsilon) \\ \frac{CK_1}{C_1} & \frac{-(1+CC_LV)}{C_1} & \frac{-(CC_LV\cos(\varepsilon)-C_2\sin(\varepsilon))}{C_1} & \frac{-(CC_La\cos(\varepsilon))}{C_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{(N\sin(\varepsilon)+K_1a\cos(\varepsilon))}{I_\psi} & \frac{(\mu_1\cos(\varepsilon)-VC_La\cos(\varepsilon))}{I_\psi} & \frac{(N\sin(\varepsilon)\cos(\varepsilon)a-VC_La\cos^2(\varepsilon))}{I_\psi} & \frac{-(C_D+C_La^2\cos^2(\varepsilon))}{I_\psi} \end{bmatrix} \quad (6)$$

onde C é o coeficiente de guinada do pneu, C_1 é a constante de tempo do pneu, C_2 é o coeficiente de segunda ordem de rigidez de guinada e I_ψ é uma composição dos momentos de inércia da roda e do garfo. Collins [21] fornece uma explicação detalhada sobre cada um dos parâmetros do pneu, esclarecendo o significado de cada um deles.

O trail é um parâmetro físico de grande importância devido à sua grande influência no movimento de shimmy do sistema [5]. Ele corresponde à distância entre o ponto de contato da roda dianteira e o ponto de intersecção entre a projeção do eixo de rotação da direção e o solo, medido no plano do solo [22].

Calculando os autovalores da matriz $[B]$, Podgorski [5] construiu uma curva de estabilidade do shimmy em função da velocidade longitudinal e do trail. A Figura 2 apresenta essa curva. Para cada ponto do plano, os autovalores dessa matriz consistem em dois valores puramente reais e outros dois que formam um par complexo conjugado.

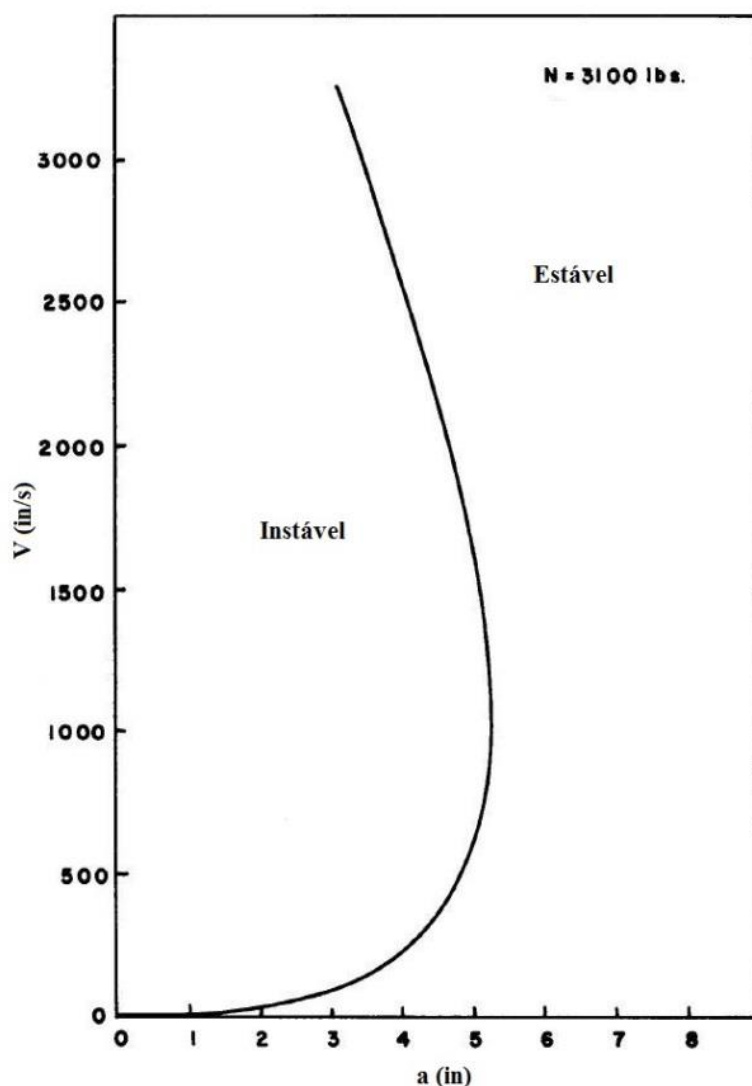


Figura 2 - Curva de estabilidade obtida por Podgorski [5].

