

# **MODELAGEM DOS PERCURSOS DA MISTURA AR/COMBUSTÍVEL PARA UM MOTOR COM TECNOLOGIA FLEX**

Marcos Henrique C. Silva<sup>1</sup>, Armando Antônio M. Laganá<sup>2</sup>

<sup>1, 2</sup>Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

<sup>2</sup>Fatec Santo André

E-mails: marcoshencarsil@gmail.com, armandolagana@terra.com.br

## **RESUMO**

Neste artigo são apresentados modelos para os percursos da mistura ar/combustível para um motor com tecnologia FLEX. Empregar-se-ão métodos de identificação experimental e análise teórica, ambos voltados para a resposta em frequência de sistemas dinâmicos, de forma a se descrever matematicamente todos os elementos presentes e considerados no percurso. Serão estudados os seguintes fenômenos: a dinâmica de evaporação da camada de filme de combustível, concomitantemente com a evaporação das gotas; a dinâmica dos gases residuais presentes no cilindro; os fenômenos de transporte e equacionamento do atraso; os fenômenos de admistão da mistura gasosa tanto nos dutos quanto no coletor de exaustão; a dinâmica dos sensores. Aparatos experimentais que permitem o estudo e modelagem destes fenômenos serão apresentados, assim como formulações de identificação. Serão apresentadas análises sobre a influência da composição na dinâmica de todo o sistema visando a aplicação destes modelos em motores com tecnologia FLEX.

## **INTRODUÇÃO**

O objetivo deste artigo é modelar todos os fenômenos que ocorrem com o combustível desde quando ele sai do bico injetor, se evapora adentrando-se na mistura gasosa circundante no duto de entrada e atinge a sonda lambda pré-catalítica. Neste percurso modelamos a evaporação de combustível e, por conseguinte, a mistura ar/combustível formada. A seguir, ocorre a admistão da mistura adentrando

no cilindro com os gases residuais. Na exaustão, os gases saindo do cilindro sofrem admistão com os gases que já estavam ali presentes no sistema de escape. Deve-se também computar o atraso desde a injeção até que a mistura ar/combustível formada chegue na sonda lambda. A dinâmica da sonda lambda também é considerada. Sabendo a relação da injeção com a resposta da sonda lambda pode-se adotar estratégias de controle.

## **1. Modelagem da admissão de combustível**

Iremos considerar que o combustível adentra o cilindro na forma de vapor de combustível através de dois caminhos: O primeiro, o combustível injetado evapora-se na própria mistura gasosa circundante sem atingir as paredes do cilindro. O segundo, o combustível injetado atinge as paredes do cilindro antes de evaporar e adere a elas, formando um filme de combustível. O combustível que impacta na parede do cilindro, mas não adere ao filme, é computado no primeiro caminho.

Considera-se que a massa de combustível sai do bico injetor em forma de gotas. Dever-se-á, portanto, realizar duas modelagens. A primeira, a evaporação das gotas de combustível presentes na mistura gasosa circundante e a segunda, a evaporação do combustível presente no filme situado no duto cilíndrico.

### **1.1. Modelo de Locatelli**

O modelo de Locatelli, apresentando em [1], é baseado em modelos de evaporação presentes na literatura. O mérito de Locatelli é incorporar estes modelos no contexto automotivo de admissão de combustível.

Neste modelo, existem dois parâmetros que representam a dinâmica da admissão de combustível: O primeiro, o fator  $\kappa$ , que determina a proporção da quantidade de combustível que adere ao filme. O segundo, a constante de tempo  $\tau$  da evaporação da camada de filme. Utilizamos este parâmetro, pois representamos a evaporação da camada de filme como um sistema de 1ª ordem. De forma a equacionar estas afirmações, tem-se [2]:

$$\frac{d}{dt}m_f(t) = -\frac{m_f(t)}{\tau(.)} + \kappa(.) \cdot \dot{m}_\psi(t) \quad (1)$$

$$\dot{m}_\varphi(t) = (1 - \kappa(.)) \cdot \dot{m}_\psi(t) + \frac{m_f(t)}{\tau(.)} \quad (2)$$

