

VI ENEI Encontro Nacional de Economia Industrial

Indústria e pesquisa para inovação: novos desafios ao desenvolvimento sustentável

30 de maio a 3 de junho 2022

Regras comportamentais e a tomada de decisão no mercado financeiro: uma simulação via modelo baseado em agentes

Gustavo Onofre Andreão*;

Felipe Pinto da Silva **;

João Victor Machado***;

André Correia Bueno****

Resumo: O objetivo da pesquisa é propor um conjunto de condutas comportamentais e uma dinâmica de mercado em um modelo de simulação aplicado ao mercado financeiro. A pesquisa foi conduzida mediante simulação baseada em agentes (ABM). Mesmo com a dinâmica de um modelo simplificado, é possível concluir que a heterogeneidade, embutida na forma que os agentes se posicionam a favor ou contra o efeito manada, foi fundamental para gerar a formação e estabilidade do mercado. A contribuição do modelo se concentra no conjunto de regras comportamentais que balizam a tomada de decisão dos agentes em um mercado financeiro de ativo único.

Palavras-chave: modelo de simulação; mercado financeiro; Modelo baseado em agentes; heterogeneidade.

Código JEL: C63, D81, G12

Área Temática: Área 9.6 – Modelos de Simulação

Behavioral rules and decision making in a simulated financial Market: an agent-based model

Abstract: This article proposes a set of behaviors and a market dynamics for a simulation model of the stock market through the use of an agent-based model (ABM). Although simplified, this article concludes that heterogeneity is key for explaining volatility in terms of asset price and volume of transactions. Heterogeneity is expressed in terms of how agents position themselves in relation to the market itself: either going against or with the herd. The contribution of this article is the proposed set of behaviors that produces market dynamics in a simplified one asset stock market.

Keywords: simulation, stock market, agent based model, heterogeneity

* Doutorando no programa de Pós-graduação em Ciências Econômicas, IE-UNICAMP - g226039@dac.unicamp.br

** Doutorando no programa de Pós-graduação em Ciências Econômicas, IE-UNICAMP- f208441@dac.unicamp.br

*** Doutorando no programa de Pós-graduação em Ciências Econômicas, IE-UNICAMP - j207513@dac.unicamp.br

**** Doutorando no programa de Pós-graduação em Ciências Econômicas, IE-UNICAMP - a207517@dac.unicamp.br.

1. Introdução

O comportamento de agentes em mercados financeiros é uma pauta explorada em análises econômicas. Há, portanto, uma miríade de modelos que procuram replicar essa estrutura de mercado específica para analisar fatos estilizados e o comportamento dos agentes. Para além de modelos de equilíbrio, existem também modelos de simulação que procuram criar “mercados financeiros artificiais”, permitindo a análise de fatos estilizados bem como a evolução de agentes nesses mercados focados em: criação e propagação de mudanças, além de uma análise variada dos impactos das decisões desses agentes.

Nesse sentido, o objetivo da pesquisa é propor um conjunto de condutas comportamentais e uma dinâmica de mercado em um modelo de simulação para a tomada de decisão sobre transações no mercado financeiro em torno de um único ativo com agentes heterogêneos. A hipótese a ser testada é de que a heterogeneidade, justaposta na forma em que os agentes se posicionam a favor ou contra o mercado, afeta a tomada de decisão e a estrutura de mercado.

A pesquisa foi conduzida mediante simulação baseada em agentes (ABM). Modelos ABM tratam de modelagens direcionadas a sistemas dinâmicos onde os agentes atuam de forma conjunta (TESFATSION, 2003). As estruturas resultantes surgem da própria interação entre os agentes (MACAL; NORTH, 2010). Neste sentido, o modelo trata da interação entre compradores e vendedores em um mercado financeiro de ativo único.

Grande parte da literatura disseminada sobre o tema envolve a hipótese dos mercados eficientes (HME). Esse escopo teórico imputa no agente um comportamento axiomático, racional e maximizador na tomada de decisões. Por outro lado, um conjunto de autores ressalta a importância em mercados financeiros de comportamentos diferentes daqueles prescritos pela HME, dado que tais comportamentos decorrem de decisões humanas. A pesquisa se apoia em uma perspectiva crítica da HME para o desenvolvimento do modelo.

O artigo se desenvolve em quatro seções além desta introdução. Na seção dois desenvolve-se uma breve revisão da literatura, retomando a teoria balizadora da HME e suas críticas e a parte aplicada sobre o mercado financeiro. Na seção três desenvolve-se a metodologia do modelo. Na seção quatro está a análise de resultados, subdividida em uma parte que aplica a calibragem do modelo, por meio da verificação da sensibilidade dos parâmetros, através da estatística comparativa e outra que se trata do desempenho do modelo por estratos de agentes. Por fim estão as considerações finais seguida pelas referências.

2. Revisão de literatura

Esta seção busca desenvolver uma revisão da literatura a partir dos estudos clássicos do tema, além de atualizar o debate na sua vertente crítica. A revisão será desenvolvida em duas subseções: uma, do ponto de vista teórico, retoma a HME e suas limitações; e outra aplicada, onde se desenvolve os principais modelos de simulação aplicados ao mercado financeiro e de capitais, com foco em modelos ABM.

O corpo teórico da HME pode ser sintetizado em alguns princípios básicos que operam sobre os agentes, tais como, um comportamento axiomático, racional e maximizador na tomada de decisões, pressupostos que se enquadram na economia neoclássica¹. A HME influenciou fortemente o campo das finanças, sendo base para modelos de precificação de ativos.

A hipótese destaca que os agentes são homogêneos e possuem regras de comportamento similares. A tomada de decisão está baseada em uma função de utilidade. A racionalidade é plena, no sentido de que todos os agentes possuem a capacidade de acessar e processar todas as informações disponíveis e assim maximizar sua utilidade. Não operam choques externos de informação sobre o mercado. Os agentes não-racionais não se perpetuam e as suas decisões são parametrizadas para que o mercado siga o comportamento racional. Dessa forma, ruídos causados por decisões não racionais são anulados e não afetam os preços dos ativos, que sempre acompanham seu valor fundamental.

