

# MODELAGEM DE TORQUE PARA MOTORES COM TECNOLOGIA FLEX

Marcos Henrique C. Silva<sup>1</sup>, Armando Antônio M. Laganá<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

<sup>2</sup>Fatec Santo André

E-mails: marcoshencarsil@gmail.com, armandolagana@terra.com.br

## RESUMO

Neste artigo é apresentado um modelo de torque para motores com tecnologia FLEX. O objetivo é fornecer uma formulação matemática, baseada em métodos de identificação experimental e análise teórica, que prediz o torque produzido pelo motor a partir da geometria do motor e de variáveis temporais conhecidas, como o poder calorífico inferior da mistura injetada, a massa de combustível injetada, a velocidade angular do virabrequim, a relação ar/combustível, a pressão no coletor de admissão e o ângulo de ignição. Será analisado também como a composição etanol/gasolina influencia nestes fatores, de forma a expandir o modelo para o uso em motores FLEX. Para esta análise, empregar-se-á correlação dentre as variáveis, variância das medidas, técnicas de identificação e estudo físico-químico dos efeitos do uso de composição variada.

## INTRODUÇÃO

A formulação para combustível FLEX da eficiência térmica, acompanhada da formulação do torque efetivo, segue abaixo:

$$e_{cor}(\cdot) = e_{\omega_e}(\omega_e, Y) \cdot e_{\lambda}(\lambda, Y) \cdot e_{\zeta}(\zeta, Y) \cdot e_{egr}(x_{egr}) + p_{meog}(0) \cdot K \quad (1)$$
$$\cdot \frac{\lambda \cdot \sigma_0 \cdot V_d}{H_l \cdot m_{\beta, max}(\omega_e)}$$

$$T_e = e_{cor}(\cdot) \cdot m_{\phi} \cdot H_l - \frac{V_d}{4 \cdot \pi} \cdot [p_{meog}(0) + p_{meof}(\cdot)] \quad (2)$$

Aonde,

$e_{cor}(\cdot)$ : Eficiência térmica;  $\omega_e$ : Velocidade do motor;  $e_{\omega_e}(\omega_e, Y)$ : Fator da eficiência térmica dependente da velocidade do motor;  $e_{\lambda}(\lambda, Y)$ : Fator da eficiência térmica dependente da relação equivalente ar/combustível;  $\zeta$ : Ângulo de ignição;  $e_{\zeta}(\zeta, Y)$ : Fator da eficiência térmica dependente do ângulo de ignição;  $x_{egr}$ : Taxa de recirculação de gases (pode ser mássica ou molar);  $e_{egr}(x_{egr})$ : Fator da eficiência térmica dependente da taxa de recirculação de gases;  $p_{me0g}(0)$ : Perdas devido ao atrito do fluxo gasoso no cilindro e no sistema de exaustão;  $K$ : Constante;  $\lambda$ : Relação equivalente ar/combustível;  $\sigma_0$ : Relação estequiométrica ar/combustível;  $V_d$ : Volume de deslocamento;  $H_l$ : Poder calorífico inferior da mistura de combustível utilizada;  $m_{\beta}$ : Valor mássico da mistura de ar com gases queimados recirculados admitida pelo cilindro em um ciclo determinado;  $m_{\beta, max}(\omega_e)$ : Máximo valor de  $m_{\beta}$  possível de se obter em determinada velocidade do motor;  $T_e$ : Valor médio de torque produzido em um ciclo determinado;  $m_{\varphi}$ : Valor mássico da mistura de combustível admitida pelo cilindro em um ciclo determinado;  $p_{meof}(\cdot)$ : Engloba as perdas devido às fricções das partes móveis mecânicas do motor e as perdas devido ao funcionamento de dispositivos auxiliares, como as bombas de água e óleo, o ar-condicionado, a ventoinha, dentre outros.

O termo  $Y$  refere-se a um fator normalizado (que vai de 0 à 1) que varia linearmente segundo a composição. Para composições de gasolina tipo A com etanol anidro (escala EX) será usado  $Y = 0$  para gasolina tipo A e  $Y = 1$  para etanol anidro. Para composições de gasolina tipo C (E27) com etanol hidratado (escala HX, vide [1]) será usado  $Y = 0$  para gasolina tipo C e  $Y = 1$  para etanol hidratado.

