

# OTIMIZAÇÃO DE PARÂMETROS DA SUSPENSÃO COM BASE EM REQUISITOS DE CONFORTO E ESTABILIDADE

Elias Dias Rossi Lopes<sup>1</sup>, Igor Lucas Reinaldo<sup>1</sup>, Ryan Rodrigues Moreira Resende da Silva<sup>1</sup>, Daniel Pinheiro Montenegro<sup>1</sup> e Gustavo Simão Rodrigues<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Instituto Militar de Engenharia

E-mails: [eliasrossi@gmail.com](mailto:eliasrossi@gmail.com), [igorreinaldo1128@gmail.com](mailto:igorreinaldo1128@gmail.com), [ryan.rodrigues32@gmail.com](mailto:ryan.rodrigues32@gmail.com), [d.p.mdani@hotmail.com](mailto:d.p.mdani@hotmail.com), [simão@ime.eb.br](mailto:simão@ime.eb.br)

## RESUMO

O emprego de métodos de otimização em engenharia é crescente, por permitir que se atenda da melhor maneira possível aos requisitos de projeto. Para suspensões veiculares, há condicionantes variadas, que envolvem conforto, segurança, estabilidade, manobrabilidade, entre outros.

A avaliação de segurança e estabilidade é realizada por meio de diversos testes, entre os quais se destaca o *Double Lane Change*. Nessa manobra, o veículo deve trocar de faixa rapidamente duas vezes, permitindo que seja avaliado quanto à estabilidade em movimentos bruscos. Já quanto ao conforto, é comum que o projeto seja baseado nas frequências naturais de vibração do veículo.

Nesse contexto, esse trabalho tem por objetivo apresentar uma metodologia para otimização dos parâmetros de suspensão de um veículo, com base nas suas frequências naturais de vibração e na simulação de uma manobra de *Double Lane Change*. Para tanto, são desenvolvidos modelos matemáticos das dinâmicas vertical e lateral do veículo, com hipóteses que permitem aproximação adequada aos fenômenos representados.

Por fim, é utilizada a Otimização por Enxame de Partículas (PSO, em inglês), que é um algoritmo estocástico, baseado na natureza. Ele possui baixo custo computacional, com resultados razoáveis, permitindo que os parâmetros sejam estimados atendendo aos dois objetivos simultaneamente.

## INTRODUÇÃO

Com o mercado automobilístico cada vez mais inovador e competitivo, é fundamental que as empresas de automóveis busquem o melhor desempenho e conforto em seus veículos, dadas as limitações de projeto existentes. Surge, então, a importância da aplicação de métodos de otimização no projeto, por meio de modelos computacionais compatíveis com o fenômeno físico. Com o desenvolvimento crescente das simulações computacionais, torna-se possível o desenvolvimento de modelagens matemáticas que reflitam com maior precisão a realidade.

Muitos trabalhos desenvolvem-se com base na otimização de um único sistema veicular (como suspensão, direção, freios) [1]. A desvantagem dessa abordagem é a desconsideração dos efeitos mútuos entre os sistemas, gerando comportamentos dinâmicos pouco otimizados em alguns aspectos e bem otimizados em outros.

Neste contexto, o Teste do Alce (ISO 3888) [2] é mundialmente reconhecido, *Double Lane Change*, para a avaliação prática de desempenho e segurança de um veículo em curva, abrangendo a avaliação da suspensão e da direção. No entanto, com a realização de testes reais, há o risco de perda material, com possíveis capotamentos, e necessita-se aguardar toda a fase de fabricação para obter resultados do projeto veicular.

Assim, este trabalho tem por finalidade apresentar uma metodologia de simulação computacional para otimização das rigidezes da suspensão de um veículo, por meio do PSO, para que se atendam critérios de conforto (Critérios de Olley) e de segurança (Teste do Alce, ISO 3888).

## 1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 1.1. Dinâmica Vertical

Segundo [3], o modelo de vibração para um carro completo envolve 7 graus de liberdade, com eixos de acordo com a norma ISO 4130. No entanto, para este trabalho, como objetiva-se avaliação de conforto no chassi, são considerados apenas três: *bounce* ( $z$ ), *pitch* ( $\theta$ ) e *roll* ( $\phi$ ). São utilizados os *ride rates* para considerar os efeitos elásticos dos pneus na rigidez da suspensão. Assim, o vetor de variáveis é dado pela Eq. 1.

$$x = \begin{bmatrix} z \\ \theta \\ \phi \end{bmatrix} \quad (1)$$

Considera-se ainda as hipóteses de pequenas variações angulares e deslocamentos e chassi rígido com distribuição de massa constante, resultando no diagrama de corpo livre da Fig. 1. Assim, é possível obter a equação de movimento matricial (2), apresentada nas Eq. (3), (4), (5) e (6). Os parâmetros utilizados no modelo são mostrados na Tabela 1.

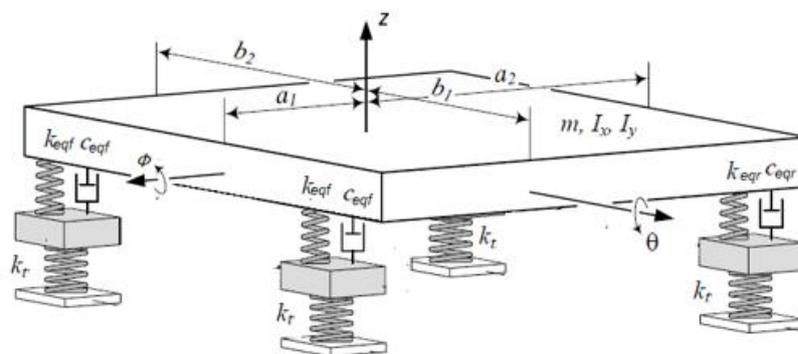


Figura 1: Modelo de 3 graus de liberdade (JAZAR, 2014, adaptado)

