

Modeling and design of a shock absorber with electronic control of the damping forces

**André Santos
Armando Laganá
Diego Colón**

ABSTRACT

The purpose of this work is, through simulations, develop a dynamic model of an electronic damper in closed loop, whose control of damping forces will be carried out by means of a proportional valve. The valve controls the flow through its orifice. This quantity is directly correlated with the system pressure, and consequently, with the force generated in the damper piston rod. This force is feedback and compared with reference parameters, thus generating an error signal that is feedback into the controller. The target is to minimize this error, thus ensuring that the output force is equal to the specification, that is provided by vehicle manufacturers or purchased from original shock absorbers in a process known as reverse engineering. The control will be able to guarantee the desired force on the piston rod even if the system is subjected to disturbances. Finally, we will make a comparison between the shock absorber designed here and several other shock absorbers, as this system will be able to reproduce the damping curve of any other shock absorber.

Keywords: Shock absorber; Electronic control; Damping Forces; Proportional valve.

INTRODUÇÃO

A suspensão do automóvel é um dos mais importantes sistemas para o bom desempenho, segurança e conforto durante uma viagem. Ela é constituída basicamente por molas, braços e amortecedores que ligam a carroceria às rodas do automóvel. Esses componentes têm a função de intermediar a transmissão do movimento oscilatório, garantindo estabilidade e conforto para o motorista e para os passageiros. As molas desempenham o papel importante de absorver diretamente o impacto causado pelas irregularidades do solo, enquanto os amortecedores, que serão os objetos de estudo deste trabalho, dissipam a energia do movimento, reduzindo as oscilações da mola e evitando que o carro oscile junto com elas. A proposta deste trabalho é, através de simulações, desenvolver um amortecedor eletrônico em malha fechada, cujo controle das forças de amortecimento será realizado por meio de uma válvula proporcional, gerando assim maior estabilidade e conforto aos passageiros do carro.

REVISÃO DA LITERATURA

Atualmente os amortecedores utilizados em automóveis são do tipo hidráulico e são peças fundamentais para a estabilidade e conforto do veículo, por dissiparem as oscilações da mola. O princípio de funcionamento físico

envolvido consiste basicamente na dissipação da energia potencial elástica da mola na forma de calor e som.

Existem basicamente dois tipos de amortecedores: os chamados convencionais (bi tubulares) e os pressurizados (bi tubulares e mono tubulares). O amortecedor convencional bi tubular é composto por um conjunto pistão e válvulas fixadas à haste para controle da força de tração e um conjunto base/válvulas fixados ao tubo de pressão para controle das forças de compressão conforme figura 1b. Este é o tipo mais utilizado, cuja aplicação atende a caminhões, ônibus, veículos de passeio etc. O amortecedor pressurizado bi tubular é uma evolução do convencional (que conta apenas com funcionamento hidráulico) e contém em seu sistema gás nitrogênio pressurizado, evitando assim a falta de óleo e eliminando os “vazios” ou falhas no acionamento durante o ciclo de compressão da haste (por exemplo, no caso de lombadas). Isto resulta em maior estabilidade e conforto se comparado aos tipos hidráulicos. A ação da pressão do gás mantém a roda em maior contato com o solo, aumentando a aderência e a estabilidade do veículo, sem comprometer o conforto, resultando em mais eficiência em pisos irregulares e curvas acentuadas. O amortecedor mono tubular, que será o objeto de estudo deste trabalho, é composto por um único cilindro como pode ser verificado na figura 1a, e possui pistão e válvulas fixadas à haste para controle das forças de tração / compressão. Este é também pressurizado com gás nitrogênio

e possui um pistão flutuante que fornece uma selagem entre o nitrogênio pressurizado e o fluido do amortecedor.

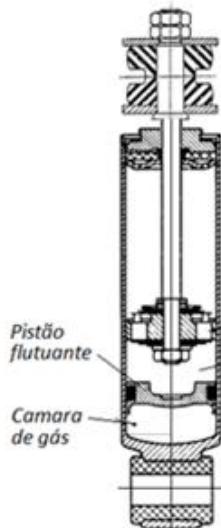


Figura 1a
Mono Tubular

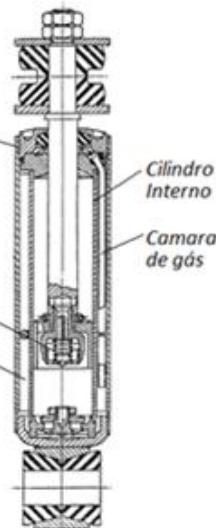


Figura 1b
Bi Tubular

Figura 1. Diferença construtiva entre amortecedores mono tubulares / bi tubulares

Para este trabalho, escolhemos o amortecedor mono tubular por facilidade de construção do protótipo. Devido às válvulas proporcionais existentes no mercado apresentarem histerese em relação ao sentido do fluxo, uma lógica hidráulica se faz necessária para que o óleo passe controlado pela válvula sempre no mesmo sentido (da 2 para 1) conforme ilustrado na figura 2.