Como os agentes possuem racionalidade ilimitada e todas as informações estão disponíveis, o preço dos ativos, segundo a HME, sempre reflete seu valor fundamental, isto é, o valor presente do fluxo de caixa descontados pelo seu risco (FAMA, 1970). Sendo assim, qualquer desvio desse preço é rapidamente absorvido e corrigido pelo mercado. Entende-se que as informações são rapidamente disseminadas e incorporadas no preço acionário. Dessa forma, não persiste espaço para ganhos especulativos entre os preços dos ativos e seus valores fundamentais sem um aumento no nível de risco (MALKIEL, 2003).

Na definição clássica de Fama (1970) um mercado eficiente é aquele em que o preço dos ativos reflete todas as informações disponíveis. A validação da hipótese está sujeita a três condições: i) não haver custos de transação no mercado de títulos; ii) informação simétrica; isto é, todos os agentes possuem capacidade de acessar e processar as informações; e a iii) interpretação dessas informações é feita de forma padronizada pelos agentes. Na sua versão clássica, há ainda três formas de eficiência: I) fraca; II) semiforte; e III) forte, diferindo na capacidade do mercado de refletir as informações disponíveis. Entretanto, em uma versão posterior, Fama (1991) suprime essa caracterização e passa a analisar somente o problema da previsibilidade dos retornos, pautando o modelo na ideia de que os ativos sempre atingem seu preço de equilíbrio ou seu valor fundamental.

Esse arcabouço teórico foi questionado por diversos autores com o avanço da economia comportamental e com a releitura de evidências empíricas. Loredana (2019) destaca que a HME ignora diretamente o comportamento do investidor no que concerne a reações não racionais, que são elementos constituintes das regras de decisão humana. Sewell (2011), em uma extensa análise da literatura sobre o tema, conclui que a própria definição teórica da hipótese implica que ela não seja aplicável a um mercado financeiro real, próximo ao que foi encontrado por Deng (2007). Vários outros autores testaram a hipótese e desenvolveram uma leitura crítica². A partir dessa perspectiva crítica, busca-se, na próxima subseção, fazer a revisão de modelos empíricos.

A pesquisa de modelos aplicados se baseia no arcabouço computacional e matemático da Teoria dos Sistemas Complexos e sua aplicação no mercado financeiro e de capitais, mediante simulação baseada no comportamento dos agentes³. Essa abordagem metodológica permite considerar o mundo

¹ Para maiores aprofundamentos da literatura ver Gallo (2016).

² Conforme Konstantinidis et al (2012), Ball (2009), Bernstein (1999) e Shleifer (2003).

³ “Dentre as diversas possibilidades que o modelo de agentes nos oferece, encontra-se o uso de ambientes simulados que nos permite testar algumas premissas da teoria econômica e financeira – como por exemplo, a racionalidade neoclássica vs a subjetividade humana em tomadas de decisões e o impacto que os vieses comportamentais podem causar no mercado acionário como um todo” (GALLO, 2016, p. 82). Johansen, Ledoit e Sornette (2000), em uma abordagem alternativa, desenvolveram um modelo que buscou caracterizar os pontos de crise. Os agentes que atuam no mercado possuem três possibilidades: comprar, vender ou esperar. O modelo considera apenas um ativo especulativo que não paga dividendos. Uma constatação importante dos autores é a de que é possível traçar padrões comportamentais em pontos críticos no mercado financeiro. Chen, Lux e Marchesi (2001), continuando a linha de pesquisa de Lux e Marchesi (1999), simularam um mercado financeiro com base em um modelo de simulação estocástica. O mercado é formado por dois tipos de agentes: fundamentalistas e *noise traders*. Uma regra de comportamento foi estabelecida para avaliar se o agente se posiciona comprado ou vendido no mercado, essa decisão se baseia na tendência dos preços e por um fator complementar chamado de “influência de notícias” que afeta as expectativas. Os preços são formados conforme os agentes interagem entre oferta e demanda, cujo comportamento está atrelado a um processo estocástico. Os resultados não foram robustos, porém o modelo agrupa ao avaliar fatores exógenos (influência de notícias) e por possuir uma heurística de mudança de comportamento entre

real como um sistema complexo em evolução, em que a interação de agentes heterogêneos dá origem a propriedades emergentes que não podem ser derivadas pela simples agregação de propriedades individuais (TESFATSION, 2003; MACAL; NORTH, 2010; HEARD et al., 2015; CAMPOS; CUNHA; BUENO, 2020). Arthur (2015) configura fenômeno emergente como as estruturas que surgem da própria interação entre partes do sistema.

A interação entre compradores e vendedores no mercado de ativos surge como um exercício em que o modelo de agente se aplica de forma satisfatória (LEBARON, 2006); sendo que, segundo Johansen, Ledoit e Sornette (2000), é natural pensar o mercado de ações em termos de um sistema complexo e permanentemente fora do equilíbrio. Para fundamentar essa análise, desenvolve-se, em seguida, uma revisão dos modelos que utilizam tal arcabouço para explorar o mercado financeiro.

Levy, Levy e Solomon (1994) desenvolveram um dos primeiros modelos baseados em agentes aplicados ao mercado financeiro, chamado de microscopic stock market model. O modelo busca analisar o comportamento de investidores individuais, chamados de elementos microscópicos. A heterogeneidade está colocada na forma como os agentes tomam as decisões de investimento, com base na maximização de sua utilidade. O modelo foi importante para a generalização metodológica no estudo de ciclos via modelos de simulação, entretanto, a pesquisa foi retomada e questionada por Zschischang e Lux (2001), indicando uma alta dependência em relação às condições iniciais. A heterogeneidade entre os agentes foi tratada de forma mais direcionada por Brock e Hommes (1998), no seu modelo dinâmico não linear a partir de expectativas adaptativas. Segundo os autores, a caracterização de agentes heterogêneos é importante para testar se agentes não-racionais conseguem se manter no mercado ou são expulsos por agentes racionais⁴. Mesmo que o modelo ainda seja estilizado, com apenas dois ativos, com e sem risco, avançou-se ao propor uma dinâmica em que os agentes poderiam mudar de estratégia.