Como os autovalores reais são negativos para todos os pontos do plano, a oscilação do shimmy é determinada pela par complexo. A frequência do shimmy (ω_s) é dada pela magnitude da parte imaginária e a taxa de crescimento ou decaimento exponencial da oscilação desse movimento (E_r) é calculada por meio do valor da parte real. Ambos dependem da velocidade e do trail, sendo que o valor de ω_s aumenta monotonicamente com o aumento de algum desses parâmetros.

O movimento de shimmy é estável se E_r for negativo e instável se for positivo. O movimento do shimmy decai em qualquer situação em que o ponto definido pela velocidade longitudinal do sistema e o seu trail se encontra na região estável da figura anterior, e aumenta quando esse ponto se encontra na região instável [5].

3. ANÁLISE DE ESTABILIDADE

O efeito shimmy pode ser evitado projetando-se um sistema onde as condições de ressonância ocorrem em velocidades que estão fora da faixa de operação. Uma alternativa possível para

minimizar os efeitos desse fenômeno é aumentar a estabilidade inerente do sistema, projetando-o para que ele não opere, ou evite, em regiões de instabilidade.

A partir dos autovalores da matriz [B] do modelo de referência de Podgorski [5], é possível analisar a influência do ângulo de caster na estabilidade do movimento shimmy. Em seu trabalho, o autor fornece todos os dados de seu modelo, possibilitando a sua reprodução. O ângulo de caster utilizado pelo autor era igual a 27 graus.

A Tabela 1 apresenta os valores das massas e momentos de inércia utilizados no modelo:

Tabela 1 - Massas e inércias do modelo de roda dianteira de Podgorski [5].

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Massa do garfo	m_f	12,3	Kg
Massa da roda	m_w	25,4	Kg
Momento de Inércia	I_ψ	0,113	Kg.m ²

Por sua vez, a Tabela 2 contém os dados da suspensão:

Tabela 2 - Características da suspensão [5].

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Rigidez da suspensão	K_s	131,3	kN/m
Amortecimento da suspensão	C_s	7,9	kN.s/m
Constante de amortecimento rotacional	C_D	0	N.s.m

Por fim, Podgorski também fornece os parâmetros do pneu. A constante de tempo do pneu, em s/rad.N, é calculado pela seguinte equação:

$$C_1 = -1,9338.10^{-8}.V \quad (7)$$

Os valores dos outros parâmetros podem ser vistos na tabela abaixo:

Tabela 3 - Parâmetros do pneu [5].

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Coefficiente de guinada	C	$1,69.10^{-5}$	rad/N
Coefficiente de segunda ordem de rigidez de guinada	C_2	0,1	rad
Coefficiente de amortecimento lateral	C_L	1,56	kN.s/m
Coefficiente de rigidez lateral	K_1	282,8	kN/m
Coefficiente de rigidez torcional	μ_1	1,0	N.m/rad

Dessa maneira, é possível construir uma curva similar à ilustrada na Fig. 2 e verificar se a reprodução está correta. A reprodução pode ser vista na Fig. 3.