Neste artigo discorreremos sobre como fazer a identificação das fórmulas acima.

Em uma abordagem inicial, recomenda-se considerar  $K = 0$  e fazer a identificação dos fatores  $e_{\omega_e}(\omega_e, Y)$ ,  $e_{\zeta}(\zeta, Y)$  e  $e_{egr}(x_{egr})$ .

Como pretendemos deixar os fatores  $e_{\zeta}(\zeta, Y)$ ,  $e_{egr}(x_{egr})$  e  $e_{\lambda}(\lambda, Y)$  normalizados (ou seja, variando de 0 à 1), temos que computar em  $e_{\omega_e}(\omega_e, Y)$  as perdas devido às

limitações de conversão de energia do ciclo termodinâmico e às transferências de calor incontornáveis. Logo, o valor de  $e_{\omega_e}(\omega_e, Y)$  será consideravelmente menor que 1, sendo idealmente o valor da eficiência de um ciclo Otto ideal.

Recomenda-se, a seguir, identificar  $e_{\lambda}(\lambda, Y)$  conjuntamente com  $K$ .

Este artigo é desenvolvido para motores a combustão interna de 4 tempos, com injeção indireta na porta, naturalmente aspirados e com combustão por centelha.

### 1. Fator $e_{\omega_e}(\omega_e, Y)$

Para identificar este fator, calcularemos o torque que seria obtido se tivéssemos total conversão da energia de combustão disponível em energia efetiva, conforme equação (3) abaixo:

$$T_{NO-LOSS} = \frac{H_l \cdot m_{\phi}}{4\pi} \quad (3)$$

A seguir, compararemos o valor de  $T_{NO-LOSS}$  com o valor obtido através da curva de torque e obteremos  $e_{\omega_e}(\omega_e, Y)$ . Uma forma de fazer isso é dividir a ordenada  $T_{e,curva}$  da curva de torque por  $T_{NO-LOSS}$ , fazendo:

$$e_{\omega_e}(\omega_e, 0) = \frac{T_{e,curva}(\omega_e)}{T_{NO-LOSS}} \quad (4)$$

Deve-se fazer o mesmo para composições representativas (por exemplo, para escala EX, recomenda-se usar E0, E25, E50, E75 e E100). Ao terminar este levantamento, deve-se atentar como pode usar fatores de correção para aproximar uma curva da outra, pois as curvas costumam ter a mesma morfologia, porém magnitudes diferentes. Logo, por exemplo, para uma curva que obedeça este comportamento, mas que tenha espaçamento diferente para  $\omega_e \leq \omega_{OPT}$  e  $\omega_e \geq \omega_{OPT}$ , sendo  $\omega_{OPT}$  a velocidade do motor na qual ocorre torque máximo, teríamos:

$$e_{\omega_e}(\omega_e, Y) = \begin{cases} f(Y) \cdot e_{\omega_e}(\omega_e, 0), & \text{para } \omega_e \leq \omega_{OPT} \\ g(Y) \cdot e_{\omega_e}(\omega_e, 0) & \text{para } \omega_e \geq \omega_{OPT} \end{cases} \quad (5)$$