Quadro 1: Quadro resumo da literatura sobre modelos de simulação aplicado ao mercado financeiro

Artigo	Método	Heterogeneidade	Contribuições
Levy, Levy e Solomon (1994)	Agentes determinam a proporção ótima de investimento através do histórico das taxas de retorno dos ativos	Diferentes formas de tomada de decisão de investimento entre os dois ativos, baseado na maximização das utilidades dos agentes	Os agentes podem mudar de estratégia na dinâmica de decisão de portfólio.
Brock e Hommes (1998)	Combinação de teoria de bifurcação local e métodos numéricos	Agentes fundamentalistas ou grafistas	Avalia o desvio do preço fundamental dos ativos e propõe heurísticas para mudança de estratégia.
Johansen, Ledoit e Sornette (2001)	A modelo testa, via expectativas racionais a hipótese que <i>crashes</i> resultam do acúmulo de correlações de longo alcance que culminam no colapso do mercado acionário.	No comportamento dos agentes em determinados momentos.	É possível traçar padrões comportamentais em pontos críticos no mercado financeiro
Chen, Lux e Marchesi (2001)	Modelo estocástico em que os agentes podem mudar suas heurísticas (GARCH)	Agentes podem ser fundamentalistas ou noise traders, e dentro deste último grupo, podem ser pessimistas (vendem) ou otimistas (compram)	O modelo possui uma heurística de mudança de comportamento entre agentes e consegue avaliar fatores exógenos como "influência de notícias".

agentes. Segundo Gallo (2016) o objetivo desse modelo foi se aproximar de um mercado de “leilão de preço único” e sua essência está no comportamento dos agentes e sua interação no mercado financeiro.

⁴ De Long et al. (1990) levantaram evidências para afirmar que, na média, existe a probabilidade de que *noise traders* sobrevivam no mercado.

Chiarella e Iori (2002)	Simulação baseada em agentes em que eles podem fazer ofertas de compra ou venda, de acordo com suas expectativas, de um único ativo cujo preço depende dessas ofertas de compra e venda	Tipologia dos agentes: fundamentalistas, cartalistas ou <i>noise trader</i> .	Análise do impacto da volatilidade, do tamanho do <i>tick</i> , do tempo de vida da oferta e da heterogeneidade no modelo. O modelo precisa de uma certa distribuição de diferentes tipos de agentes para que resultados sejam realistas. Mercados com ofertas de tempo de vida muito curto são muito voláteis e tem menos transações, porém ofertas que duram muito tempo levam a variações menores de preço.
Hart, Lampert & Johnson (2002)	Modelo estocástico com cadeia de markov	Decisão de compra e venda	Demonstram a relevância de como a simples distinção entre 'compra' e 'venda' aliada com uma análise sobre os estados anteriores do mercado levam à emergência de propriedades complexas, no caso quebra de bolsas
Ehrentreich (2008)	Simulação baseada em agentes	Algoritmos de aprendizado	Aprendizado baseada em algoritmo genético. Agentes que aprendem mais rápido levam o sistema à resultados mais robustos e mais em linha com resultados empíricos
Gou (2006)	O Mix-game model se baseia em uma série financeira real, gerada em um mercado financeiro alvo	Na forma como os agentes estão distribuídos no mercado (grupos) e como estabelecem suas estratégias de compra e venda.	O modelo foi capaz de reproduzir um método para deduzir as distribuições de estratégia inicial de modelos de jogos mistos baseados em multiagentes ao usá-los para prever uma série temporal financeira real.

Fonte: Elaborado pelos autores.

Chiarella e Iori (2002) procuram, através de um modelo bastante simplificado, analisar o problema da precificação em mercados e sob quais condições mercados simples com apenas um bem podem representar bem a realidade, especialmente em termos do volume de transações e da volatilidade do mercado. Simulam através de um modelo baseado em agentes e estabelecem como essencial para o realismo dos resultados a heterogeneidades dos agentes, não apenas em parâmetros iniciais, mas nas regras de decisão: os agentes foram divididos em cartalistas, noise traders, e fundamentalistas. Outra conclusão relevante é que ofertas de compra e venda não podem ter uma duração muito curta, pois isso diminui o volume de transações e aumenta a volatilidade do modelo para longe de resultados realistas.

Hart, Lampert e Johnson (2002) focam na análise de como emergem quebras de bolsa. Os autores, com base em um modelo estocástico com cadeia de Markov, demonstram como um modelo simples, com apenas um ativo e duas opções (compra ou venda), permite análises de fenômenos complexos. Ehrentreich (2008) foca nos agentes que interagem, utilizando um modelo baseado em agentes para analisar como os agentes aprendem em mercados financeiros artificiais. Gou (2006), em confluência com Chiarella e Iori (2002), mostra a relevância da interação entre grupos heterogêneos de agentes em simulações de mercado financeiro utilizando teoria dos jogos. Todavia, o autor se atenta para como gerar resultados mais próximos da realidade. As principais contribuições foram sintetizadas no Quadro 1.

A atualidade desses trabalhos pode ser evidenciada no estado da arte sobre o tema. Brock e Hommes (1998) foi revisto por Schmitt; Tramontana e Westerhoff (2020). Johansen, Ledoit e Sornette (2000) foi revisto por Schatz e Sornette (2020) e Alves et al (2020). Lussange et al (2021) desenvolveram uma nova geração dos sistemas multiagentes, onde estes aprendem a negociar de forma autônoma via reforço da aprendizagem, tema que também foi tratado por Maeda et al (2020). Chen, Lux e Marchesi (2001) foi revisto por Luxa e Alfarano (2016). Hart, Lampert & Johnson (2002) foi revisitado em Cajueiro, Tabak e Werneck (2009) e em Huang, Zheng e Chia (2010). E já o modelo de Ehrentreich (2008) foi revisitado em Yang e Chen (2018) e em Yang et al (2015). Outras características foram propostas e testadas recentemente via modelos de simulação no campo das finanças, como, apetite pelo risco⁵, racionalidade dos agentes, custos de comercialização (LESPAGNOL; ROUCHIER, 2018; GONG; YANG, 2020), aversão a perda (GALLO, 2016), física de sistemas de muitas partículas e

⁵ Paula e Crocco (2013) ressaltam a relação entre incerteza (relacionada com os conceitos resumidos em Dequech (2011)) e simulação baseada em agentes.

conceitos de matéria mole (PUERTAS et al., 2020) e modelo de previsão através de árvores de decisão (FIÉVET; SORNETTE, 2018).