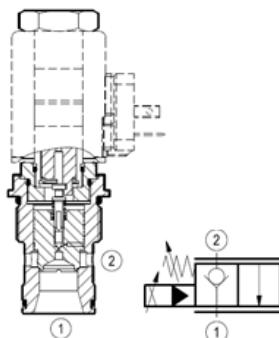


Figura 2. Válvula de controle proporcional

Implementar a lógica hidráulica em amortecedores mono tubulares é relativamente simples, pois esta será implementada no bloco da válvula conforme ilustrado na figura 3.

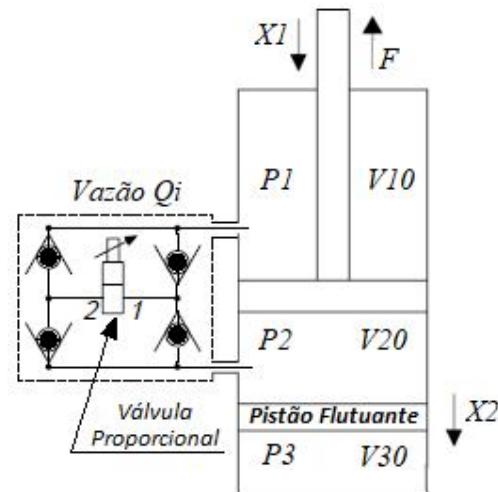


Figura 3. Diagrama Hidráulico

Para implementar esta lógica em amortecedores bi tubulares, este precisaria ser adaptado para um amortecedor tri tubular conforme ilustrado na figura 4, o que tornaria a construção do protótipo mais complexa.

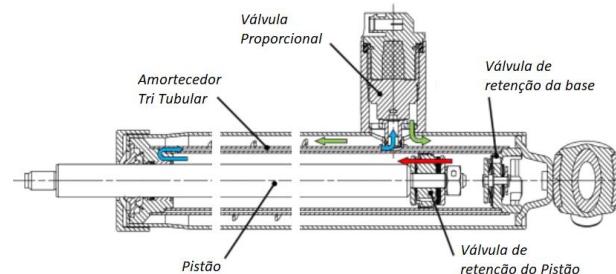


Figura 4. Esquema amortecedor tri tubular

No entanto, é importante salientar que o conceito de funcionamento do amortecedor proposto neste trabalho poderá ser estendido para amortecedores bi tubulares em trabalhos futuros.

O diagrama de corpo livre do modelo a ser estudado neste artigo está representado na figura 5: Na literatura [1, 2, 3], foi demonstrado que, nas câmaras, as pressões dependem de vários parâmetros. Em condições isotérmicas, as mudanças de pressão na câmara de tração (câmara p1 da Figura 5) e na câmara de compressão (câmara p2 da Figura 5) podem ser obtidas a partir da equação da continuidade, e são governadas pelas equações (1) a (4):

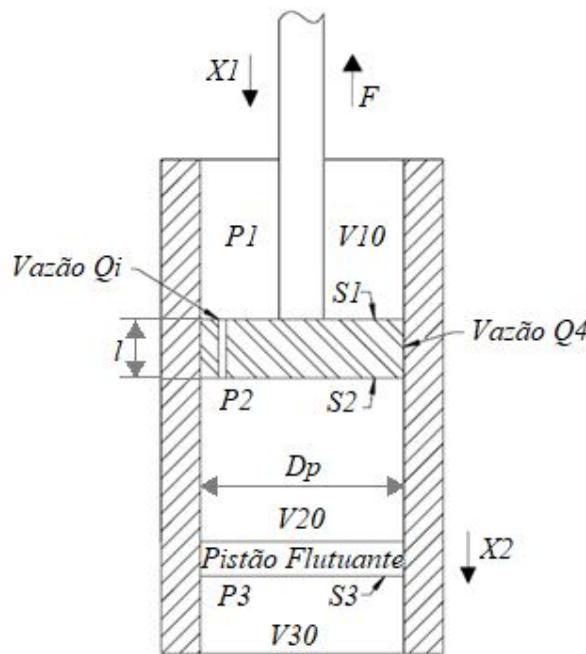


Figura 5. Modelo dinâmico amortecedor.