Tabela 1: Parâmetros utilizados no modelo de suspensão

Parâmetro	Descrição
$m$	Massa total
$I_x$	Momento de inércia em relação ao eixo x
$I_y$	Momento de inércia em relação ao eixo y
$a_1$	Distância entre o CG e o eixo dianteiro
$a_2$	Distância entre o CG e o eixo traseiro
$b_1$	Distância entre o CG e o eixo lateral direito
$b_2$	Distância entre o CG e o eixo lateral esquerdo
$l$	Distância entre o ponto de ancoragem inferior da rigidez e o eixo de oscilação do braço da suspensão
$L$	Distância entre o centro da roda e o eixo de oscilação do braço da suspensão
$s_i$	Distância entre os pontos de ancoragem no i-ésimo eixo
$\Omega$	Ângulo da rigidez em relação à vertical definida pelo eixo z
$k$	Rigidez real da mola
$k_f$	Rigidez equivalente dianteira por roda
$k_r$	Rigidez equivalente traseira por roda
$k_t$	Rigidez do pneu
$k_\phi$	Rigidez equivalente de torção
$c$	Coefficiente de amortecimento real
$c_f$	Coefficiente de amortecimento equivalente dianteiro por roda
$c_r$	Coefficiente de amortecimento equivalente traseiro por roda

$$[M]\ddot{x} + [C]\dot{x} + [K]x = [F] \quad (2)$$

$$[M] = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & I_x & 0 \\ 0 & 0 & I_y \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} 2c_f + 2c_r & (b_1 - b_2)(c_f - c_r) & 2a_2c_r - 2a_1c_f \\ (b_1 - b_2)(c_f - c_r) & (b_1^2 + b_2^2)(c_f + c_r) & (b_2 - b_1)(a_1c_f + a_2c_r) \\ 2a_2c_r - 2a_1c_f & (b_2 - b_1)(a_1c_f + a_2c_r) & 2c_f a_1^2 + 2c_r a_2^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} 2k_f + 2k_r & (b_1 - b_2)(k_f - k_r) & 2a_2k_r - 2a_1k_f \\ (b_1 - b_2)(k_f - k_r) & (b_1^2 + b_2^2)(k_f + k_r) & (b_2 - b_1)(a_1k_f + a_2k_r) \\ 2a_2k_r - 2a_1k_f & (b_2 - b_1)(a_1k_f + a_2k_r) & 2k_f a_1^2 + 2k_r a_2^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$[F] = \begin{bmatrix} F_z \\ M_\phi \\ M_\theta \end{bmatrix} \quad (6)$$

Para cálculo das frequências naturais, considera-se o movimento livre e não amortecido. Nesse caso, a Eq. (5) passa ser da forma apresentada pela Eq. (7).

$$\ddot{x} - [M]^{-1}[K]x = 0 \quad (7)$$

Aplicando a Transformada de Laplace, considerando condições iniciais nulas, na Eq. (7), obtém-se a Eq. (8).

$$X(s)\{s^2I - [M]^{-1}[K]\} = 0 \quad (8)$$

Assim, a equação se resume a um problema de autovalor, onde as frequências naturais são dadas pelas raízes quadradas dos autovalores da matriz  $[M]^{-1}[K]$ , ou ainda, pelas raízes  $s$  do determinante da matriz apresentada na Eq. (8). Os vetores  $X(s)$  representam os modos de vibração correspondentes a cada frequência. As frequências naturais,  $f_n$ , em Hz, são dadas pela Eq. (9).

$$f_n = \frac{s}{2\pi} \quad (9)$$

Antes de associar a rigidez da suspensão com a rigidez do pneu, obtendo  $k_f$  e  $k_r$ , devem-se considerar os efeitos da razão de instalação da suspensão. Segundo [3], para suspensões independentes, é possível fazer esta consideração pela Eq. (10), como ilustrado nas Figura 2.

$$k_{eq} = \left(\frac{l}{L} \cos\Omega\right)^2 k \quad (10)$$

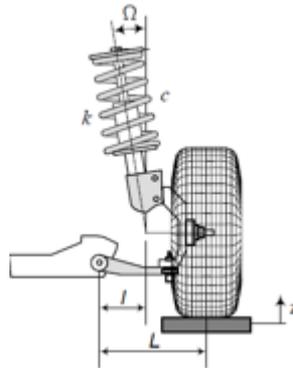


Figura 2: Ilustração do fator de instalação (JAZAR, 2014)

A partir daí, obtém-se a rigidez equivalente a ser utilizada no modelo. Para dianteira, por exemplo, tem-se a Eq. (11). Da mesma forma, deve-se proceder com a constante de amortecimento.

$$k_f = \frac{k_{eq}k_t}{k_{eq}+k_t} \quad (11)$$

Por fim, para avaliar o conforto, [4] recomenda os Critérios de Olley, definidos empiricamente e que são:

- A rigidez equivalente dianteira deve ser 30% menor que a traseira (condição de *flat ride*).
- A frequência natural de *bounce* deve ser menor que 1,2 vezes a de *pitch*.

- Nenhuma das frequências anteriores deve ser maior do que 1,3 Hz.
- A frequência natural de *roll* deve ser próxima das frequências anteriores.

## 1.2. Dinâmica Lateral

Para a avaliação da dinâmica lateral, [3] propõe uma abordagem em que movimentos de *pitch* e *bounce* são considerados desprezíveis, mantendo-se o referencial adotado na Subseção 1.1. Além disso, como a análise é aplicada a velocidades mais altas, são considerados pequenos ângulos de esterçamento, além de pequenos ângulos de rolagem e *yaw*.

Os cálculos do movimento de rolagem do veículo em curva são realizados a partir do conceito de *ride rate* e cálculo da rigidez equivalente de rolagem. Essa rigidez equivalente, também chamada de equivalente de torção, para [4], é dada pela soma das equivalentes dianteira com a traseira, com o total mostrado na Eq. (12). Desse modo, a Eq. (13) se torna válida, onde  $s_i$  é ilustrado na Figura 3.

$$k_\phi = 0.5(2k_f s_f^2 + 2k_r s_r^2) \quad (12)$$

$$M_\phi = k_\phi \phi \quad (13)$$

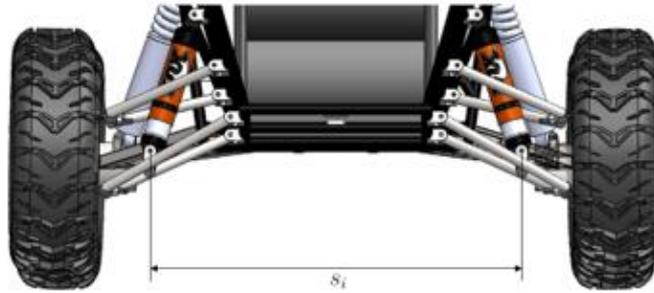


Figura 3: Medida entre os pontos de ancoragem da rigidez na dianteira

Considerando então as hipóteses já levantadas, as equações de movimento de *Newton-Euler* para um veículo em rolagem, escritas no referencial do veículo, são definidas pela Eq. (14). As variáveis  $r$  e  $p$  são, respectivamente, taxa de variação do ângulo de rolagem (*roll*) e taxa de variação do ângulo de arfagem (*pitch*),  $\dot{\phi}$  e  $\dot{\theta}$ .