3. Metodologia

A pesquisa se baseia no arcabouço computacional e matemático da Teoria dos Sistemas Complexos aplicado ao mercado de capitais, mediante simulação ABM. Dessa forma, busca-se desenvolver a formulação lógica e matemática que será base para a construção de um modelo com agentes heterogêneos, de racionalidade limitada e que possuem a capacidade de avaliar e estimar um preço de reserva para o ativo. A interação entre esses agentes irá determinar um conjunto de transações que irão consubstanciar a dinâmica no mercado.

Esta subseção busca apresentar a formalização matemática do modelo que foi estimado através do software LSD. Em relação aos agentes, estes seguem um mesmo conjunto de equações que simulam seus comportamentos no mercado. As ações de cada agente dependerão de suas características intrínsecas e da evolução do mercado, de forma similar à Ehrentreich (2008), se analisa a evolução dos mecanismos de tomada de decisão.

A especificação dos agentes se difere da orientação, vista na literatura, através de grupos. Em Brock e Hommes (1998), os agentes foram divididos em fundamentalistas e grafistas; já em Chen, Lux e Marchesi (2001) e Chiarella & Iori (2002), os agentes foram classificados como fundamentalistas ou noise traders. A proposta metodológica deste artigo é que os agentes sejam individualizados e respeitem um conjunto de mecanismos de tomada de decisão. Em outras palavras, os agentes não são de classes específicas, mas tomam decisões idiossincráticas que podem ser divididas em grupos distintos.

Cada agente possui uma avaliação própria sobre o comportamento de um determinado ativo no mercado financeiro. Essa apreciação foi denominada como preço de reserva para cada agente i e reavaliada em todo período t ⁶. O cálculo do preço de reserva ($P_{i,t}^R$) de cada agente i em cada período t é descrito da seguinte forma:

$$P_{i,t}^R = \alpha_i P_{i,t-1}^R \beta^{\frac{V_{t-1}-C_{t-1}}{C_{t-1}+V_{t-1}}} + (1 - \alpha_i) P_{t-1} \beta^{\frac{C_{t-1}-V_{t-1}}{C_{t-1}+V_{t-1}}} \quad (1)$$

Sendo α_i um parâmetro que representa o comportamento antimana da do agente i , onde $0 < \alpha < 0.5$, β o parâmetro arbitrário de efeito de mercado, V_{t-1} o número de ordens de venda realizadas no período passado, C_{t-1} o número de ordens de compra realizadas no período passado e P_{t-1} o preço do ativo passado. O parâmetro α_i reflete a capacidade do agente se opor ao comportamento de manada. Já o volume de ordens passadas é um parâmetro utilizados pelos *traders* para identificar a tendência geral do mercado. Um volume grande de ordens de compra ou de venda irá estabelecer as tendências de curto prazo do preço do ativo. O componente heterogêneo se expressa na forma em que o agente estima o preço do ativo. Partindo de uma racionalidade limitada, do volume de ordens sobre o ativo e do preço vigente, o agente é capaz de fazer uma leitura sobre o quanto estaria disposto a pagar pelo ativo.

Expandido o entendimento sobre os índices dos dois membros da equação, respectivamente $\frac{V_{t-1}-C_{t-1}}{C_{t-1}+V_{t-1}}$ e $\frac{C_{t-1}-V_{t-1}}{C_{t-1}+V_{t-1}}$, o numerador de cada índice reflete a diferença entre o volume de ordens de compra e de venda, com o denominador agindo para ponderar essa diferença pelo volume total de ordens. Sobre a análise do agente, no primeiro caso, um volume maior de ordens de venda potencializa o efeito do preço de reserva, enquanto que no segundo caso um volume maior de ordens de compra potencializa o efeito do preço do ativo passado. Esse movimento procura reproduzir o processo de interação entre as partes do sistema, de *feedback* positivo e negativo, dando ao modelo mais dinâmica e realismo, conforme afirma Arthur (2015).

Após a atualização do preço de reserva, caso não exista uma ordem (seja de compra ou de venda) vigente, o agente calcula a probabilidade de executar uma proposta em t . Essa probabilidade ($\omega_{i,t}$) é

⁶ Ressalta-se aqui que esse preço se trata de uma avaliação subjetiva do agente sobre o preço do ativo transacionado, não refletindo exatamente o preço fundamental desse ativo.

calculada por meio de três termos: γ , um parâmetro arbitrário de efeito nível da probabilidade; θ , um parâmetro arbitrário que indica a propensão exógena do agente a atuar no mercado e; $\Phi_{i,t}$, uma propensão endógena do agente atuar no mercado.

$$\omega_{i,t} = \gamma(\theta + \Phi_{i,t}) \quad (2)$$

Onde $\Phi_{i,t}$ é calculada a partir da soma, ponderada pelo efeito antimana (α_i), da variação do preço do ativo passado (ΔP_{t-1}) e da variação do preço de reserva do agente ($\Delta P_{i,t}^R$):

$$\Phi_{i,t} = \alpha_i |\Delta P_{i,t}^R| + (1 - \alpha_i) |\Delta P_{t-1}| \quad (3)$$

A probabilidade de cada agente será comparada com um parâmetro aleatório de corte (RND), onde $RND \sim U[0,1]$. Se for maior, o agente realizará uma proposta, caso menor não a realiza.

$$\zeta_{i,t} = \begin{cases} 1, & \text{se } \omega_{i,t} > RND \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4)$$

Como o modelo não imputa uma racionalidade⁷ ilimitada para o agente e as reações não racionais são elementos constituintes das regras de decisão humana (LOREDANA, 2019), inseriu-se no cálculo da probabilidade um caráter especulativo sobre cada operador i .