$$\dot{p}_1 = \frac{E}{V_{10} + S_1 x_1} ((q_1 + q_4) - (S_1 \cdot \dot{x}_1)), \quad (1)$$

$$\dot{p}_2 = \frac{E}{V_{20} + S_3 x_2 - S_2 x_1} ((-q_1 - q_4) - (S_3 \cdot \dot{x}_2 - S_2 \cdot \dot{x}_1)), \quad (2)$$

$$\dot{p}_3 = -\frac{\gamma p_3 (S_3 \dot{x}_2)}{V_{30} - S_3 x_2}, \quad (3)$$

$$q_4 = \left(\frac{(p_2 - p_1)b^3}{12 \cdot n \cdot l} + \frac{x_1 b}{2} \right) \pi \cdot Dp, \quad (4)$$

onde E é o módulo de compressibilidade do fluido [Mpa]; V₁₀, V₂₀ e V₃₀ são os volumes iniciais das câmaras 1, 2 e 3 do amortecedor [m³]; Q₁ é a vazão através do orifício [m³/s]; Q₄ é a vazão entre o pistão e o cilindro do amortecedor [m³/s]; S₁, S₂ e S₃ são as respectivas áreas [m²] (conforme demonstrado na figura 2); P₁, P₂ e P₃ são as pressões em cada câmara [Pa]; n é a viscosidade dinâmica do fluido de amortecimento [m.Pa.s]; γ é o coeficiente de expansão adiabática do gás [adimensional]; b é o espaço (gap) entre a camada de teflon do pistão e o cilindro do amortecedor [m]; l é o comprimento do gap [m] e Dp é o diâmetro do pistão [m]. A massa do conjunto pistão + haste é cerca de 200 gramas para um amortecedor de carro médio. Desprezando a força de atrito, a equação do movimento para o pistão flutuante pode ser escrita como:

$$m_2 \ddot{x}_2 = S_3 \cdot p_2 - S_3 \cdot p_3. \quad (5)$$

Tipicamente, os fabricantes realizam ensaios nos amortecedores tais que o êmbolo é submetido a um movimento senoidal, ou seja, tal que $x_1(t)$ é um sinal externo

e senoidal com amplitude X₀ e frequência f, cuja frequência em radianos é $2\pi f$. Deste modo, o pico de aceleração é X₀ω² e o pico de velocidade é X₀ω. Vamos então tratar x₁ e \dot{x}_1 como distúrbios d₁ e d₂, respectivamente. Mesmo a uma aceleração em torno de 100 m/s², a força inercial de aceleração é em torno de 20N, que é insignificante em comparação com a força de amortecimento. Além disso, durante os testes para validação do modelo, o amortecedor estará fixado em ambas as extremidades, assim poderemos desconsiderar a ação da gravidade sobre a haste. Também iremos desconsiderar as forças de atrito, pois estas são muito pequenas se comparadas à força do amortecedor. Sendo assim, a equação da força de saída na haste do amortecedor pode ser escrita como:

$$F = -S_1 \cdot p_1 + S_2 \cdot p_2 \quad (6)$$

EQUAÇÕES DE ESTADO

Nesta seção, apresentaremos a representação do sistema em espaço de estados e posteriormente faremos a linearização para ser utilizada no projeto do controlador. Como dito anteriormente, nosso objetivo é controlar a força F (variável controlada) através da variável Q₁ (variável de controle ou de atuação), deste modo, definindo-se os estados como sendo:

$$y_1 = p_1 \rightarrow \dot{y}_1 = \dot{p}_1,$$

$$y_2 = p_2 \rightarrow \dot{y}_2 = \dot{p}_2,$$

$$y_3 = p_3 \rightarrow \dot{y}_3 = \dot{p}_3,$$

$$y_4 = x_2 \rightarrow \dot{y}_4 = y_5,$$

$$y_5 = \dot{x}_2 \rightarrow \dot{y}_5 = \ddot{x}_2,$$

temos as equações de estado como sendo:

$$\dot{y}_1 = \frac{E}{V_{10} + S_1 d_1} ((q_1 + q_4) - (S_1 \cdot d_2)), \quad (7)$$

$$\dot{y}_2 = \frac{E}{V_{20} + S_3 y_6 - S_2 d_1} ((-q_1 - q_4) - (S_3 \cdot y_5 - S_2 \cdot d_2)), \quad (8)$$

$$\dot{y}_3 = -\left(\frac{\gamma y_3 (S_3 y_5)}{V_{30} - S_3 y_4}\right), \quad (9)$$

$$\dot{y}_4 = y_5, \quad (10)$$

$$\dot{y}_5 = (S_3 \cdot y_2 - S_3 \cdot y_3) \frac{1}{m_2}. \quad (11)$$

Nota-se então que o sistema é não-linear e de ordem cinco.