Aonde,

$m_f(t)$ : Massa de combustível presente no filme;  $\dot{m}_\psi(t)$ : Fluxo de massa pelo bico injetor;

Para realizar, portanto, a programação do controle ao desejarmos um determinado fluxo mássico de mistura de combustível  $\dot{m}_{\varphi,des}(t)$ , tem-se [2]:

$$\dot{m}_\psi(t) = \frac{1}{1 - \kappa(.)} \cdot (\dot{m}_{\varphi,des}(t) - \frac{m_f(t)}{\tau(.)}) \quad (3)$$

O caso da evaporação das gotas será adotado com a mesma formulação da evaporação da camada de filme, pois estamos supondo que os parâmetros que influem na evaporação são as propriedades numa linha vertical ao filme de combustível (ou numa linha radial no caso da gota). Logo, o formato da superfície vizinha e sua conseqüente influência estão sendo desprezados. É como se considerássemos que a gota de combustível é um conjunto união de vários filmes de combustível infinitesimais. Também estamos desprezando a influência de uma gota em outra. Logo, segue o equacionamento da evaporação a ser adotado para os dois casos [2]:

$$\dot{m}_{EV} = \frac{\rho_{vs} \cdot D_{AB} \cdot A_f}{d_x} \cdot Sh \cdot \ln(1 + B) \quad (4)$$

Aonde,

$\dot{m}_{EV}$ : Taxa mássica de vaporização;  $\rho_{vs}$ : Densidade dos vapores de combustível na superfície da mistura de combustível, aproximado como metade da densidade do combustível líquido [2]. Considere a densidade da

gasolina líquida como  $747 \text{ kg/m}^3$  e do etanol líquido  $789 \text{ kg/m}^3$  [3];  $D_{AB}$ : Coeficiente de difusão binária entre a mistura de combustível e a mistura gasosa circundante;  $d_x$ : Comprimento característico. Para o caso da evaporação das gotas, o comprimento característico é o diâmetro das gotas. Já no caso do filme, o comprimento característico é o diâmetro da válvula de admissão;  $Sh$ : Número de Sherwood;  $B$ : Número de Spalding;  $A_f$ : Área de contato da mistura de combustível com o meio gasoso circundante, através da qual ocorre a vaporização.

Numa mistura, podemos considerar que o coeficiente de difusão binária é uma soma ponderada pela fração mássica de seus componentes [4]. Logo, para mistura de gasolina tipo A com etanol anidro (escala EX), com fração mássica  $F_{ETANOL}$  de etanol anidro, temos:

$$\frac{D_{GASOLINA}}{F_{ETANOL}},_{AR} = F_{ETANOL} \cdot D_{ETANOL,AR} + (1 - F_{ETANOL}) \cdot D_{GASOLINA,AR} \quad (5)$$

Caso o pesquisador esteja usando mistura de gasolina tipo C (E27) com etanol hidratado (escala HX, vide [5]), a soma acima deve ter obviamente mais um termo, o qual estará relacionado à fração mássica de água e ao coeficiente de difusão binária desta com o meio gasoso circundante.

O número de Sherwood  $Sh$  para o caso da evaporação das gotas e para o caso da evaporação do filme é, respectivamente, identificado da seguinte forma [2]:

$$Sh = 0.023 \cdot Re^{0.83} \cdot Sc^{0.44} \quad (6)$$

$$Sh = 0.552 \cdot Re^{0.50} \cdot Sc^{0.33} \quad (7)$$

Aonde,

$Re$ : Número de Reynolds;  $Sc$ : Número de Schmidt.

Recomenda-se calcular o número de Spalding segundo a seguinte fórmula [2][6]:

$$B = \frac{x_{vf}(\vartheta_f)}{1 - x_{vf}(\vartheta_f)} \quad (8)$$

Aonde  $x_{vf}(\vartheta_f)$  é a fração de massa de combustível que vaporizou na dada temperatura do filme. Para isto, deve-se consultar a curva de destilação para a mistura empregada. As curvas de destilação para composição HX podem ser consultadas em [7] e para composição EX em [8]. A temperatura do filme será considerada como igual à temperatura da parede do cilindro do motor [9]. Para conhecer a modelagem desta temperatura, consultar referências de modelagem de sistemas térmicos, como [10].