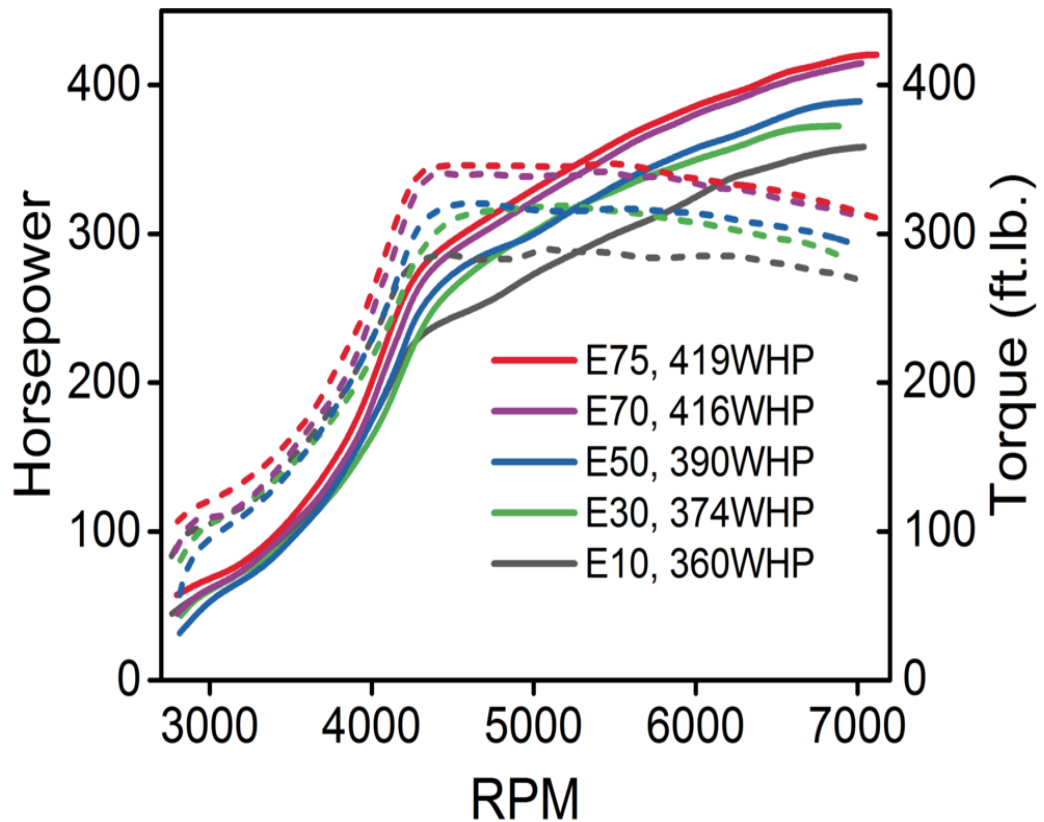
Aonde  $f(Y)$  e  $g(Y)$  exercem aqui o papel de fatores de correção. São funções afim (têm o formato  $a \cdot Y + b$ ) que devem ser obtidas através de métodos de identificação.

Um levantamento que obedece a equação (5) segue reproduzido na figura 1 abaixo. Repare que, das equações (1) e (2), temos a relação (6).

$$\frac{\partial T_e}{\partial \omega_e} \approx K_2 \cdot \frac{\partial e_{\omega_e}(\omega_e, Y)}{\partial \omega_e} \quad (6)$$

Logo, podemos usar as curvas de torque para ter uma visão qualitativa de como o fator  $e_{\omega_e}(\omega_e, Y)$  varia com a velocidade do motor.

**Figura 1:** Curvas características do motor para composição variada. Uso de composição EX num motor de ignição por centelha.



Fontes: [3], [4]

## 2. Fator $e_{\zeta}(\zeta, Y)$

O fator  $e_{\zeta}(\zeta, Y)$  procura computar as perdas na eficiência por desvio do ângulo ótimo de ignição. Para  $Y = 0$ , temos [2, adaptado]:

$$e_{\zeta}(\zeta, 0) = 1 - k_{\zeta}(0) \cdot (\zeta - \zeta_0(\omega_e, p_{adm}, 0))^2 \quad (7)$$

Aonde,

$k_{\zeta}(0)$ : Constante;  $\zeta_0$ : Ângulo ótimo de ignição;  $p_{adm}$ : Pressão no coletor de admissão no centro de admissão;

Ao levantar estas curvas para diferentes composições, observa-se que a seguinte identificação pode ser realizada para composição variada:

$$e_{\zeta}(\zeta, Y) = 1 - k_{\zeta}(Y) \cdot (\zeta - \zeta_0(\omega_e, p_{adm}, Y))^2 \quad (8)$$

com,

$$k_{\zeta}(Y) = a \cdot Y^2 + b \cdot Y + c \quad (9)$$

Como a velocidade turbulenta de chama influi em como a eficiência térmica varia conforme ocorre excursões do ângulo de ignição fora da posição ótima, e sendo a velocidade turbulenta de chama dependente da velocidade do motor [5], pode-se fazer também:

$$k_{\zeta}(Y) = (a \cdot Y^2 + b \cdot Y + c) \cdot (1 + d \cdot \omega_e) \quad (10)$$

Aonde  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  são constantes.