LINEARIZAÇÃO

A linearização de sistemas não-lineares é importante, pois através da linearização de equações não-lineares é possível aplicar numerosos métodos de análise

linear que produzirão informação sobre o comportamento do sistema não linear considerado [5].

O processo de linearização consiste na adoção de um ponto de equilíbrio (\bar{y}_1 e \bar{y}_2) e expansão das funções não-lineares em série de Taylor em torno deste ponto de equilíbrio. A representação matricial do sistema linearizado pode ser escrita conforme a seguir:

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{y}_1 \\ \vdots \\ \Delta\dot{y}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial\dot{y}_1}{\partial y_1} & \cdots & \frac{\partial\dot{y}_1}{\partial y_5} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial\dot{y}_5}{\partial y_1} & \cdots & \frac{\partial\dot{y}_5}{\partial y_5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta y_1 \\ \vdots \\ \Delta y_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial\dot{y}_1}{\partial d_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial\dot{y}_5}{\partial d_1} \end{bmatrix} d_1 + \begin{bmatrix} \frac{\partial\dot{y}_1}{\partial d_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial\dot{y}_5}{\partial d_2} \end{bmatrix} d_2 + \begin{bmatrix} \frac{\partial\dot{y}_1}{\partial q_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial\dot{y}_5}{\partial q_1} \end{bmatrix} q_1,$$

$$F(y) = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial y_1} & \cdots & \frac{\partial F}{\partial y_5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta y_1 \\ \vdots \\ \Delta y_5 \end{bmatrix},$$

o que resulta em:

$$\begin{aligned} \Delta\dot{y}_1 &= -\frac{E\pi D p b^3}{12.l.n(V_{10}+S_1.\bar{d}_1)} \Delta y_1 + \frac{E\pi D p b^3}{12.l.n(V_{10}+S_1.\bar{d}_1)} \Delta y_2 \\ &\quad + 0. \Delta y_3 + 0. \Delta y_4 + 0. \Delta y_5 \\ &\quad - \frac{E.S_1(\bar{q}_1 - S_1.\bar{d}_2 + D p .\pi(\frac{b.\bar{d}_2}{2}) - \frac{b^3(\bar{y}_1 - \bar{y}_2)}{12.l.n})}{(V_{10}+S_1.\bar{d}_1)^2} \Delta d_1 \\ &\quad - \frac{E(S_1 - (\frac{D p .\pi b}{2}))}{(V_{10}+S_1.\bar{d}_1)} \Delta d_2 + \frac{E}{V_{10}+S_1.\bar{d}_1} \Delta q_1, \quad (12) \\ \Delta\dot{y}_2 &= \frac{E\pi D p b^3}{12.l.n(V_{20}-S_2.\bar{d}_1+S_3.\bar{y}_4)} \Delta y_1 - \frac{E\pi D p b^3}{12.l.n(V_{20}-S_2.\bar{d}_1+S_3.\bar{y}_4)} \Delta y_2 \\ &\quad + 0. \Delta y_3 + \frac{E.S_3(q_1 - S_2.\bar{d}_2 + S_3.\bar{y}_5 + D p .\pi(\frac{b.d_2}{2}) - \frac{b^3(y_2 - y_1)}{12.l.n})}{(V_{20}-S_2.\bar{d}_1+S_3.\bar{y}_4)^2} \Delta y_4 \\ &\quad - \frac{E.S_3}{V_{20}-S_2.\bar{d}_1+S_3.\bar{y}_4} \Delta y_5 \\ &\quad - \frac{E.S_2(\bar{q}_1 - S_2.\bar{d}_2 + S_3.\bar{y}_5 + D p .\pi(\frac{b.\bar{d}_2}{2}) - \frac{b^3(\bar{y}_1 - \bar{y}_2)}{12.l.n})}{(V_{20}-S_2.\bar{d}_1+S_3.\bar{y}_4)^2} \Delta d_1 \\ &\quad + \frac{E(S_2 - (\frac{D p .\pi b}{2}))}{V_{20}-S_2.\bar{d}_1+S_3.\bar{y}_4} \Delta d_2 - \frac{E}{V_{20}-S_2.\bar{d}_1+S_3.\bar{y}_4} \Delta q_1, \quad (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta\dot{y}_3 &= 0. \Delta y_1 + 0. \Delta y_2 + \frac{\gamma.S_3.\bar{y}_5}{V_{30}-S_3.\bar{y}_4} \Delta y_3 + \frac{\gamma.S_3^3.\bar{y}_3.\bar{y}_5}{(V_{30}-S_3.\bar{y}_4)^2} \Delta y_4 \\ &\quad - \frac{\gamma.S_3.\bar{y}_3}{V_{30}-S_3.\bar{y}_4} \Delta y_5 + 0. \Delta d_1 + 0. \Delta d_2 + 0. \Delta q_1, \quad (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta\dot{y}_4 &= 0. \Delta y_1 + 0. \Delta y_2 + 0. \Delta y_3 + 0. \Delta y_4 + 1\Delta y_5 + 0. \Delta d_1 + \\ &\quad 0. \Delta d_2 + 0. \Delta q_1, \quad (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta\dot{y}_5 &= 0. \Delta y_1 + \frac{S_3}{m_2} \Delta y_2 - \frac{S_3}{m_2} \Delta y_3 + 0. \Delta y_4 + 0. \Delta y_5 + \\ &\quad 0. \Delta d_1 + 0. \Delta d_2 + 0. \Delta q_1. \quad (16) \end{aligned}$$