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ M_z \\ M_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{m}v_x - mrv_y \\ \dot{m}v_y - mrv_x \\ I_z \dot{\omega}_z \\ I_x \dot{\omega}_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{m}v_x - mrv_y \\ \dot{m}v_y - mrv_x \\ I_z \dot{r} \\ I_x \dot{p} \end{bmatrix} \quad (14)$$

É válido ressaltar que, para o cálculo das massas e momentos de inércia, as massas não suspensas (roda, pneu, mola etc.) e seus respectivos posicionamentos são consideradas incorporadas ao chassi. Assim, é possível analisar o movimento a partir das resultantes no chassi, simplificando o modelo. Além disso, como no modelo a hipótese de pequenos

ângulos de *roll* e *yaw* é empregada, as taxas  $p$  e  $r$  são consideradas iguais às próprias componentes  $\omega_x$  e  $\omega_z$  da velocidade angular.

Com a equação de movimento formulada, é necessário avaliar as forças e momentos produzidos nos pneus. Primeiramente, as reações são escritas para o referencial do veículo, como mostrado na Eq. (15), seguindo as orientações mostradas na Figura 4. Na equação,  $i$  indica o pneu a ser analisado (cujo índice pode ser verificado pela Fig. 4),  $\delta$ , o ângulo de esterçamento e  $w$ , que o vetor analisado está escrito no referencial móvel do pneu  $i$ .

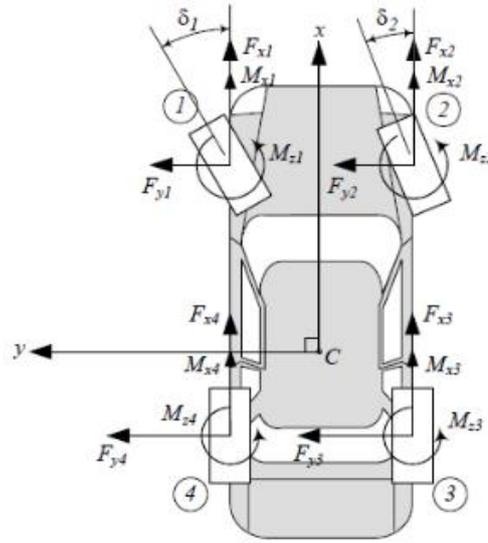


Figura 4: Vista superior de um veículo e forças atuando nos pneus. (JAZAR, 2014)

$$\begin{bmatrix} F_{x_i} \\ F_{y_i} \\ M_{x_i} \\ M_{y_i} \\ M_{z_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{x_{wi}} \cos \delta_i - F_{y_{wi}} \sin \delta_i \\ F_{y_{wi}} \cos \delta_i + F_{x_{wi}} \sin \delta_i \\ M_{x_{wi}} + y_i F_{z_i} - z_i F_{y_i} \\ M_{y_{wi}} + z_i F_{x_i} - x_i F_{z_i} \\ M_{z_{wi}} + x_i F_{y_i} - y_i F_{x_i} \end{bmatrix} \quad (15)$$

Como apresentado por [4], em curvas de alta velocidade, as equações de movimento do veículo são sensivelmente influenciadas pela aceleração lateral presente. Assim, as forças laterais nos pneus são influenciadas pelo deslizamento do pneu, pelo comportamento da suspensão na rolagem e pelo comportamento do sistema de direção.

De início, é necessário considerar a diferença entre o ângulo de esterçamento dado ao pneu pelo piloto e o ângulo real de esterçamento, que ocorre devido ao acoplamento dos sistemas de suspensão e direção. Como apresentado por [3], é possível tratar que o ângulo de esterçamento real das rodas é o esterçamento dado pelo piloto,  $\delta$ , somada a uma variação devido da rolagem  $\delta_\phi$  ou *roll-steering*. Considera-se ainda a hipótese de que essa variação é diretamente proporcional ao ângulo de rolagem  $\phi$ , por uma constante de proporcionalidade  $C_{\delta\phi}$  é chamada *roll-steering coefficient*. Considerando esse efeito, analisa-se o ângulo de deslizamento do pneu. A Eq. (16) mostra o equacionamento para o ângulo de deslizamento  $\alpha$ , com  $\beta$  sendo o ângulo entre o vetor velocidade do pneu e o eixo



Escreve-se então, para o modelo tratado, as forças e momentos resultantes em função das forças laterais nos pneus e do ângulo de rolagem, como mostrado nas Eq. (21), (22) e (23). Nessas, assume-se que é possível desprezar os momentos  $M_z$ . Além disso, considera-se o conceito de rigidez e amortecimento equivalentes de rolagem.

$$F_y \approx F_{y_f} + F_{y_r} \quad (21)$$

$$M_x \approx C_{T_f} F_{y_f} + C_{T_r} F_{y_r} - k_\phi \phi - C_\phi \dot{\phi} \quad (22)$$

$$M_z = a_1 F_{y_f} - a_2 F_{y_r} \quad (23)$$

Assim, substituindo as reações nos pneus, encontra-se as expressões gerais, apresentadas nas Eq. (24), (25) e (26).