A constante de tempo de vaporização da camada de filme  $\tau$  pode ser identificada como [2]:

$$\frac{1}{\tau(.)} = \frac{D_{AB,F} \cdot Sh_F \cdot \ln(1 + B)}{2 \cdot d_F \cdot \delta_{esp}} \quad (9)$$

Aonde,

$Sh_F$ : Número de Sherwood para o caso da vaporização do filme de combustível;  $\delta_{esp}$ : Espessura do filme de combustível;  $D_{AB,F}$ : Coeficiente de difusão binária para o caso do filme;  $d_F$ : Diâmetro da válvula de entrada.

O fator de aderência  $\kappa$  pode ser identificado como [2]:

$$1 - \kappa(.) = \frac{3}{d_0^3} \cdot C_G \cdot \int_0^{t_{FVA} - t_{ii}} e^{-t/\tau_{DA}} \cdot \sqrt{d_0^2 - 2 \cdot C_G \cdot t} \cdot dt \quad (10)$$

$$C_G = D_{AB,G} \cdot \ln(1 + B) \cdot Sh_G \quad (11)$$

$$N_{dp}(t) = N_{tot} \cdot e^{-t/\tau_{DA}} \quad (12)$$

$$N_{tot} = \frac{m_{\psi}}{\frac{\pi}{6} \cdot d_0^3 \cdot \rho_f} \quad (13)$$

Aonde,

$t_{FVA}$ : Tempo de fechamento da válvula de admissão;  $t_{ii}$ : Tempo de início da injeção;  $Sh_G$ : Número de Sherwood para o caso da gota;  $\tau_{DA}$ : Taxa de decaimento do número de gotas;  $D_{AB,G}$ : Coeficiente de difusão binária para o caso da gota;  $N_{dp}(t)$ : Número de gotas presentes na mistura gasosa circundante;  $N_{tot}$ : Número inicial de gotas;  $m_{\psi}$ : Massa de combustível injetada em um determinado ciclo;  $\rho_f$ : Densidade do combustível líquido;  $d_0$ : Diâmetro inicial da gota. Podemos adotar valores como  $100\mu m$  [2] ou  $600\mu m$  [3].

Existem três termos até então não identificados: O primeiro,  $\tau_{DA}$ , que varia apenas com a geometria do sistema de admissão (portanto, é uma constante para um determinado motor); O segundo, a temperatura  $\vartheta_D$  das gotas de combustível, necessária para calcular  $D_{AB,G}$ ; O terceiro, a espessura do filme de combustível  $\delta_{esp}$ . Os métodos de identificação destes três parâmetros não serão abordados neste artigo, pois possuem complexidade que demandaria extensa explicação. Recomenda-se ao leitor consultar [1] para conhecer estes métodos.

## 1.2. Modelo de Onder

Christopher Onder desenvolveu em [11] um modelo no qual há duas dinâmicas simultâneas de evaporação, como se ocorressem duas evaporações distintas ao mesmo tempo, cada um com sua constante de tempo de vaporização e fator de aderência. Este modelo descreve melhor a dinâmica de partida a frio, a dinâmica de back-flow e a dinâmica dos gases residuais [2] e consegue responder melhor a variações rápidas e vagarosas de frequência [12].

Ao se empregar o Modelo de Onder como duas evaporações paralelas modeladas segundo o Modelo de Locatelli, devemos identificar conjuntamente  $\kappa_1(\cdot)$ ,  $\kappa_2(\cdot)$ ,  $\tau_1(\cdot)$  e  $\tau_2(\cdot)$ , identificando, portanto, duas temperaturas de gota distintas e duas espessuras do filme distintas. Obviamente isto foge da realidade, porém melhora os resultados do modelo.

## 2. Modelagem da dinâmica dos gases residuais

A modelagem dos gases residuais é necessária caso não se use o Modelo de Onder.