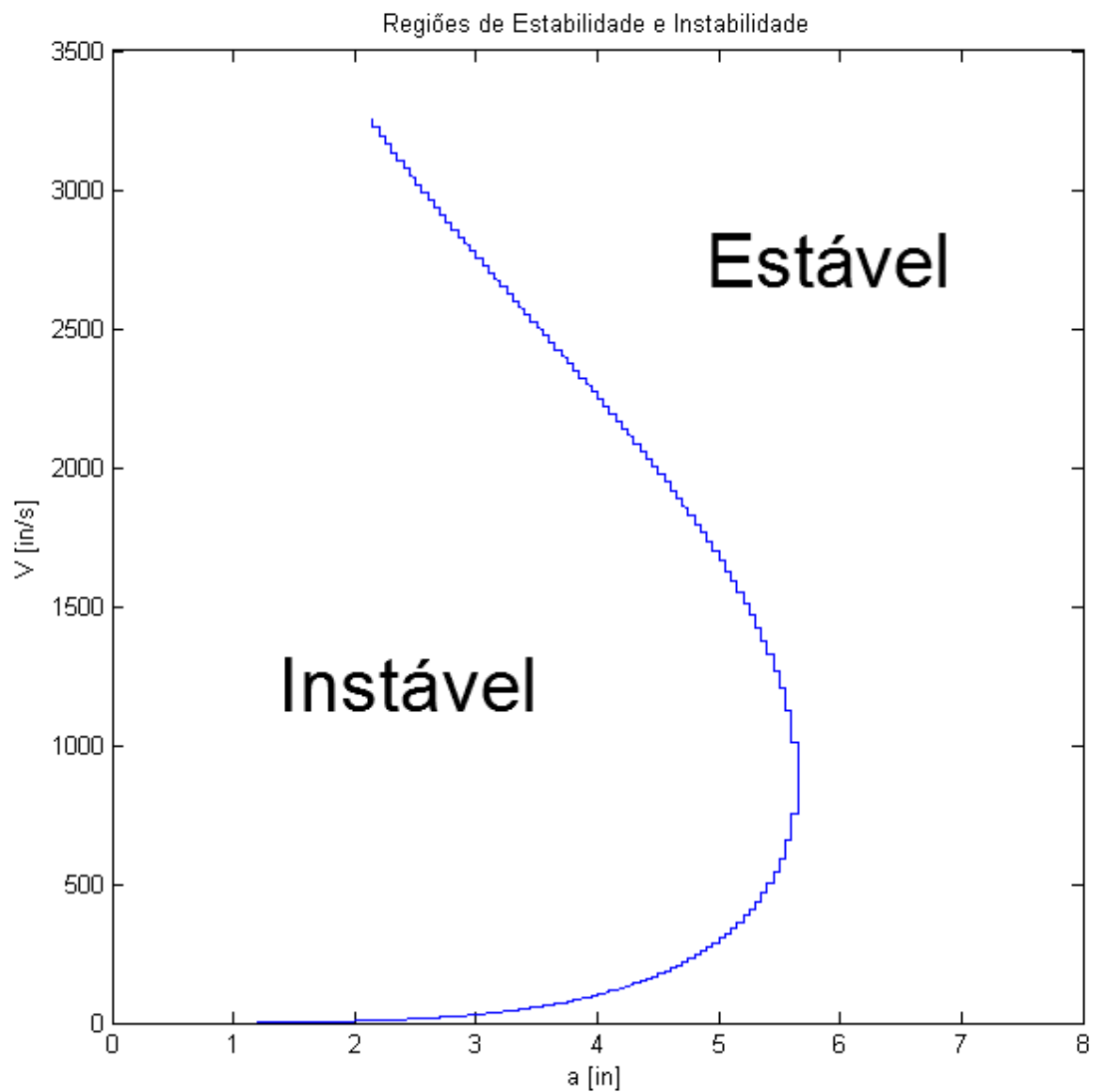


Figura 3 - Reprodução da curva obtida por Podgorski et al., 1975.

Alterando o valor original do ângulo de caster (ε), é possível observar sua influência na estabilidade do shimmy e comparar com o que está estabelecido na literatura. Assim, optou-se por varia-lo em uma faixa de 10 a 45 graus.

A seguinte curva foi obtida variando o valor de ε :