$$F_y = \left( \frac{a_2}{v_x} C_{\alpha_r} - \frac{a_1}{v_x} C_{\alpha_f} \right) r + \left( \frac{C_{\alpha_f} C_{\beta_f}}{v_x} + \frac{C_{\alpha_r} C_{\beta_r}}{v_x} \right) p + (-C_{\alpha_f} - C_{\alpha_r}) \beta + (C_{\alpha_f} C_{\delta \phi_f} - C_{\phi_f} + C_{\alpha_r} C_{\delta \phi_r} - C_{\phi_r}) \phi + C_{\alpha_f} \delta \quad (24)$$

$$M_x = \left( \frac{a_2}{v_x} C_{T_r} C_{\alpha_r} - \frac{a_1}{v_x} C_{T_f} C_{\alpha_f} \right) r + \left( \frac{C_{\alpha_f} C_{\beta_f} C_{T_f}}{v_x} + \frac{C_{\alpha_r} C_{\beta_r} C_{T_r}}{v_x} \right) p + (-C_{T_f} C_{\alpha_f} - C_{T_r} C_{\alpha_r}) \beta + (C_{T_f} (C_{\alpha_f} C_{\delta \phi_f} - C_{\phi_f}) + C_{T_r} (C_{\alpha_r} C_{\delta \phi_r} - C_{\phi_r}) - k_\phi) \phi + C_{T_f} C_{\alpha_f} \delta \quad (25)$$

$$F_y = \left( \frac{a_2^2}{v_x} C_{\alpha_r} - \frac{a_1^2}{v_x} C_{\alpha_f} \right) r + \left( \frac{a_1 C_{\alpha_f} C_{\beta_f}}{v_x} + \frac{a_2 C_{\alpha_r} C_{\beta_r}}{v_x} \right) p + (-a_1 C_{\alpha_f} - a_2 C_{\alpha_r}) \beta + (a_1 (C_{\alpha_f} C_{\delta \phi_f} - C_{\phi_f}) + a_2 (C_{\alpha_r} C_{\delta \phi_r} - C_{\phi_r})) \phi + a_1 C_{\alpha_f} \delta \quad (26)$$

Ao simplificar as equações da dinâmica de rolagem no modelo de bicicleta, introduzindo constantes nos termos agrupados, obtêm-se as Eq. (27), (28) e (29).

$$F_y = C_r r + C_p p + C_\beta \beta + C_\phi \phi + C_\delta \delta \quad (27)$$

$$M_x = E_r r + E_p p + E_\beta \beta + E_\phi \phi + E_\delta \delta \quad (28)$$

$$M_z = D_r r + D_p p + D_\beta \beta + D_\phi \phi + D_\delta \delta \quad (29)$$

É possível escrever as Eq. (27), (28) e (29), combinadas com a Eq. (14), em forma matricial, encontrando a equação de entrada do modelo em espaço de estados. O resultado é apresentado na Eq. (30).

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_y \\ \dot{p} \\ \dot{\phi} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{C_\beta}{m v_x} & \frac{C_p}{m} & \frac{C_\phi}{m} & \frac{C_r}{m} - v_x \\ \frac{E_\beta}{I_x v_x} & \frac{E_p}{I_x} & \frac{E_\phi}{I_x} & \frac{E_r}{I_x} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{D_\beta}{I_x v_x} & \frac{D_p}{I_x} & \frac{D_\phi}{I_x} & \frac{D_r}{I_x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_y \\ p \\ \phi \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_\delta \\ E_\delta \\ 0 \\ D_\delta \\ I_x \end{bmatrix} \delta \quad (30)$$

Em relação ao percurso do veículo, segundo [2], a manobra de *Double-Lane Change* ou Teste do Alce (ISO 3888) é o processo dinâmico que consiste em dirigir rapidamente em

uma faixa, mudar para outra paralela, e voltar à original, sem ultrapassar os limites espaciais estabelecidos. Desse modo, tem-se um teste definido para avaliação de dinâmica lateral.

No entanto, essa avaliação é subjetiva e a norma não estabelece critérios rígidos para se definir, fornecendo apenas as condições nas quais o teste deve ser feito, especialmente no que diz respeito ao formato da pista.

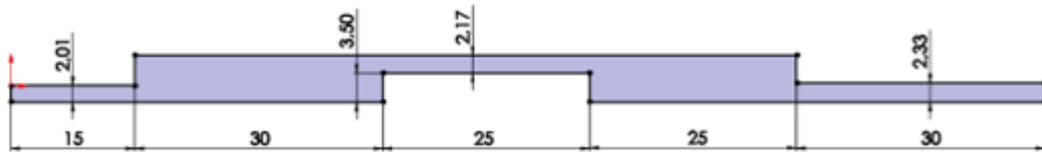


Figura 6: Teste do Alce para um minibus, com dimensões em metros.

As dimensões de comprimento (em metros) da pista são pré-determinadas, como mostrada na Fig. 4. A única variável a ser considerada é largura total do veículo, que foi estabelecida com base em um projeto minibus, em torno de 1,6m. Além disso, deve-se entrar no circuito com a máxima velocidade possível para completá-lo, podendo manter ou não a abertura da borboleta em regime permanente, que é a segunda condição que pode ser utilizada no teste e que é empregada neste trabalho.

### 1.3. Otimização por Enxame de Partículas (PSO)

Para se obter o conjunto mais adequado de parâmetros em um modelo através da minimização de uma função, utiliza-se métodos de otimização. Dentre esses métodos, o Método do Enxame de Partículas (PSO), fortemente empregado na literatura, foi definido para fins deste trabalho, pois:

- É um método meta-heurístico, isto é, utiliza uma estratégia de busca que evita o confinamento em mínimos ou máximos locais.
- Podem ser utilizados conhecimentos de origem heurística (com base na experiência) para as conjecturas iniciais, facilitando a busca da solução.
- É de fácil implementação e com baixo custo computacional, comparado aos outros métodos baseados na natureza.

Para [5], o PSO é um método iterativo que busca a melhor solução de um parâmetro mensurável dentre uma população de candidatos. A ideia original do método baseia-se na observação de pássaros em busca do local ideal para fazer o ninho. Para isso, o grupo utiliza tanto os conhecimentos individuais como coletivos.

O método consiste na definição de vetores de parâmetros individuais, que carregam valores para os parâmetros a serem estimados. Esses vetores são utilizados para analisar o resultado do sistema por meio da função objetivo definida.

O processo iterativo é definido pelas equações (31) e (32), que definem o próximo conjunto de valores a ser estimado e a velocidade com a qual altera-se esses valores, respectivamente.

$$x_i^{k+1} = x_i^k + v_i^{k+1} \quad (31)$$

$$v_i^{k+1} = \alpha v_i^k + \beta r_{1i}(p_i - x_i^k) + \beta r_{2i}(p_g - x_i^k) \quad (32)$$

Na equação (31),  $x_i$  é o vetor de parâmetros a ser estimado e  $v_i$  é a taxa de variação absoluta deste vetor a cada iteração.

Na equação (32),  $\alpha$ ,  $\beta$  são os pesos que balanceam a contribuição da inércia de mudança do vetor  $x_i$  e as contribuições das individualidades e coletividade da população, respectivamente.