ANÁLISE DO EQUILÍBRIO

No equilíbrio, o conjunto pistão + haste, bem como o pistão flutuante, permanecerão em repouso e as pressões nas câmaras do amortecedor serão todas iguais. Assim, temos:

$$\begin{aligned} y_1 &= \bar{y}_1 = 1.5 \text{ Mpa}, \\ y_2 &= \bar{y}_2 = 1.5 \text{ Mpa}, \\ y_3 &= \bar{y}_3 = 1.5 \text{ Mpa}, \\ y_4 &= \bar{y}_4 = 0.01 \text{ m}, \\ y_5 &= \bar{y}_5 = 0 \text{ m/s}. \end{aligned}$$

A vazão de entrada Q_1 é também identicamente nula. Substituindo os valores de equilíbrio nas equações de estado linearizadas (12), (13), (14), (15) e (16) finalmente obteremos o seguinte sistema de equações na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{y}_1 \\ \Delta\dot{y}_2 \\ \Delta\dot{y}_3 \\ \Delta\dot{y}_4 \\ \Delta\dot{y}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4.08e4 & 4.08e4 & 0 & 0 & 0 \\ 4.22e4 & -4.22e4 & 0 & 0 & -1.06e10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4.27e10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.05 & -0.05 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta y_1 \\ \Delta y_2 \\ \Delta y_3 \\ \Delta y_4 \\ \Delta y_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \Delta d_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 1.04e10 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \Delta d_2 + \begin{bmatrix} -9.13e9 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \Delta q_1, \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$F(y) = \begin{bmatrix} -0.001262 & 0.001385 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta y_1 \\ \Delta y_2 \\ \Delta y_3 \\ \Delta y_4 \\ \Delta y_5 \end{bmatrix}. \quad (18)$$

REQUISITOS DO PROJETO

Os amortecedores com controle mecânico da força F possuem diferentes tolerâncias para cada faixa de frequência conforme tabela a seguir de um fabricante específico.

| Tabela 1. Tolerâncias da força F | | |
|----------------------------------|------------|------------|
| ω [rad/s] | F (tração) | F (comp.) |
| 1.00 | $\pm 25\%$ | $\pm 35\%$ |
| 2.50 | $\pm 20\%$ | $\pm 30\%$ |
| 5.00 | $\pm 15\%$ | $\pm 25\%$ |
| 8.00 | $\pm 15\%$ | $\pm 20\%$ |
| 10.5 | $\pm 15\%$ | $\pm 20\%$ |
| 21.0 | $\pm 15\%$ | $\pm 15\%$ |

Neste trabalho, iremos adotar tolerância de $\pm 5\%$ em todas as faixas de frequência tanto para F (tração) como para F (compressão). Deste modo, nosso controlador deverá garantir que, nessas frequências, as senóides de referência de força sejam seguidas com menos que 5% de erro. Assim sendo, nesta faixa de frequência, o diagrama de Bode de malha fechada deve ter um valor próximo de 0 dB (decibéis) [5].