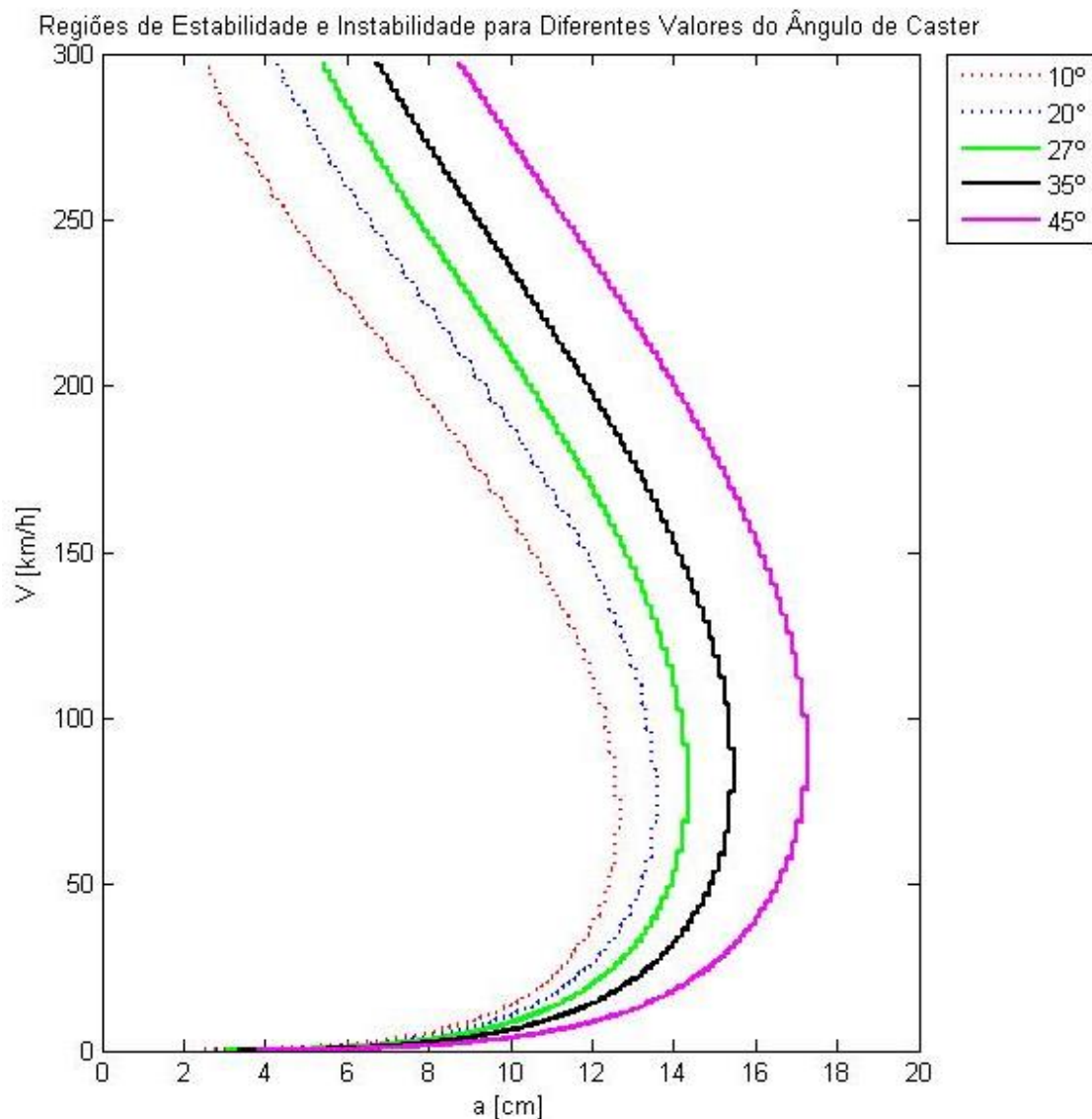


Figura 4 - Comportamento da curva de estabilidade do shimmy ao variar o ângulo de caster.

Como a região de instabilidade se encontra à esquerda da curva e a de estabilidade à direita, nota-se que o aumento do ângulo de caster reduz o tamanho da região de estabilidade, independentemente da velocidade.

CONCLUSÃO

Neste trabalho, foi apresentada uma breve revisão bibliográfica sobre o shimmy e os modelos matemáticos capazes de analisar a sua estabilidade. O shimmy é um fenômeno que pode comprometer o conforto e segurança de usuários de diversos meios de transporte. Sendo assim, é importante tentar entender o porquê de sua ocorrência e modos de evita-lo.

É possível observar através dos diagramas de estabilidade que, assim como descrito na literatura, aumentar o valor do trail tende a reduzir a estabilidade em baixas velocidades e ampliá-la em altas velocidades.

Entretanto, quando se altera o valor do ângulo de caster, o comportamento da estabilidade não condiz com o descrito na literatura. O esperado era que aumentar o ângulo de caster elevaria a estabilidade em baixas velocidades, mas a reduziria em condições de alta velocidade. Porém, o resultado obtido pela simulação do modelo de Podgorski sugere que a redução do ângulo de caster seria benéfica para a estabilidade independentemente da velocidade em que o sistema se encontra.