Em geral,  $0 < \alpha < 1$  e  $1 < \beta < 2$ . Além disso,  $r_{1i}$  e  $r_{2i}$  são multiplicadores que permitem obtenção de soluções distantes das induzidas pelo grupo, fugindo de mínimos locais.

A variável  $p_i$  representa o melhor conjunto de parâmetros encontrado pelo indivíduo  $i$  do enxame, enquanto  $p_g$  é o melhor conjunto de parâmetros encontrado por algum indivíduo do grupo até aquele momento. Ambos são atualizados a cada iteração.

## 2. MODELAGEM MATEMÁTICA

A partir da base teórica da seção anterior, é possível formular o problema direto da dinâmica lateral e, sem seguida, otimizar os resultados.

### 2.1. Dinâmica Vertical e Lateral

Como mostrado na Seção 1.2, a equação de entrada do modelo em espaço de estados é dada pela Eq. (30).

No que diz respeito à Equação de Saída, define-se o Vetor de Saída pela variação das normais em cada pneu adotando, no entanto, rolagem pura, isto é, um modelo simplificado daquele utilizado na análise de vibrações. Assim, chega-se a Eq. (33) pelas forças na suspensão. E, como consequência, a Equação de Saída é dada pela Eq. (34).

$$\Delta F_z = \begin{bmatrix} \Delta F_{z1} \\ \Delta F_{z2} \\ \Delta F_{z3} \\ \Delta F_{z4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_f b_1 \dot{\phi} + k_f b_1 \phi \\ -c_f b_2 \dot{\phi} - k_f b_2 \phi \\ -c_r b_2 \dot{\phi} - k_r b_2 \phi \\ c_r b_1 \dot{\phi} + k_r b_1 \phi \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$\Delta F_z = \begin{bmatrix} 0 & c_f b_1 & k_f b_1 & 0 \\ 0 & -c_f b_2 & -k_f b_2 & 0 \\ 0 & -c_r b_2 & -k_r b_2 & 0 \\ 0 & c_r b_1 & k_r b_1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} v_y \\ p \\ \phi \\ r \end{bmatrix} \quad (34)$$

### 2.2. Otimização por Exame de Partículas (PSO)

Para este trabalho, escolhe-se como fator limitante as frequências de conforto definidas pelos Critérios de Olley. Consequentemente, busca-se reduzir o valor quadrático médio das diferenças entre as frequências obtidas e as previstas, como dado pela equação (35) e ratificado por vários trabalhos, segundo [6].

$$\Delta f_{rms} = \sqrt{\frac{(f_{bounce}-1.3)^2 + (f_{pitch}-1.1)^2 + (f_{roll}-1.0)^2}{3}} \quad (35)$$

Além disso, visando não só o conforto, mas também a estabilidade do veículo, busca-se reduzir ao máximo a variação das normais durante a execução do Teste do Alce (ISO 3888). Para isso, define-se  $\Delta N_{max}$  em (36) como sendo a máxima diferença entre a normal estática e a mínima normal dinâmica do percurso, dividido pela normal estática, a fim de adimensionalizar a expressão e torna-la da mesma ordem de grandeza de  $\Delta f_{rms}$ .

$$\Delta N_{max} = \frac{N_{estat} - N_{min}}{N_{estat}} \quad (36)$$

Desse modo, evita-se que sejam empregadas rigidezes muito elevadas, o que acarretaria elevadas frequências naturais, apesar de baixas variações da força normal. Por fim, para não permitir instabilidade e incoerência do modelo dinâmico empregado, deve-se ter a restrição dada por  $N_i > 0$ , com  $i \in \{1,2,3,4\}$ . Assim, com a velocidade longitudinal definida e visando obter a menor FO possível, é possível obter as rigidezes ideais para o veículo.

### 2.3. Resumo de Modelos empregados

A fim de ratificar e esclarecer os modelos empregados em cada seção, a Fig. 7 mostra um esquema com o resumo desses.



Figura 7: Modelos empregados.

## 3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 3.1. Parâmetros do Veículo Estudado

O estudo utiliza como base um protótipo Baja, cujos parâmetros se encontram na Tabela 2. O veículo é monotripulado, assim a tabela apresenta valores para um piloto de massa 70 kg. É válido ainda adicionar que o veículo não possui barras anti-rolagem.

Tabela 2: Parâmetros VOM 2018/2019

Parâmetro	Valores
m	300 kg
$I_x$	192 kg.m <sup>2</sup>

$I_y$	369.75 kg.m <sup>2</sup>
$I_z$	169.2815 kg.m <sup>2</sup>
$a_1$	1.45 m
$a_2$	0.85 m
$b_1$	0.8 m
$b_2$	0.8 m
$l_f$	0.3 m
$l_r$	0.51 m
$L_f$	0.5 m
$L_r$	0.6 m
$s_f$	1.2 m
$s_r$	1.4 m
$\Omega_f$	75°
$\Omega_r$	75°
$k_f$	5600 N/m
$k_r$	7700 N/m
$c_f$	2999 N.s/m
$c_r$	3263.1 N.s/m

Além dos parâmetros da Tabela 2, utiliza-se alguns parâmetros apresentados por [7], para completar o modelo, como mostrado na Tabela 3. Esses valores se encontram adequados para o modelo, já que foram utilizados para análise de um veículo Baja e foram validados no referido trabalho.

Tabela 3: Parâmetros adicionais OLIVEIRA (2016)

<b>Parâmetro</b>	<b>Valores</b>
$k_t$	300 kg
$C_\alpha$	192 kg.m <sup>2</sup>
$C_{\beta_f}$	369.75 kg.m <sup>2</sup>
$C_{\beta_r}$	169.2815 kg.m <sup>2</sup>
$C_{\delta\phi_f}$	1.45 m
$C_{\delta\phi_r}$	0.85 m
$C_{\phi_f}$	0.8 m
$C_{\phi_r}$	0.8 m
$C_{T_f}$	0.3 m
$C_{T_r}$	0.51 m

### 3.2. Double-Lane Change

Primeiramente, com objetivo de modelar a curva de esterçamento das rodas para a realização do percurso do Teste do Alce (ISO 3888), analisa-se o comportamento do protótipo Baja em curva. Para os parâmetros apresentados, as frequências naturais de *bounce*, *pitch* e *roll* encontradas são, respectivamente, 1.1 Hz, 0.9 Hz e 1.0530 Hz.