ANÁLISE DA PLANTA

Nesta seção, faremos todas as análises necessárias para conhecimento da planta e projeto do controlador.

AUTOVALORES - O sistema apresentado em (17) é marginalmente estável se e somente se todos os autovalores de A têm parte real igual a zero ou negativa e aqueles que têm parte real igual a zero são raízes de multiplicidade 1 do polinômio mínimo de A. Utilizando o MATLAB, obtivemos os seguintes autovalores de A:

$$\begin{aligned} & 0, \\ & -8e4, \\ & -1.5e4 + 1.58e4i, \\ & -1.5e4 - 1.58e4i, \\ & -5e13. \end{aligned}$$

Portanto, com base na definição, podemos concluir que o sistema é marginalmente estável.

CONTROLABILIDADE - Um sistema é dito controlável no instante t_0 , se for possível por meio de um vetor de controle não-restrito, transferir o sistema de um estado $X(t_0)$ qualquer para qualquer outro estado num intervalo de tempo finito [6]. A equação de estado linear e invariante no tempo (18) é controlável em $[t_0, t_f]$ se, e somente (19) for satisfeita [7].

$$\text{rank} [B \ AB \ A^{n-1}B] = n, \quad (19)$$

onde rank é o posto da matriz de controlabilidade e n é a ordem do sistema, ou seja, a dimensão da matriz quadrada A. Utilizando o MATLAB, obtivemos a seguinte matriz de controlabilidade:

$$\begin{bmatrix} 7.42e12 & -6.17e12 & 5.12e22 & -4.10e27 & 3.28e32 \\ -7.68e12 & 6.38e17 & -4.92e22 & 3.93e27 & -3.15e32 \\ 0 & 0 & -1.51e19 & 1.26e24 & -9.72e28 \\ 0 & 0 & -3.54e11 & 2.94e16 & -2.27e21 \\ 0 & -3.54e11 & 2.94e16 & -2.27e21 & 1.81e26 \end{bmatrix}$$

tal que seu posto é $2 \neq n$. Observa-se então que os estados do sistema não são totalmente controláveis, mas isto não é condição necessária nem suficiente para que se tenha a controlabilidade completa de saída, pois não desejamos controlar cada estado do sistema, mas sim o sinal de saída, no caso a força F.

CONTROLABILIDADE DE SAÍDA - O sistema descrito pela equação (17) é dito com saída completamente controlável, se for possível por meio de um vetor de controle $u(t)$ não-restrito, transferir qualquer saída inicial $y(t_0)$ para qualquer outro valor de saída $y(t_1)$ num intervalo de tempo finito $t_0 \leq t \leq t_1$ [5]. Para provar que o sistema possui controlabilidade de saída completa, o sistema descrito pela equação (17) será totalmente controlável se e somente se a matriz composta P de dimensão $m \times (n+1)r$ tiver posto m, onde:

$$P = [CB : CAB : CA^2B : \dots : CA^{n-1}B : D].$$

Utilizando o MATLAB obtivemos a seguinte matriz P:

$$P = [-2e10 \ 1.166e15 \ -1.32e20 \ 1.06e25 \ -8.5e29],$$

e o seu rank:

$$\text{rank}(P) = 1 = m.$$

Portanto a saída do sistema é completamente controlável.

OBSERVABILIDADE - Um sistema é dito completamente observável se qualquer estado $X(t_0)$ pode ser determinado a partir da observação de $y(t)$ durante um intervalo de tempo finito, $t_0 \leq t \leq t_1$ [6].

A equação de estado linear invariante no tempo (18) é observável em $[t_0, t_f]$ se e somente se (20) for satisfeita [7].

$$\text{rank} \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} = n. \quad (20)$$

Utilizando o MATLAB obtivemos a seguinte matriz de observabilidade:

$$\begin{bmatrix} -0.0013 & 0.0014 & 0 & 0 & 0 \\ 110 & -110 & 0 & 0 & -1.47e7 \\ -9.14e6 & 8.45e6 & 6.80e6 & 0 & 1.17e12 \\ 7.30e11 & -6.76e11 & -5.40e10 & 0 & -9e16 \\ -5.80e16 & 5.42e16 & 4.15e15 & 0 & 7.19e19 \end{bmatrix}$$

tal que seu posto é $2 \neq n$. Observa-se, portanto, que os estados do sistema não são totalmente observáveis. Entretanto, como demonstrado na seção anterior, isto não nos impede de projetar um controlador, desde que os estados não controláveis não fiquem instáveis.