A proposta do agente será igual ao valor de $P_{i,t}^R$ atualizado no período. O tipo de ordem da proposta é definido pela comparação entre $P_{i,t}^R$ e $P_{i,t-1}^R$. Caso $P_{i,t}^R > P_{i,t-1}^R$, tem-se uma ordem de compra ($P_{j,t}^C$), já que na avaliação do agente existe uma tendência de valorização do ativo, o que confere um incentivo para a compra. Caso $P_{i,t}^R < P_{i,t-1}^R$, trata-se de uma ordem de venda ($P_{k,t}^V$), na avaliação do agente houve existência de desvalorização do ativo, então há um incentivo à venda. As ordens efetuadas podem durar no mercado por até ρ períodos, sendo consideradas expiradas caso não sejam executadas.

Em relação a dinâmica do mercado, em cada período, as ordens de compra e de venda são catalogadas, uma por uma, com base em um “livro de ofertas”. Essa comparação ocorre enquanto as ordens selecionadas, uma de compra e outra de venda, cumprirem a condição $P_{j,t}^C \geq P_{k,t}^V$. Em outros termos, enquanto ocorrer transação entre as duas ordens selecionadas, computa-se as ordens seguintes do *livro de ofertas* até o momento que a condição $P_{j,t}^C \geq P_{k,t}^V$ não seja satisfeita ou não persista novas ordens para serem selecionadas. Portanto, neste modelo, o posicionamento das ordens é fundamental para o funcionamento do mercado, uma vez que no momento em que a condição não for satisfeita, não haverá mais transações no período.

A partir desta configuração, o primeiro passo para o funcionamento do mercado é sistematizar as ordens de compra e venda no *livro de ofertas*. As ordens de compra são ordenadas de forma decrescente com base no valor de $P_{j,t}^C$, já as ordens de venda de forma crescente com base no valor de $P_{k,t}^V$. Portanto, enquanto uma maior ordem de compra indica uma maior disposição do agente de comprar, uma menor ordem de venda indica uma maior disposição do agente a vender.

Posteriormente à criação do *livro de ofertas*, o mercado começa a computar as n transações realizadas enquanto a condição $P_{j,t}^C \geq P_{k,t}^V$ for satisfeita. Ao se computar uma transação, as ordens de compra e de venda satisfeitas são descartadas e selecionadas as ordens subsequentes do *livro de ofertas*:

$$\tau_{n,t} = \begin{cases} 1, & \text{se } P_{j,t}^C \geq P_{k,t}^V \\ 0, & \text{caso o contrário} \end{cases} \quad (5)$$

O número total de transações (T_t) será igual a soma do número de ordens, dentro do *livro de*

⁷ Capacidade irrestrita de acessar e processar informações.

ofertas, que cumprirem a condição de transação:

$$T_t = \sum_{n=1}^N \tau_{n,t} \quad (6)$$

O preço de cada transação ($P_{n,t}^\tau$) realizada é contabilizado no período como a média entre as propostas de compra e venda:

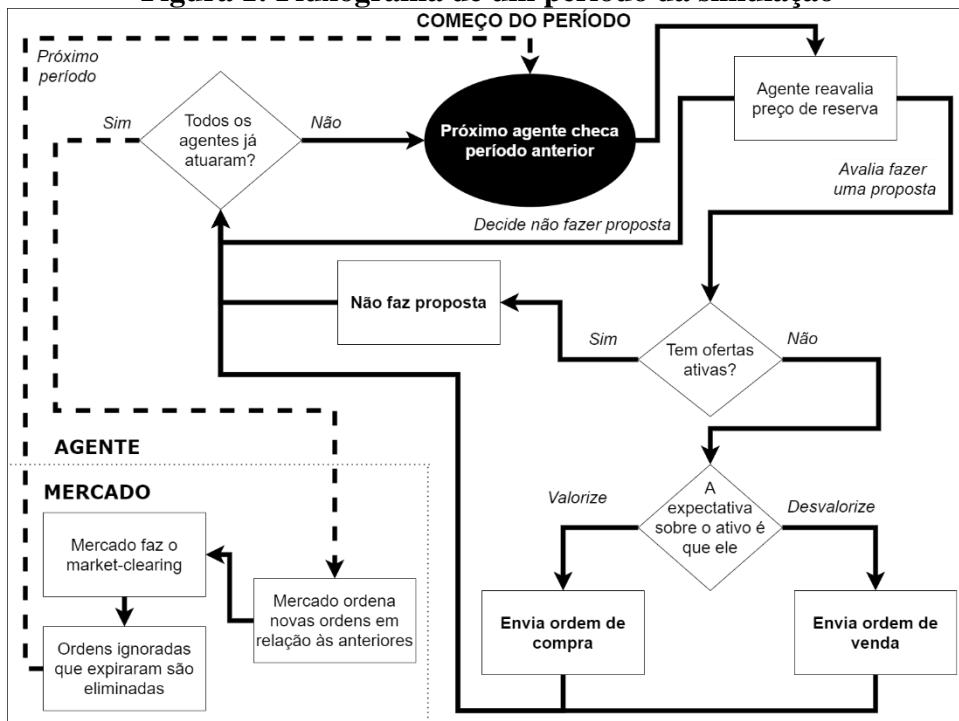
$$P_{n,t}^\tau = \frac{(P_{j,t}^C + P_{k,t}^V)}{2} \quad (7)$$

Por fim, o preço do ativo em t (P_t) é igual a média do preço de todas as operações transacionadas:

$$P_t = \frac{\sum_{n=1}^N P_{n,t}^\tau}{T_t} \quad (8)$$

A partir desses elementos, busca-se construir um modelo simplificado de um mercado financeiro que transaciona um único ativo, como tratado em Chiarella e Iori (2002) e Johansen, Ledoit e Sornette (2000). Com formalização desenvolvida, será possível compreender os mecanismos que incidem sobre a tomada de decisão dos agentes no mercado financeiro, e assim, entender como esse movimento é cristalizado no número de transações e no preço do ativo.

Figura 1: Fluxograma de um período da simulação



Fonte: elaboração própria.