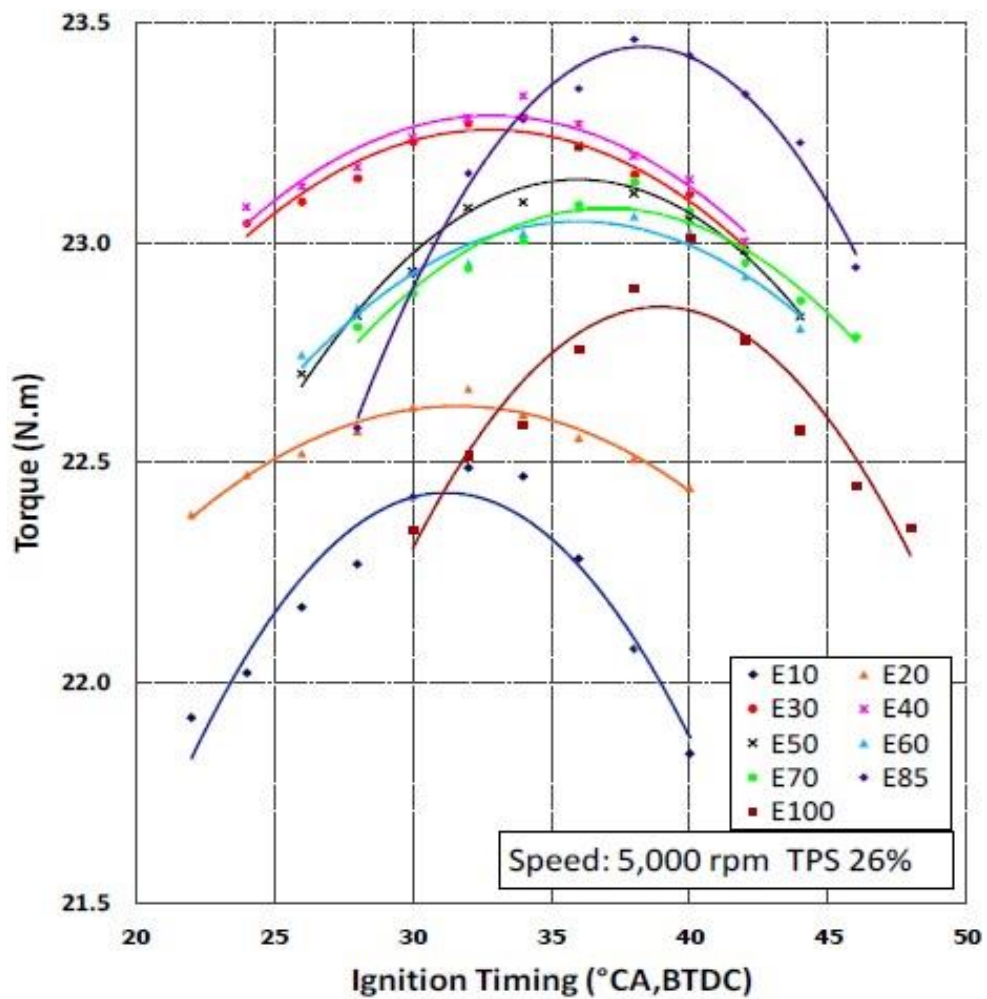
De forma ao leitor entender por que consideramos  $k_{\zeta}(Y)$  como uma função quadrática, reproduzimos na figura 2 um levantamento de torque para diferentes composições, baseando-se no mesmo método da seção 1, procurando obter uma

visão qualitativa de como a eficiência varia com o ângulo de ignição conhecendo como que o torque varia com o ângulo de ignição, conforme equação abaixo:

$$\frac{\partial T_e}{\partial \zeta} \approx K_3 \cdot \frac{\partial e_\zeta(\zeta, Y)}{\partial \zeta} \quad (11)$$

Repare como na figura 2 a abertura das parábolas, conforme aumenta-se a concentração de etanol, vai aumentando, atinge um valor máximo, e após vai diminuindo. Por isso que a função  $k_\zeta(Y)$  foi aproximada como uma função quadrática.