Com os parâmetros do veículo estudado, a curva de esterçamento pode ser construída. O esterçamento do veículo é modelado com 5 trechos: início constante, senoide completa na primeira curva, trecho constante, senoide completa na segunda curva e trecho final constante. Assim, a função  $\delta$  é representada pelas Eq. (37) a (41). A velocidade longitudinal do percurso utilizada é de 12 m/s ( $v_x$ ).

$$\delta(t) = 0; \quad t < \frac{15}{v_x} \quad (37)$$

$$\delta(t) = 0.05 \text{sen} \left( \frac{2\pi v_x t}{30} \right); \quad \frac{15}{v_x} < t < \frac{45}{v_x} \quad (38)$$

$$\delta(t) = 0; \quad \frac{45}{v_x} < t < \frac{70}{v_x} \quad (39)$$

$$\delta(t) = -0.07 \text{sen} \left( \frac{2\pi v_x t}{25} \right); \quad \frac{70}{v_x} < t < \frac{95}{v_x} \quad (38)$$

$$\delta(t) = 0; \quad t < \frac{95}{v_x} \quad (38)$$

Assim, os resultados das reações normais sobre os pneus em contato com o solo são mostrados nas Figuras 8, 9, 10 e 11. Nota-se que os valores, para as condições analisadas, são superiores a zero em todo o percurso, ou seja, não há perda de contato com o solo.

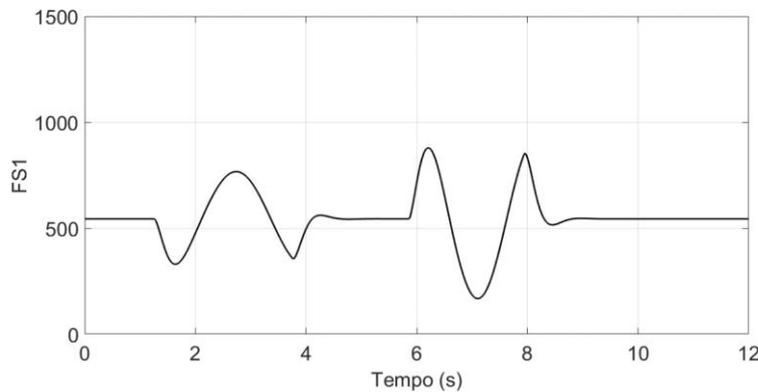


Figura 8: Reação Normal no pneu dianteiro esquerdo do protótipo Baja nas condições de esterçamento estipuladas

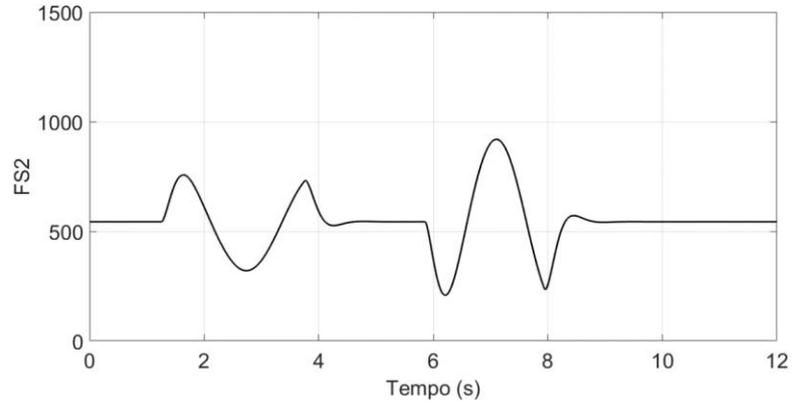


Figura 9: Reação Normal no pneu dianteiro direito do protótipo Baja nas condições de esterçamento estipuladas

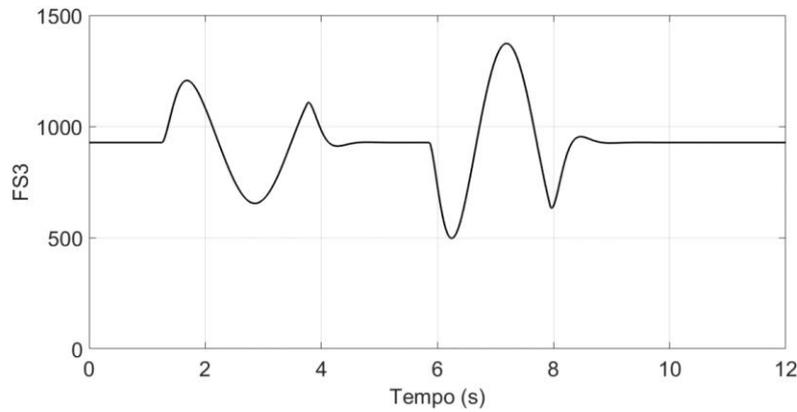


Figura 10: Reação Normal no pneu traseiro direito do protótipo Baja nas condições de esterçamento estipuladas

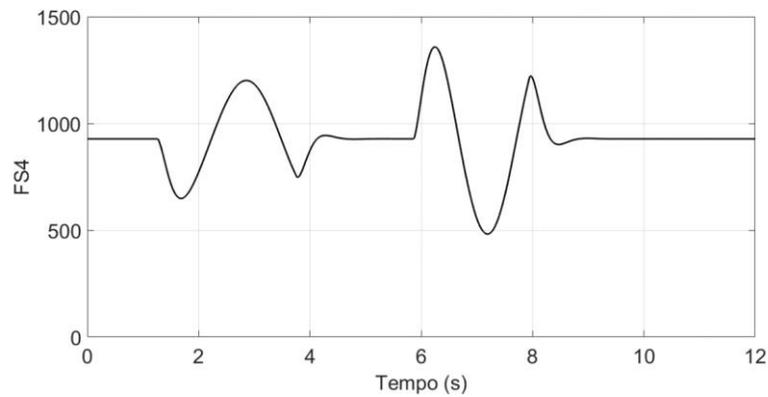


Figura 11: Reação Normal no pneu traseiro esquerdo do protótipo Baja nas condições de esterçamento estipuladas

O percurso do veículo também pode ser calculado, através da integração das velocidades laterais e longitudinais. O resultado obtido é mostrado na Fig. 12. Nota-se que o percurso atende as delimitações da ISO 3888-1 [2].