Na figura 1 exemplifica-se o funcionamento do modelo do ponto de vista de um período. À exceção do primeiro período em que a simulação começa, em todos os demais períodos os agentes decidem baseados no passado. O agente avalia o resultado das transações do período anterior. A partir dessa checagem, o agente reavalia seu preço de reserva e disso decide se vai ou não fazer uma nova proposta. Caso opte por não fazer nova proposta, seu período de decisão se encerra. Decidindo fazer nova proposta, o agente decide entre realizar uma opção de compra ou de venda, a qual depende da evolução de seu preço de reserva. Enviando a ordem, se encerra o período de decisão desse agente. Desse ponto,

o próximo agente atua até o ponto em que todos atuaram. A partir daí, o mercado assume o controle da simulação, categorizando as ordens de compra e venda, fazendo o *market clearing* e por fim, eliminando todas as ordens que expiraram naquele período e que foram ignoradas. A simulação volta então para os agentes e um novo período ocorre.

A contribuição do modelo está em propor um conjunto de regras de decisão, e assim, reproduzir de forma sintética, uma dinâmica de mercado realista e estável.

4. Resultados

Na presente seção apresenta-se os resultados da simulação. A seção se subdivide em duas partes: uma primeira de calibração do modelo e uma segunda de discussão dos resultados.

Para analisar o desempenho do modelo, torna-se essencial verificar a sensibilidade do modelo para diferentes intervalos de valores dos parâmetros, sendo três em especial: (i) a média do efeito antimanada ($\bar{\alpha}$); (ii) o efeito de mercado (β) e; (iii) o tempo de duração da proposta no mercado (ρ).

A escolha de $\bar{\alpha}$ para a exposição dos resultados decorreu do próprio mecanismo gerador dos parâmetros (Quadro 2). Tanto α_i e como α_{Dp} derivam do valor de $\bar{\alpha}$ em cada simulação, sendo $\alpha_{Dp} = \bar{\alpha}/3$ e o mecanismo gerador de α_i do i-ésimo agente é dado por $\alpha_i \sim N[\bar{\alpha}, \alpha_{Dp}]$. Dessa maneira, $\bar{\alpha}$ deve ser entendido como a heterogeneidade comportamental dos agentes do modelo, posto que tanto o nível como a dispersão comportamental dos agentes deriva dele. Ademais, a apresentação e o entendimento da dinâmica do modelo também são facilitados, uma vez que há apenas um $\bar{\alpha}$ por simulação.

O quadro 2 apresenta os parâmetros base que serão utilizadas no decorrer do estudo, sendo que cada simulação dura 1000 períodos (t), equivalentes a dias. Por sua vez, o quadro 3 mostra o intervalo de análise de cada parâmetro e o número de simulações realizadas. Vale destacar que, em razão dos parâmetros $\bar{\alpha}$ e β possuírem o intervalo contínuo, são realizadas 10.000 simulações no total. Já o número total de simulações em ρ foi de 2.600, visto que seu intervalo é discreto. Em cada conjunto de valores assumidos por $\bar{\alpha}$, β e ρ , os demais parâmetros continuam os mesmos apresentados pelo Benchmark estabelecido no quadro 2.

Quadro 2 – Benchmark dos Parâmetros (t =1000)

Descrição	Símbolos	Valores	Mecanismo Gerador dos Parâmetros	Faixa de (mín, max) Valores
Número de Agentes	i	500	-	-
Efeito Antimanada Médio	$\bar{\alpha}$	0,25	-	-
Desvio Padrão do Efeito Antimanada	α_{Dp}	$\bar{\alpha}/3$	-	-
Efeito Antimanada	α	α_i	$\alpha_i \sim N[\bar{\alpha}, \alpha_{Dp}]$	(0, 2 $\bar{\alpha}$)
Parâmetro de efeito nível da probabilidade	γ	10	-	-
Efeito de Mercado	β	2,718	-	-
Preço de Reserva Médio ($t = 0$)	$\overline{P^R}$	500	-	-
Desvio Padrão do Preço de Reserva ($t = 0$)	P_{Dp}^R	25	-	-
Preço de Reserva ($t = 0$)	P^R	P_i^R	$P_i^R \sim N[\overline{P^R}, P_{Dp}^R]$	-
Tempo Máximo de duração da Proposta	ρ	4	-	-
Parâmetro exógeno que indica a propensão do Agente a atuar no mercado	ϕ	0,01	-	-
Preço do ativo ($t = 0$)	P_i	500	-	-

Fonte: elaboração Própria.

Portanto, são realizadas diversas simulações para calibrar o modelo proposto, captar a sensibilidade dos parâmetros ($\bar{\alpha}$, β , ρ) e as suas correlações com as variáveis determinadas pela interação dos agentes, isto é, os fenômenos emergentes do modelo: preço do ativo (P_t) e total de transações (T_t). Salienta-se que abordagem de análise é estática comparativa (*ceteris paribus*), no sentido de que apenas um parâmetro é alterado enquanto os demais se mantém fixos, procurando isolar os efeitos das variações.

Quadro 3 - Número de valores do parâmetro, simulações por parâmetro, intervalo de valores do parâmetro