Como a literatura descreve esse comportamento para o shimmy em motocicletas (neste caso, conhecido como wobble) e o modelo de Podgorski refere-se a um trem de pouso de um avião, é possível que essa seja a razão das diferenças encontradas. Além disso, talvez seja necessário aumentar a complexidade matemática do modelo para que ele forneça respostas mais próximas do comportamento observado experimentalmente.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Laboratório de Sistemas Integrados (LabSin) da Faculdade de Engenharia Mecânica (FEM) da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) e ao apoio financeiro concedido pela CAPES, CNPq e Pirelli Pneus Ltda.

REFERÊNCIAS

- [1] PACEJKA, H. **Tyre and Vehicle Dynamics**. 2 ed. Burlington: Elsevier, 2006. 642 p.
- [2] RAN, S., BESSELINK, I. J. M. e NIJMEIJER, H. Application of nonlinear tyre models to analyse shimmy. **Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility**, 52:sup1, p. 387-404, 2014.
- [3] ZHURAVLEV, V. P. e KLIMOV, D. M. Theory of the shimmy phenomenon. **Mechanics of solids**, v. 45, n. 3, p. 324-330, 2009.
- [4] DING, W. J. **Self-excited vibration**. Tsing-Hua University Press, Beijing, China, p. 99-199, 2009.
- [5] PODGORSKI, W. A., KRAUTER, A. I. e RAND, R. H. The Wheel Shimmy Problem: Its Relationship to Wheel and Road Irregularities. **Vehicle System Dynamics**, v. 4, n. 1, p. 9-41, 1975.
- [6] BROULHIET, M. G. La Suspension de la Direction de la Voiture Automobile-Shimmy et Dandinement, **Bulletin de la Société d'Ingénierie Civile**, Vol. 78, 1925.
- [7] BECKER, G., FROMM, H. e MARUHN, H. **Schwingungen in Automobil-lenkungen ('Shimmy')**. M. Krayn, Berlin. 1931.
- [8] DEN HARTOG, J. P. **Mechanical vibrations**. Courier Corporation, 1940.
- [9] ROCARD, Y. **Dynamique Générale des Vibrations**, Masson, Paris, 1949.
- [10] OLLEY, M. Road manners of the modern car. **J. Inst. Auto. Engrs.**, 15. 1947.
- [11] SCHRODE, H. Reduction of the Shimmy Tendency of Tail and Nose-Wheel Landing Gears by Installation of Specially Designed Tires. **Tech. Berichte**, Bd, v. 10, p. 113-116, 1943.
- [12] PACEJKA, H. **The Wheel Shimmy Phenomenon - A Theoretical and Experimental Investigation with Particular Reference to the Nonlinear Problem**. Ph.D. thesis, Delft University of Technology. 1966.

- [13] VON SCHLIPPE, B. e DIETRICH, R., Shimmying of a Pneumatic Wheel. **NACA TM-1365**, 1947.
- [14] MORELAND, W. J. The story of shimmy. **Journal of the Aeronautical Sciences**, v. 21, n. 12, pp. 793-808. 1954.
- [15] SMILEY, R. F. Correlation and Extension of Linearized Theories for Tire Motion and Wheel Shimmy. **NACA Report 1299**. 1957.
- [16] HO, F. H. e LAI, J. L. Parametric shimmy of a nosegear. **Journal of Aircraft**, v. 7, n. 4, p. 373-375, 1970.
- [17] COSSALTER, V. **Motorcycle dynamics**. Ed. Dois. Lulu.com, 2006, 327p.
- [18] SOMIESKI, Gerhard. Shimmy analysis of a simple aircraft nose landing gear model using different mathematical methods. **Aerospace Science and Technology**, v. 1, n. 8, p. 545-555, 1997.
- [19] BESSELINK, I. J. M. **Shimmy of aircraft main landing gears**. Ph.D. thesis, TU Delft, Delft University of Technology, 2000.
- [20] COLLINS, R. L. e BLACK, R. J. Tire parameters for landing-gear shimmy studies. **Journal of Aircraft**, v. 6, n. 3, p. 252-258, 1969.
- [21] COLLINS, R. L. Theories on the mechanics of tires and their applications to shimmy analysis. **Journal of Aircraft**, v. 8, n. 4, p. 271-277, 1971.
- [22] DONADIO, R. N. **Modelagem do comportamento direcional de motocicletas em curva**. 126p. Dissertação de mestrado, Centro Universitário da FEI, FEI. São Bernardo do Campo, 2009.