A relação equivalente ar/combustível dos gases de escape não é a mesma da mistura ar/combustível admitida pelo cilindro, devido à admistão da mistura admitida com os gases residuais. Portanto [13]:

$$\lambda_{cyl}(k) = C_r \cdot \lambda_{cyl}(k-1) + (1 - C_r) \cdot \lambda_{adm}(k) \quad (14)$$

Aonde,

$\lambda_{cyl}(k)$ : Razão equivalente ar/combustível da mistura interna ao cilindro no ciclo  $k$ ;

$\lambda_{adm}(k)$ : Razão equivalente ar/combustível da mistura admitida no ciclo  $k$ .  $C_r$ : A fração da mistura gasosa interna ao cilindro que permanece dentro dele mesmo após a exaustão.

Pelos resultados presentes em [13], infere-se que é suficiente aproximar  $C_r$  como função da carga (pode-se usar a pressão no coletor de admissão como carga). Deve-se considerar o fenômeno da admistão com os gases residuais como em série com o fenômeno da evaporação e admissão de combustível.

## 3. Modelagem da dinâmica da admistão de gases no sistema de exaustão

Modelaremos duas admistões no sistema de exaustão: uma ocorrendo nos dutos de saída e outra ocorrendo no coletor de escape. Nos dutos de saída, modelaremos apenas a suavização na variação nos gases de escape devido à

admistão que ocorre nestes dutos, fenômeno que é melhor representada por um sistema de 2ª ordem [2]. Consideraremos a frequência de amostragem  $\tau_{seg}$  a duração de um ciclo dividida por  $n_{cyl}$  (número de cilindros). Logo:

$$\hat{G}_{mix,dutos}(s) = \left( \frac{z \cdot (b_1 \cdot z + b_2)}{z^2 - a_1 \cdot z - a_2} \right) \Big|_{z=e^{\tau_{seg} \cdot s}} \quad (15)$$

Repare que na modelagem da admistão nos dutos ignorou-se os efeitos não-periódicos, reservando que eles sejam computados apenas na modelagem da admistão no coletor de escape.

Como no coletor de escape chegam  $n_{cyl}$  dutos de saída, caso deslocarmos este fenômeno para ocorrência neste coletor, a frequência de ocorrência é multiplicada por  $n_{cyl}$ . Logo:

$$G_{mix,dutos}(s) = \left( \frac{z^{n_{cyl}} \cdot (b_1 \cdot z^{n_{cyl}} + b_2)}{z^{2 \cdot n_{cyl}} - a_1 \cdot z^{n_{cyl}} - a_2} \right) \Big|_{z=e^{\tau_{seg} \cdot s}} \quad (16)$$

Há processos contínuos e não periódicos que ocorrem no coletor de escape como a deformação e a dispersão da mistura gasosa durante o processo de admistão, não periódicos por poderem ter fenômenos que podem durar mais de um período como histereses e efeitos cumulativos [14]. De forma a computar estes processos, recomenda-se o uso de um fator de segunda ordem, conforme abaixo [2]:

$$G_{mix,coletor_{deformacao}}(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \omega_0 \cdot s + \omega_0^2} \quad (17)$$

Logo, temos a modelagem final da admistão como o seguinte cascadeamento da admistão que ocorre nos dutos com a admistão que ocorre no coletor de escape:

$$G_{mix}(s) = G_{mix,coletor_{dutos}}(s) \cdot G_{mix,coletor_{deformacao}}(s) \quad (18)$$



#### 4. Modelagem dos fenômenos de transporte gasoso

Consideraremos que o atraso de transporte da mistura gasosa do duto de entrada até a sonda lambda pode ser modelado com uma simples função atraso conforme abaixo:

$$G_{Tr,g}(s) = e^{-\tau_{delay} \cdot s} \quad (19)$$

O atraso de transporte  $\tau_{delay}$  pode ser identificado como uma constante [2], como função somente da velocidade do motor [15] ou como função da carga e da velocidade do motor [13].