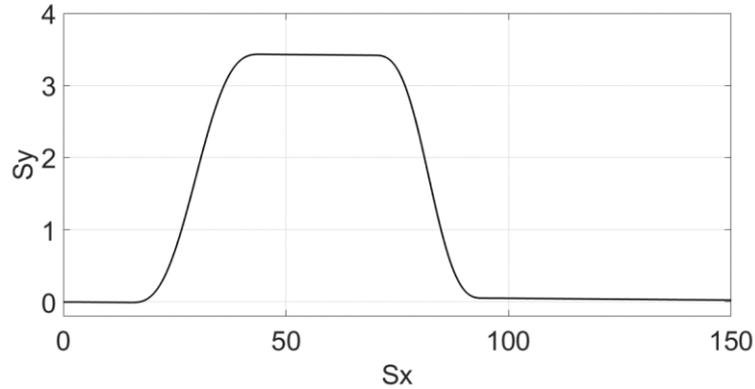


Figura 12: Percurso do protótipo Baja nas condições de esterçamento estipuladas

Com o problema direto bem definido, é possível aplicar o PSO a fim de otimizar o comportamento do veículo. Para a otimização, busca-se estimar os parâmetros  $k(\text{frente})$  (rigidez de cada mola da suspensão dianteira) e  $k(\text{tras})$  (rigidez de cada mola da suspensão traseira). Para a aplicação do método, utilizam-se os fatores apresentados na Tab. 4.

Tabela 4: Fatores do PSO aplicado na Dinâmica Lateral

Parâmetro	Valores
Número máximo de iterações	100
Tolerância da Função Objetivo	0.062
Número de indivíduos da população	20
Número de parâmetros estimados	2

Os resultados obtidos são apresentados na Tab. 5. A Fig. 13 mostra a evolução da função objetivo com o número de iterações. Nota-se uma convergência rápida, com valores da função objetivo abaixo de 0.1 já na 10ª iteração. As frequências de *bounce*, *pitch* e *roll* encontradas são, respectivamente, 1.22 Hz, 1.07 Hz e 1.17 Hz. Assim, os critérios 2, 3 e 4 da Seção 3.1.3 são atendidos. Em relação ao *ride rate*, a suspensão equivalente dianteira é 55% da traseira.

É válido salientar que programa desenvolvido, no qual se aplica o método PSO, são estimadas as rigidezes reais das molas, não as rigidezes equivalentes. Em outras palavras, as rigidezes equivalentes sofrem influência direta da geometria da suspensão. Nota-se ainda que os 3 últimos Critérios de Olley são atendidos, enquanto ocorre um considerável desvio em relação ao primeiro, que se trata da condição de *flat ride*, não considerada na simulação.

Tabela 5: Resultados do PSO aplicado na Dinâmica Lateral

Parâmetro	Valores
Número de iterações	13
Função Objetivo Final	0.0619
$\Delta N_{max}$	0.5703

$\Delta f_{rms}$	0.1085
$k(frente)$	7910.6 N/m
$k(tras)$	9066.7 N/m

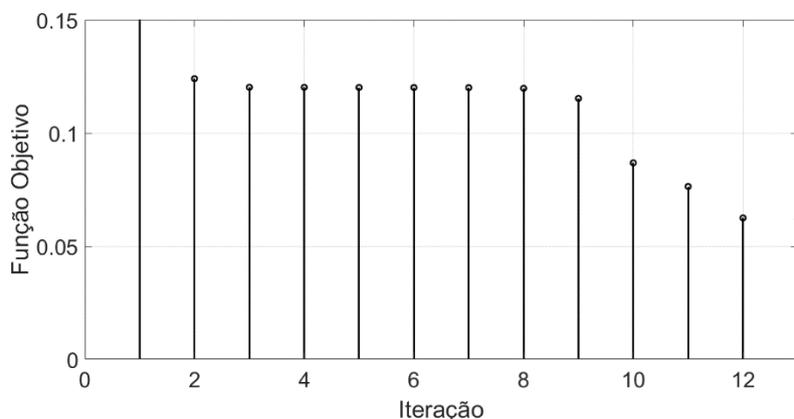


Figura 13: Evolução da Função Objetivo durante as iterações

Para as rigidezes estimadas, as normais em cada pneu são mostradas nas Fig. 14, 15, 16 e 17. Nota-se uma menor amplitude de oscilação das normais no percurso, o que comprova a melhoria do comportamento. A trajetória do veículo é mostrada na Fig. 18. Verifica-se que a trajetória ainda obedece ao percurso segundo às delimitações da ISO 3888-1. A normal mínima alcançada para veículo original é 167.9 kN, enquanto a normal mínima alcançada para o veículo com parâmetros otimizados é 233.7 kN, apresentando um aumento de 40%. Assim, ocorre um aumento sensível de segurança no trajeto. Em relação ao conforto veicular, o valor de  $\Delta f_{rms}$  para o veículo original é 0.6913. Já para o veículo com parâmetros otimizados, o valor de  $\Delta f_{rms}$  é 0.5703. Assim, há uma redução do valor, mostrando que as frequências naturais tendem a se aproximar dos valores de referência.

Portanto, resultados da otimização são satisfatórios para segurança e conforto, cumprindo com os objetivos definidos.

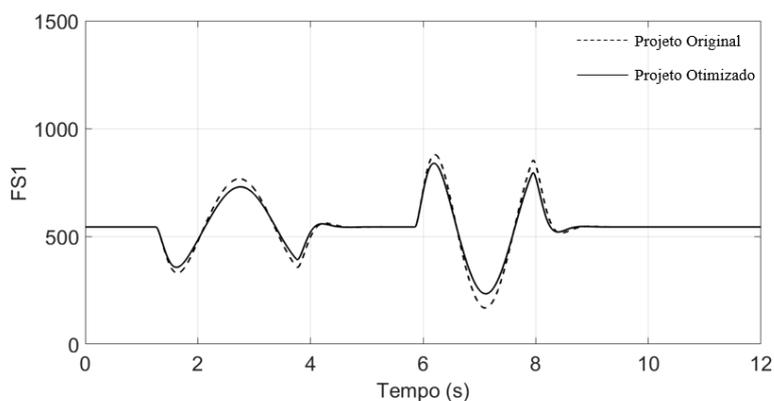


Figura 14: Normal no pneu dianteiro esquerdo para as rigidezes estimadas no PSO.