**Figura 2:** Curvas  $T_e = f(\zeta)$  para diferentes composições EX. Para o levantamento, usou-se rotação 5000RPM, posição da borboleta 26% e  $\lambda = 1$ .



Fonte: [6]

### 3. Fator $e_{egr}(x_{egr})$

Como o acréscimo de diluentes na mistura de ar admitido através de recirculação provoca excursões no ângulo ótimo de ignição, segundo uma relação linear ( $K_1$  constante) [7], podemos fazer, aglutinando os fatores  $e_{egr}(x_{egr})$  e  $e_\zeta(\zeta, 0)$ :

$$e_{\zeta,egr}(\zeta, x_{egr}, Y) = 1 - k_\zeta(Y) \cdot (\zeta - \zeta_0(\omega_e, p_{adm}, Y) - K_1 \cdot x_{egr})^2 \quad (12)$$

Repare que estamos desconsiderando uma relação entre a constante  $K_1$  e a composição variada, pois a forma como a taxa de diluentes influi na velocidade laminar de chama não depende da composição variada [5].

Porém, caso se prefira estudar os dois fatores em separado, pode-se fazer conforme equação (13) [2]. Repare que desprezamos a influência da composição variada neste fator conforme discutido acima.

$$e_{egr}(x_{egr}) = 1 - k_{egr,1} \cdot (1 + k_{egr,2} \cdot \omega_e) \cdot x_{egr}^2 \quad (13)$$

Repare que existe uma sensibilidade quadrática, ponderada pela constante  $k_{egr,1}$ , da eficiência com relação à taxa de recirculação, conforme também mostrado na equação (12). O fator  $(1 + k_{egr,2} \cdot \omega_e)$  busca computar o já discutido efeito da velocidade do motor na velocidade turbulenta de chama.

### 4. Fator $e_\lambda(\lambda, Y)$

O fator  $e_\lambda(\lambda, Y)$  procura incluir na modelagem perdas devido ao déficit e excesso de oxigênio. Outros fenômenos a serem considerados são a combustão incompleta, que em termos energéticos pode ser desprezada [2][8], e a reação de mudança do vapor de água (RMV), que é mais significativa energeticamente, e pode influenciar a eficiência térmica de forma diferente para cada composição de combustível devido à Lei de Le Chatelier.

Podemos formular o fator  $e_\lambda(\lambda, Y)$  como [2]:

$$e_\lambda(\lambda, 0) = \begin{cases} \gamma_1 \cdot \lambda - \gamma_0 & \text{para } \lambda_{min} < \lambda < 1 \\ e_{\lambda,1} + (1 - e_{\lambda,1}) \cdot \sin \frac{\lambda - \lambda_1}{1 - \lambda_1} & \text{para } \lambda_1 < \lambda < \lambda_2 \\ 1 & \text{para } \lambda_2 < \lambda < \lambda_{max} \end{cases} \quad (14)$$