PROJETO DO CONTROLADOR

Nas seções anteriores, obtivemos informações importantes sobre as características do sistema. Foi possível observar que, apesar do sistema não ser totalmente controlável / observável, é marginalmente estável e sua saída é completamente controlável e um controlador pode ser

projeto. A função de transferência da planta (17), relacionando vazão de entrada e força de saída, é:

$$G(s) = \frac{-2.002e10s^3 + 0.03673s^2 - 4.647e18s + 7.188e4}{s^4 + 8.307e4s^3 + 4.934e8s^2 + 2.022e13s + 5.13}.$$

Utilizando a ferramenta SISOTool do MATLAB, o seguinte compensador PI (proporcional + integral) foi projetado:

$$H(s) = \frac{-3.555x10^{-3}s - 0.127}{s}.$$

A função de transferência em malha fechada pode ser escrita como:

$$T(s) = \frac{F(s)}{r(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

Logo, temos:

$$T(s) = \frac{71170 (s + 3.571e4)(s^2 - 1.796x10^{-11}s + 2.321e8)}{(s + 1.333e5)(s + 1.993e4)(s^2 + 1023s + 2.221e8)}$$

RESULTADOS

Primeiramente, apresentamos o diagrama de Bode do sistema em malha fechada (figura 6):

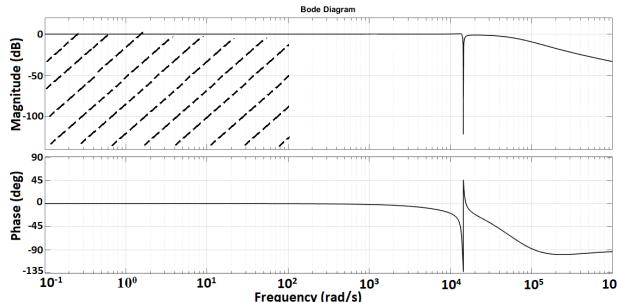


Figura 6. Diagrama de Bode de $T(s)$.

Note que o sistema tem ganho 0 dB (decibéis) nas faixas de frequência de interesse (região hachurada), portanto é capaz de seguir referências nas frequências desejadas. Isto pode ser observado na figura 7, onde simulando-se o sistema completo em malha fechada, ou seja, planta não linear das equações (7) a (11) com saída (6) e o controlador projetado em cascata, adotou-se como sinal de referência um sinal de força típico utilizado na indústria. Tanto o sinal de referência quanto o de força real estão em função da distância. Observa-se que os sinais de força e referência se sobrepõem, ou seja, o erro é muito inferior ao especificado na secção “Requisitos do Projeto”.

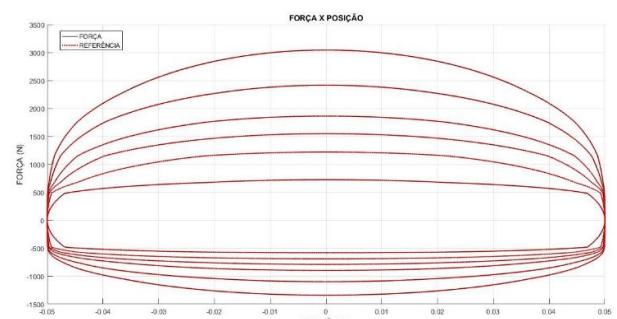


Figura 7. Força/Referência x deslocamento.

Para ilustrar melhor que as forças de amortecimento ficaram dentro das tolerâncias do projeto, apresentaremos nas figuras 8 e 9 outros gráficos bastante utilizados na indústria automotiva, onde pode-se observar que a força resultante está entre os seus respectivos limites de $\pm 5\%$ em todas as faixas de frequência.

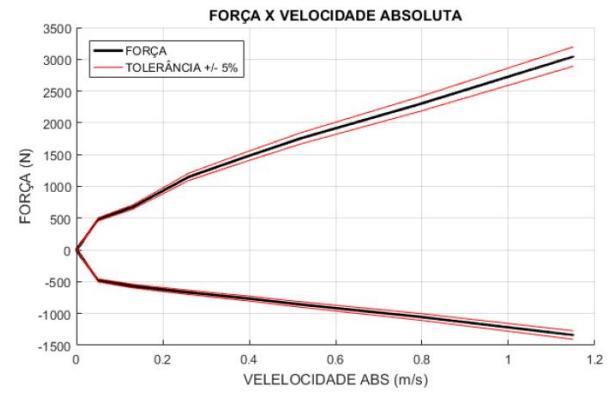


Figura 8. Força x velocidade absoluta.