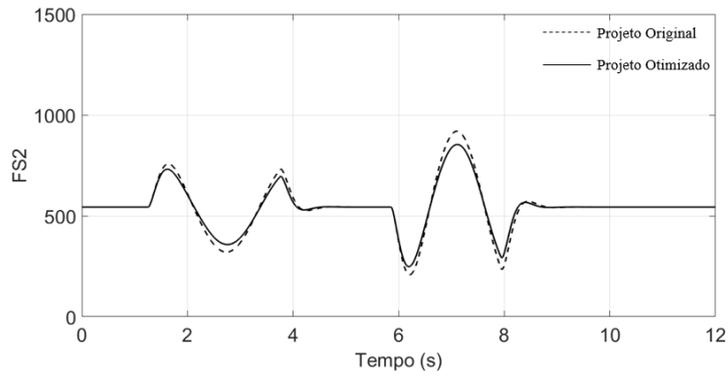


Figura 15: Normal no pneu dianteiro direito para as rigidezes estimadas no PSO.

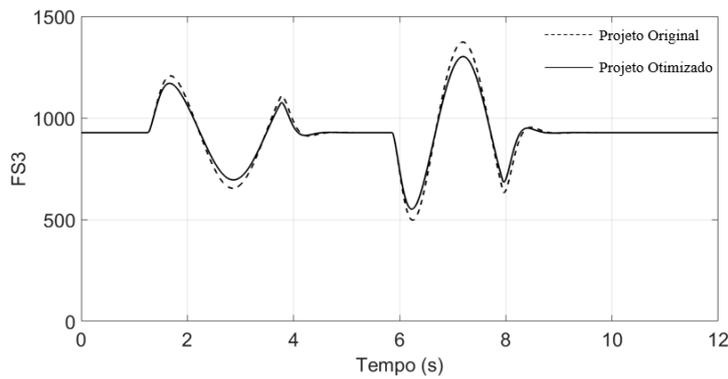


Figura 16: Normal no pneu traseiro direito para as rigidezes estimadas no PSO.

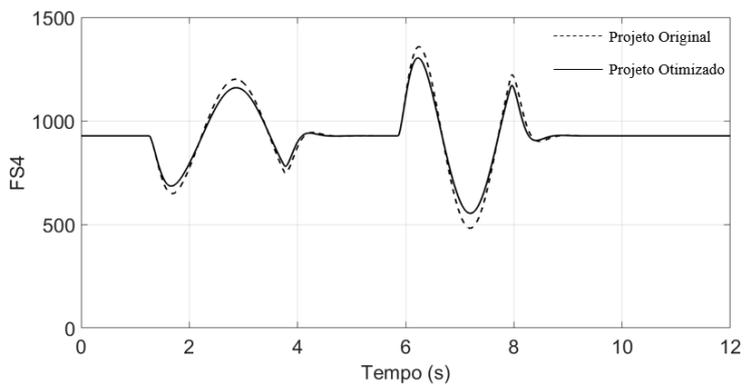


Figura 17: Normal no pneu traseiro esquerdo para as rigidezes estimadas no PSO.

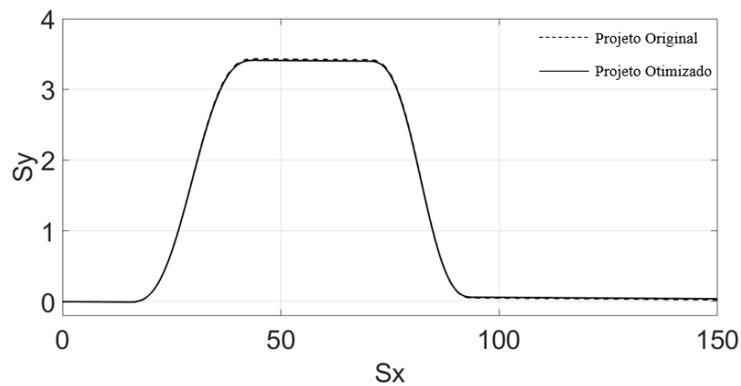


Figura 18: Percurso para rigidezes estimadas no PSO

## CONCLUSÃO

A partir da resolução do problema direto, é possível obter a base conceitual para realizar otimizações nessa área. Com resultados satisfatórios, obtém-se uma modelagem de meio carro para a dinâmica lateral e otimiza-se este movimento em função das rigidezes utilizadas, reforçando a integração entre direção e suspensão.

Assim, define-se uma otimização com precisão para se obter um veículo com bom desempenho e que não abdique de conforto. A metodologia apresentada é aplicada em um projeto Baja, mas verifica-se que ela pode ser empregada em qualquer projeto, uma vez que a modelagem matemática desenvolvida toma por base um veículo leve qualquer.

Além disso, a metodologia proposta possui baixo custo computacional, convergência rápida e resultados precisos em relação às referências adotadas. O modelo desenvolvido permite ainda a substituição, em fases iniciais, de testes reais, com custos superiores e riscos pessoais, levando para a fase de projetos, o teste do Alce.

## REFERÊNCIAS

- [1] LOPES, E. D. R., SILVA, R. R. M. R. Steering Mechanism Synthesis Based on Particle Swarm Optimization. **SAE Technical Paper**, 2018-36-0141, 2018.
- [2] INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **ISO 3888-1: Passenger car - Test track for a severe lane change manoeuvre - Part 1: Double-lane change**. England, 1999.
- [3] JAZAR, R. N. **Vehicle dynamics: theory and application**. New York: Springer, 2014. 1014p.
- [4] GILLESPIE, T.D. **Fundamentals of Vehicle Dynamics**. Society of Automotive Engineers, 1992.
- [5] COLAÇO, Marcelo J.; ORLANDE, Helcio RB; DULIKRAVICH, George S. Inverse and optimization problems in heat transfer. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 28, n. 1, p. 1-24, 2006.
- [6] PAPAIOANNOU, Georgios; KOULOCHERIS, Dimitrios. An approach for minimizing the number of objective functions in the optimization of vehicle suspension systems. **Journal of Sound and Vibration**, v. 435, p. 149-169, 2018.
- [7] OLIVEIRA, M. M, COSTA NETO, R. T. Modeling and Analysis of the Dynamic Behaviour of a Turning Vehicle. **SAE Technical Paper**, 2016-36-0395, 2016.