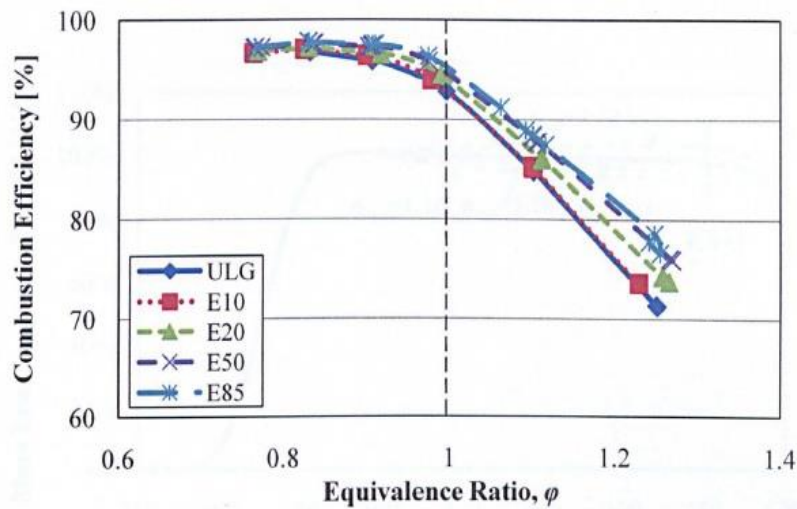
Aonde,

$e_{\lambda,1} = \gamma_1 \cdot \lambda - \gamma_0$  (15);  $\lambda_1 = 0.95$  (sugestão);  $\lambda_2 = 1.0285$  (sugestão);  $\gamma_1, \gamma_0$ : Parâmetros a serem identificados;

Deve-se ter, por razões de continuidade,  $\lambda_2 = \lambda_1 + \frac{\pi}{2} \cdot (1 - \lambda_1)$  (16), e deve-se adotar os limites  $\lambda_{min}$  e  $\lambda_{max}$  nos quais ocorre falhas de ignição por excesso e falta de combustível, respectivamente.

Uma sugestão é identificar  $\gamma_1$  e  $\gamma_0$  como funções afim na composição variada. Para o leitor ter visão do formato das curvas, segue figura 3 abaixo. Porém, note que este levantamento se refere apenas à eficiência da combustão, ou seja, às perdas nos gases de escape, que de fato é o fenômeno que mais diferencia as perdas energéticas no contexto de composição variada.

**Figura 3:** Eficiência da combustão em função da razão equivalente combustível/ar para composição variada. ULG é gasolina E0 regular sem chumbo.



Fonte: [9]

## 5. Fatores $p_{meof}(\cdot)$ e $p_{meog}(0)$

Estes dois fatores constituem as perdas por atrito e funcionamento de dispositivos auxiliares, conforme discutido. Adotando  $p_{me0}(\cdot)$  como o somatório destas perdas, temos que [2]:

$$p_{me0}(\cdot) = p_{meog}(0) + p_{meof}(\cdot) \quad (17)$$

$$p_{me0}(\cdot) = p_{meog}(0) + k_1(\vartheta_e) \cdot (k_2 + k_3 \cdot S^2 \cdot \omega_e^2) \cdot \Pi_{e,max} \cdot \sqrt{\frac{k_4}{B}} \quad (18)$$

Aonde,

$k_1(\vartheta_\infty) = 1.44 \cdot 10^5 (Pa)$ ;  $k_2 = 0.46$ ;  $k_3 = 9.1 \cdot 10^{-4} (s^2 \cdot m^{-2})$ ;  $k_4 = 0.075 (m)$ ;  $S$ : Curso do pistão;  $B$ : Diâmetro do pistão;  $\vartheta_e$ : Temperatura do motor;  $\vartheta_\infty$ : Temperatura do motor quando este está plenamente aquecido;  $\Pi_{e,max}$ : a razão máxima de pressão no compressor. Para motores naturalmente aspirados considere que  $\Pi_{e,max} = 1$  [10]. Abaixo, o equacionamento de  $k_1(\vartheta_\infty)$ , conforme [11].

$$\begin{aligned} k_1(\vartheta_e) = & 1 - 0.006 \cdot (\vartheta_{eng,m} - \vartheta_{eng,m0}) \\ & - 2.25 \cdot 10^{-6} \cdot (\vartheta_{eng,m} - \vartheta_{eng,m0})^3 - 0.06 \cdot \vartheta_{eb} - \vartheta_{eb0} \\ & - 2.25 \cdot 10^{-6} \cdot \vartheta_{eb} - \vartheta_{eb0}^3 + 1 \end{aligned} \quad (19)$$

$$\vartheta_{eng,m} = \frac{\vartheta_{eng,out} + \vartheta_{eng,in}}{2} \quad (20)$$

Aonde,

$\vartheta_{eng,out}$ : Temperatura do líquido refrigerador saindo do motor;  $\vartheta_{eng,in}$ : Temperatura do líquido refrigerador entrando no motor;  $\vartheta_{eng,m0}$ :  $\vartheta_{eng,m}$  quando o motor está plenamente aquecido;  $\vartheta_{eb}$ : Temperatura na carcaça do motor (do inglês: *engine block*);  $\vartheta_{eb0}$ :  $\vartheta_{eb}$  quando o motor está plenamente aquecido. Para a identificação destas temperaturas, consultar referências de modelagem do sistema térmico do motor, como a referência [11].