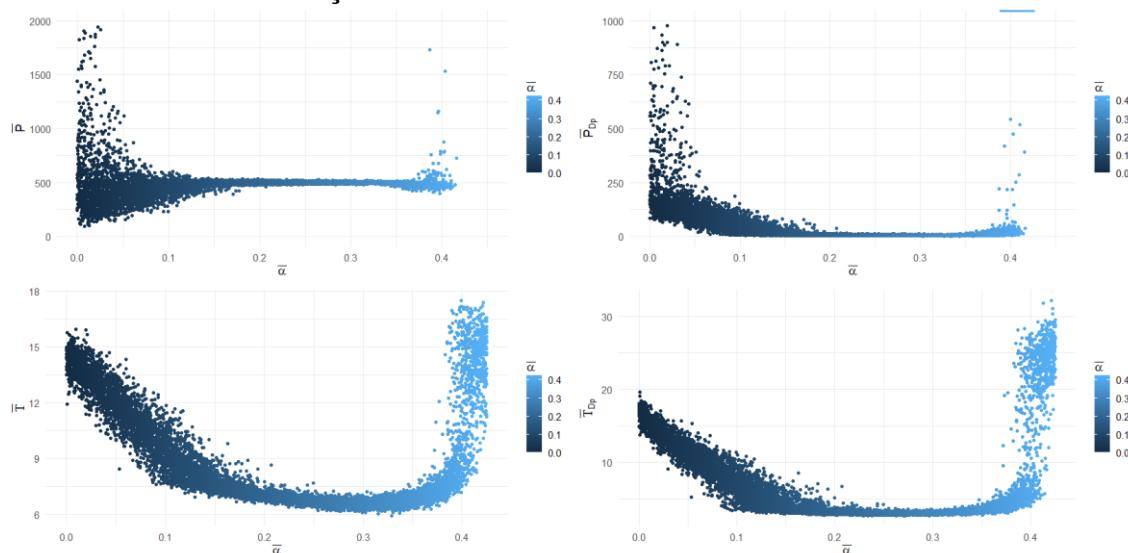
Parâmetro	Quantidade de valores assumidos pelos parâmetros	Número de simulações por valor	Mecanismo Gerador dos Valores	Total Simulações
$\bar{\alpha}$	1000	10	$\bar{\alpha} \sim U[0, 0,425]$	10000
β	1000	10	$\beta \sim U[1,1, 4,1]$	10000
ρ	26	100	$\rho \sim U[0,25]$	2600

Fonte: Elaboração Própria.

Em primeiro lugar, ao analisar a média do efeito antimanaada⁸ ($\bar{\alpha}$), nota-se uma elevada relevância do patamar do parâmetro para a estabilidade do modelo (Figura 1). Percebe-se duas tendências, a saber: (i) em ambos os extremos o modelo apresenta um maior patamar e volatilidade do preço médio do ativo e do volume de transações; (ii) na faixa central o modelo se demonstra estável, mas com um patamar menor de transações.

Nas simulações situadas na faixa $0 \leq \bar{\alpha} < 0,15$ o preço médio do ativo (\bar{P}) se demonstra volátil, tanto para cima como para baixo. Em outros termos, quando os agentes seguem mais os movimentos do mercado e se comportam de maneira mais homogênea, o desvio padrão do preço do ativo (\bar{P}_{Dp}) é mais elevado. A maior volatilidade dos preços decorre do maior volume e volatilidade das transações (\bar{T} e \bar{T}_{Dp}), que são reduzidas conforme $\bar{\alpha}$ aumenta. Em outras palavras, o aumento da heterogeneidade dos comportamentos entre os agentes, refletido pelo aumento de $\bar{\alpha}$, ocasiona essa dinâmica. Em seguida, na faixa $0,15 \leq \bar{\alpha} < 0,3$, observa-se a convergência dos resultados das simulações, em que a maior heterogeneidade do comportamento dos agentes é acompanhada por um intervalo de estabilidade de performance do modelo e da queda do \bar{T} . Por fim, na faixa $\bar{\alpha} \geq 0,3$ a performance do modelo se modifica, tornando-se explosiva. \bar{P} e \bar{T} se elevam demasiadamente conforme $\bar{\alpha}$ aumenta. A instabilidade do modelo nessa faixa é perceptível por meio de \bar{P}_{Dp} , em que diversas simulações se encontram fora do limite do gráfico, e \bar{T}_{Dp} , com a quebra na tendência da correlação em torno de $\bar{\alpha} = 0,4$.

Figura 1: A média e o desvio padrão do preço do ativo e do volume de transações das 10.000 simulações referente ao efeito antimanaada médio.



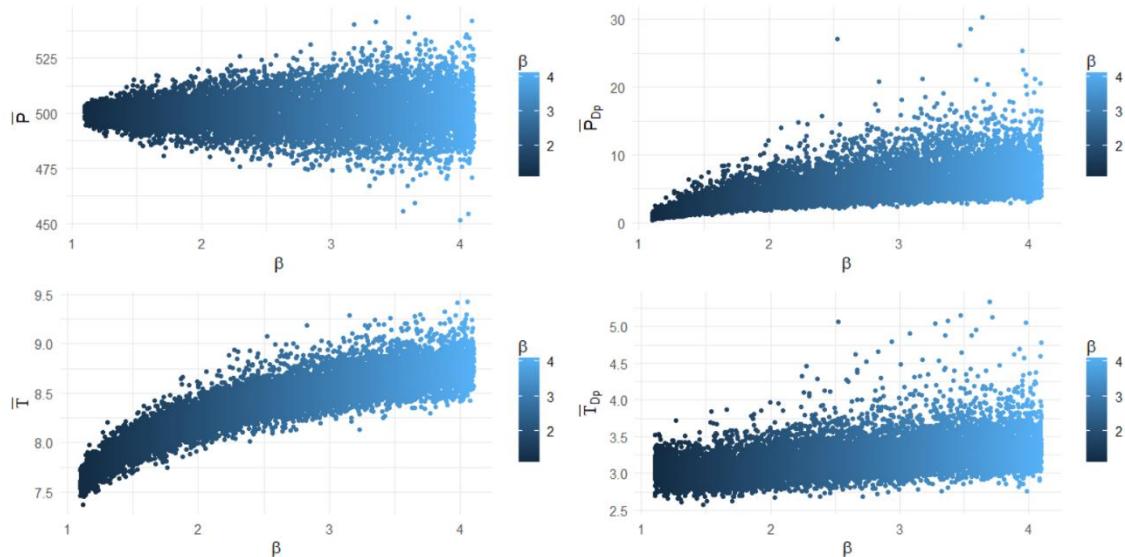
Fonte: Elaboração própria.

⁸ Vale destacar que quando o $\bar{\alpha}$ muda, tanto o valor máximo de α_i , quanto de α_{Dp} se alteram daqueles apresentados na Tabela 1.