#### 5. Modelagem da dinâmica da sonda lambda

A resposta da sonda lambda pode ser modelada como um sistema de 1ª ordem, cuja constante de tempo costuma ser fornecida pelo fabricante [15]. Logo:

$$G_{LSU}(s) = \frac{1}{1 + \tau_{LSU} \cdot s} \quad (20)$$

#### 6. Formulação final da modelagem do percurso da mistura ar/combustível

O Modelo de Onder para um duto de entrada pode ser modelado, baseando-se nas explicações da seção 1, como [2]:

$$\hat{G}_w(s) = \left( (1 - k_1 - k_2) + k_1 \cdot \frac{1 - e^{-\frac{n_{cyl} \cdot \tau_{seg}}{\tau_1}}}{z - e^{-\frac{n_{cyl} \cdot \tau_{seg}}{\tau_1}}} + k_2 \cdot \frac{1 - e^{-\frac{n_{cyl} \cdot \tau_{seg}}{\tau_2}}}{z - e^{-\frac{n_{cyl} \cdot \tau_{seg}}{\tau_2}}} \right) \bigg|_{z=e^{\tau_{seg} \cdot s}} \quad (21)$$

Se deslocarmos o fenômeno para o coletor de escape, adotando o raciocínio de multiplexação exposto na seção 3, temos:

$$G_w(s) = \left( (1 - k_1 - k_2) + k_1 \cdot \frac{1 - e^{-\frac{n_{cyl} \cdot \tau_{seg}}{\tau_1}}}{z^{n_{cyl}} - e^{-\frac{n_{cyl} \cdot \tau_{seg}}{\tau_1}}} + k_2 \cdot \frac{1 - e^{-\frac{n_{cyl} \cdot \tau_{seg}}{\tau_2}}}{z^{n_{cyl}} - e^{-\frac{n_{cyl} \cdot \tau_{seg}}{\tau_2}}} \right) \Bigg|_{z=e^{\tau_{seg} \cdot s}} \quad (22)$$

Caso o leitor prefira usar o Modelo de Locatelli, deve usar conjuntamente, conforme dito nas seções 1 e 2, a modelagem dos gases residuais. Logo, para o duto de entrada [1][13]:

$$\hat{G}_{ad,c}(s) = \left( (1 - \kappa) + \kappa \cdot \frac{1 - e^{-\frac{n_{cyl} \cdot \tau_{seg}}{\tau}}}{z - e^{-\frac{n_{cyl} \cdot \tau_{seg}}{\tau}}} \right) \Bigg|_{z=e^{\tau_{seg} \cdot s}} \quad (23)$$

$$\hat{G}_r(s) = \left( \frac{1 - C_r}{1 - z^{-1} \cdot C_r} \right) \Bigg|_{z=e^{\tau_{seg} \cdot s}} \quad (24)$$

$$\hat{G}_w(s) = \hat{G}_{ad,c}(s) \cdot \hat{G}_r(s) \quad (25)$$

Fazendo a multiplexação:

$$G_{ad,c}(s) = \left( (1 - \kappa) + \kappa \cdot \frac{1 - e^{-\frac{n_{cyl} \cdot \tau_{seg}}{\tau}}}{z^{n_{cyl}} - e^{-\frac{n_{cyl} \cdot \tau_{seg}}{\tau}}} \right) \Bigg|_{z=e^{\tau_{seg} \cdot s}} \quad (26)$$

$$G_r(s) = \left( \frac{1 - C_r}{1 - z^{-n_{cyl}} \cdot C_r} \right) \Bigg|_{z=e^{\tau_{seg} \cdot s}} \quad (27)$$

$$G_w(s) = G_{ad,c}(s) \cdot G_r(s) \quad (28)$$

Implementa-se também o segurador de ordem zero de forma a permitir o uso dos modelos em sua forma contínua:

$$G_{ZOH}(s) = \frac{1 - e^{-\tau_{seg} \cdot s}}{\tau_{seg} \cdot s} \quad (29)$$

Reunindo todos estes fenômenos em cascata, pode-se apresentar o modelo final do percurso da mistura ar/combustível:

$$G(s) = G_{ZOH}(s) \cdot G_w(s) \cdot G_{Tr,g}(s) \cdot G_{mix}(s) \cdot G_{LSU}(s) \quad (30)$$

A identificação de todos os parâmetros é realizada aplicando-se degrau no bico injetor e analisando a resposta da sonda lambda pré-catalítica ou de outras sondas lambdas estrategicamente posicionadas. Por exemplo, para identificar de forma isolada, objetivando maior precisão, o Modelo de Onder ou o Modelo de Locatelli conjuntamente com a modelagem dos gases residuais, pode-se usar uma sonda lambda logo após a válvula de escape. Para mais detalhes, consultar [13] e [15].