De forma a poder identificar o valor de  $p_{me0}(\cdot)$  para diferentes velocidades e temperatura do motor, para então poder identificar  $k_1(\vartheta_e)$  e  $p_{meog}(0)$ , recomenda-se fazer a curva de Williams para diferentes situações. Como a curva de Williams deve ser traçada sem mudanças de condições que propiciem mudanças significativas de eficiência, recomenda-se o uso de taxa de recirculação ótima, razão ar/combustível próxima da estequiometria e ângulo ótimo de ignição e, ao procurar traçar a curva de Williams para determinada velocidade do motor, buscar conseguir pontos em velocidades pelo menos que sejam próximas a desejada, caso se tenha dificuldades em manipular tal velocidade. Para mais informações sobre curva de Williams, consultar [2] ou [12].

As influências da composição variada no atrito de forma geral e na energia perdida no funcionamento dos dispositivos auxiliares são desprezíveis, portanto não se deve levar em consideração a composição variada nesta identificação.

## CONCLUSÃO

Neste artigo, expomos a formulação matemática da modelagem da eficiência térmica e do torque efetivo. A seguir apresentamos cada elemento das formulações e como identificá-los. Desta forma, além de possibilitar ao leitor estratégias mais elaboradas de controle, pois agora dispõe-se de um modelo, procurou-se mostrar quais os fatores que mais influem no torque efetivo e de que forma exercem esta influência.

## REFERÊNCIAS

[1] MELO, T. de; MACHADO, G.; CARVALHO, L. de Oliveira; BELCHIOR, C. et al. In Cylinder Pressure Curve and Combustion Parameters Variability with Ethanol Addition. **SAE Technical Paper**. 2012.

[2] GUZZELLA, Lino; ONDER, Christopher. **Introduction to modeling and control of internal combustion engine systems**. 2. ed. Springer Science & Business Media, 2010.

[3] SCHMUCKER, Abrin. **#OneLapGSR // Part 7: The Long Road (to Michigan)**. Disponível em: <<http://www.tracktuned.com/feed/2017/2/19/onelapgsr-part-7-the-long-road>>. Acesso em: 28 de abril de 2017.

[4] SCHMUCKER, Abrin. **2013 Evo X with CBRD RBX EFR7163 kit on the dyno**. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=EjtP1-scZnA>>. Acesso em: 28 de abril de 2017.

[5] YELIANA. **Parametric Combustion Modeling for Ethanol-Gasoline Fuelled Spark Ignition Engines**. 2010. Tese de Doutorado. Michigan Technological University.

[6] PHUANGWONGTRAKUL, S.; WANNATONG, K.; LAUNGNARUTAI T.; WECHSATOL, W.; Suitable Ignition Timing and Fuel Injection Duration for Ethanol-Gasoline Blended Fuels in a Spark Ignition Internal Combustion Engine; **Proc. of the Intl. Conf. on Future Trends in Structural, Civil, Environmental and Mechanical Engineering**; FTSCCEM 2013.

[7] MOSKWA, John Joseph. **Automotive engine modeling for real time control**. 1988. Tese de Doutorado. Massachusetts Institute of Technology.

[8] NÜESCH, Sandro Patrick. **Analysis and control of multimode combustion switching sequence**. 2015. Tese de Doutorado. The University of Michigan.

[9] ALRAYYES, Taleb. **The effect of ethanol-gasoline blends on SI engine energy balance and heat transfer characteristics**. 2011. Tese de Doutorado. University of Nottingham.

[10] ERIKSSON, Lars; NIELSEN, Lars. **Modeling and control of engines and drivelines**. John Wiley & Sons, 2014.

[11] KANNE, Elena Cortona. **Engine thermomanagement for fuel consumption reduction**. 2000. Tese de Doutorado. ETH Zurich.

[12] BRUNETTI, Franco; GARCIA, Oswaldo. **Motores de combustão interna**. São Paulo: Blucher. v.1, 2012.