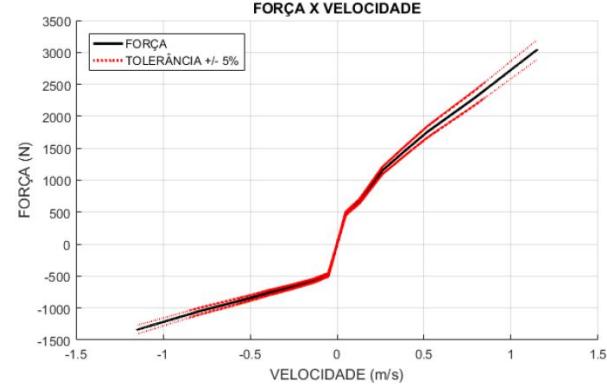


Figura 9. Força x velocidade.

Para garantir que o controlador gera sinais de vazão que podem ser obtidos na prática em um amortecedor deste tipo, o sinal de controle, que corresponde à vazão imposta à válvula, pode ser observado na figura 10. Mesmo nos picos causados por uma transição abrupta do distúrbio d_1 , ainda

assim o sinal de controle tem baixa amplitude e consequentemente pode ser implementado.

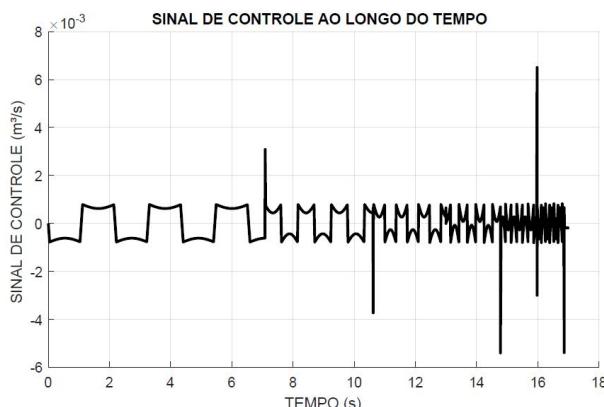


Figura 10. Sinal de controle x tempo.

CONCLUSÃO

O novo modelo controlado eletronicamente demonstrou vantagens claras em simulação, pois os valores encontrados dos erros relativos foram < 5% tanto no curso de compressão quanto no de tração. As vantagens de se utilizar um amortecedor com estas características são enormes, pois proporcionará maior estabilidade, dirigibilidade e conforto aos passageiros do veículo, uma vez que as referências a serem seguidas são valores ótimos de amortecimento especificados pelos fabricantes de veículos.

Industrialmente também teremos enormes vantagens, pois será possível através de um modelo único seguir qualquer referência de força sem a necessidade de realização de ajustes na pilha de válvulas, entre outros ajustes que são realizados nos amortecedores com controle mecânico, estes são ainda muito suscetíveis a variação de temperatura, entre outros distúrbios, problema este que foi significantemente atenuado com o modelo proposto.

Como trabalho futuro, um modelo matemático envolvendo a dinâmica de um veículo completo pode ser elaborado, substituindo a constante de amortecimento pelo modelo aqui proposto, o que possibilitaria avaliar o comportamento dinâmico do veículo mediante diversas condições de amortecedores, por exemplo, avaliar o ângulo de rolagem durante uma troca de faixa utilizando amortecedores não conformes (forças de amortecimento fora das especificações de projeto) vs amortecedores conformes (forças de amortecimento dentro das especificações de projeto).

REFERÊNCIAS

- [1] PAULIUS SKAČKAUSKAS, Development and verification of a shock absorber and its shim valve model based on the force method principles, Lithuania, 2017.
- [2] FARJOURD, A., AHMADIAN, M., CRAFT, M. et al. Nonlinear modeling and experimental characterization of hydraulic dampers: effects of shim stack and orifice parameters on damper performance. *Nonlinear Dyn* 67, 1437–1456 (2012). <https://doi.org/10.1007/s11071-011-0079-2>
- [3] KWANGJIN LEE (1997) Numerical Modelling for the Hydraulic Performance Prediction of Automotive Monotube Dampers, *Vehicle System Dynamics*, 28:1, 25-39, DOI: 10.1080/00423119708969347
- [4] JOHN C DIXON, *The Shock Absorber Handbook* (Second edition), Great Britain, 2007.
- [5] KATSUHIKO OGATA, *Engenharia de Controle Moderno – 3^a edição*, 1997, Prentice-Hall
- [6] WILSON J. RUGH, *Linear System Theory – 2nd ed.*, 1996, Prentice-Hall