Repare o leitor que o uso de composição variada EX ou HX influi apenas na modelagem da admissão de combustível. Como os gases queimados de todo espectro das composições EX e HX possuem comportamento semelhantes para os fenômenos modelados neste artigo, excluída a evaporação, somente nesta se fez necessário uma abordagem diferenciada para composição variada.

## CONCLUSÃO

Neste artigo, foram expostas formulações de forma a permitir o leitor estabelecer a relação entre a injeção de combustível e a resposta da sonda lambda para fins de controle.

Procurou-se, conjuntamente, oferecer uma explicação física dos processos pelos quais percorre a mistura ar/combustível.

## REFERÊNCIAS

- [1] LOCATELLI, Marzio A. **Modeling and Compensation of the Fuel Path Dynamics of a Spark Ignited Engine**. Tese de Doutorado. ETH Zurich. 2004.
- [2] GUZZELLA, Lino; ONDER, Christopher. **Introduction to modeling and control of internal combustion engine systems**. 2. ed. Springer Science & Business Media, 2010.
- [3] AHN, Kyung Ho. **Estimation of ethanol content and control of air-to-fuel ratio in flex fuel vehicles**. Tese de Doutorado. University of Michigan. 2011.
- [4] OLIVERIO, Nestor H. et al. Modeling the effect of fuel ethanol concentration on cylinder pressure evolution in direct-injection flex-fuel engines. In: **American Control Conference, IEEE**. p. 2037-2044. 2009.
- [5] MELO, T. de; MACHADO, G.; CARVALHO, L. de Oliveira; BELCHIOR, C. et al. In Cylinder Pressure Curve and Combustion Parameters Variability with Ethanol Addition. **SAE Technical Paper**. 2012.
- [6] LOCATELLI, Marzio; ONDER, Christopher H.; GEERING, Hans P. A Rapidly Tunable Model of the Droplet Evaporation for the Study of the Wall-Wetting Dynamics. **JSAE Annual Congress Proceedings**. 2003.
- [7] DE MELO, Tadeu C. Cordeiro et al. Hydrous ethanol–gasoline blends–Combustion and emission investigations on a Flex-Fuel engine. **Fuel**, v. 97, p. 796-804, 2012.
- [8] JANETE FECHINE CRUZ, Maria. **Determinação experimental e predição da pressão de vapor de gasolinas com aditivos oxigenados**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Pernambuco. 2003.

- [9] MALONEY, Peter J. An event-based transient fuel compensator with physically based parameters. **SAE Technical Paper**, 1999.
- [10] KANNE, Elena Cortona. **Engine thermomanagement for fuel consumption reduction**. Tese de Doutorado. ETH Zurich. 2000.
- [11] ONDER, Christopher Harald. **Modellbasierte Optimierung der Steuerung und Regelung eines Automobilmotors**. Tese de Doutorado. ETH Zurich. 1993.
- [12] SIMONS, Michael R.; SHAFAI, Esfandiar; GEERING, Hans P. On-line identification scheme for various wall-wetting models. **SAE Technical Paper**, 1998.
- [13] SIMONS, Michael Richard. **Modellbildung und Parameteridentifikation für die Wandfilmdynamik eines Otto-Motors**. Tese de Doutorado. ETH Zurich. 2001.
- [14] JAKOBSEN, Hugo A. **Chemical reactor modeling. Multiphase Reactive Flows**. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2008.
- [15] ERIKSSON, Lars; NIELSEN, Lars. **Modeling and control of engines and drivelines**. John Wiley & Sons, 2014.
- [16] LOCATELLI, Marzio; ONDER, Christopher H.; GEERING, Hans P. Exhaust-gas dynamics model for identification purposes. **SAE Technical Paper**, 2003.