Pode-se entender, então, que uma elevada heterogeneidade comportamental dos agentes ocasiona uma maior instabilidade do modelo. Ou seja, um $\bar{\alpha}$ elevado proporciona a perda da capacidade de precificação dos ativos por parte dos agentes, como aponta a evolução do preço do ativo. Esse comportamento já era esperado, já que os agentes, por ignorarem a dinâmica de mercado, especificam o ativo, por crenças próprias, por vezes, demasiadamente subjetivas, negligenciando o mercado. Dessa maneira, observa-se que esta faixa representa um ponto crítico ao modelo⁹. Isso é consistente com a realidade que o modelo reflete: caso o modelo só possua agentes que transacionam sem olhar o mercado, não há *feedback* mercado-agente, ou seja, não há interações entre as partes do sistema, logo, há uma instabilidade no fenômeno emergente (ARTHUR, 2015).

No caso do efeito de mercado (β), pode-se notar, por meio da Figura 2, três características desse parâmetro: (i) quanto maior o β , maior a volatilidade do volume de transações e, especialmente, do preço do ativo e; (ii) uma correlação positiva entre o β e o volume de transações. Embora seja possível notar um aumento da volatilidade do modelo com o aumento de β , o modelo permanece estável para todo o intervalo de valores. Dessa maneira, o fator mais relevante é a correlação positiva entre o β e \bar{T} , sendo uma relação não linear, posto que o volume de transações aumenta em menor intensidade que o β .

Figura 2: A média e o desvio padrão do preço do ativo e do volume de transações das 10.000 simulações referente ao efeito de mercado

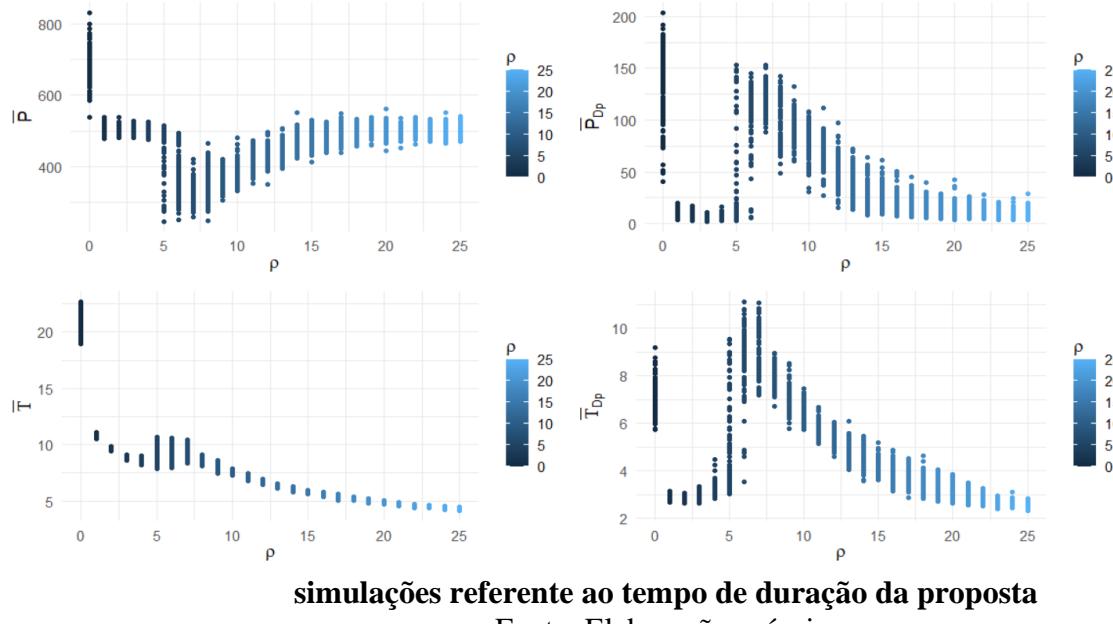


Fonte: Elaboração própria.

Por fim, quanto ao parâmetro de tempo de duração da proposta (ρ), observa-se que o modelo permanece estável por todo intervalo, mas seu desempenho é alterado em quatro faixas (Figura 3). A primeira faixa é quando $\rho = 0$, ou seja, a proposta só é válida no período em que foi realizada. A maior rotatividade de propostas acarreta um maior \bar{T} que, por sua vez, eleva o patamar do \bar{P} e a volatilidade do modelo. Já na segunda faixa, quando $1 \leq \rho \leq 4$, o modelo se apresenta com a menor volatilidade do intervalo, mas também com um menor volume de transações. Na terceira faixa, $5 \leq \rho \leq 15$, nota-se uma elevada volatilidade no modelo, um menor patamar do preço do ativo e do volume de transações. É interessante ressaltar que a intensidade da volatilidade observada se reduz conforme ρ aumenta. Na quarta faixa, se por um lado a volatilidade do modelo tem uma intensidade análoga a segunda, por outro, o \bar{T} segue a mesma tendência de queda observada na terceira faixa.

⁹ As simulações se tornaram inviáveis a partir de $\bar{\alpha} > 0.425$, visto que o modelo se apresentou muito instável.

Figura 3: A média e o desvio padrão do preço do ativo e do volume de transações das 10.000



Fonte: Elaboração própria.

Portanto, o elemento mais relevante que se observa em relação ao parâmetro ρ é a sua correlação negativa com o \bar{T} . Em outros termos, há indícios de que com o maior tempo de duração das propostas, estas se tornam mais defasadas em comparação à evolução do mercado, fazendo com que as interações entre os agentes se tornem mais escassas. Esse resultado difere do observado em Chiarella e Iori (2002), em que um aumento da duração da proposta proporcionou maior volume de transação e estabilidade do modelo. Um ponto de convergência entre os resultados ocorre na maior volatilidade dos modelos para uma proposta de baixíssima duração.

Posteriormente a calibragem do modelo e da viabilização das análises, averíguou-se o caso da atuação dos agentes variar de acordo com seu efeito antimana (α_i). Para tal, dividiu-se a população de agentes em decis empíricos¹⁰ a partir de α_i e o comportamento de variáveis selecionadas, a saber: preço de reserva médio (\bar{P}^R), desvio padrão do preço de reserva médio (\bar{P}_{Dp}^R), share do volume médio de transações de cada decil (\bar{T}^S)¹¹¹², desvio padrão do share do volume de transações médio (\bar{T}_{Dp}^S). A sumarização dessas informações pode ser observada no Quadro 4. Destaca-se que foram feitas 100 simulações, utilizando-se o Benchmark dos parâmetros apresentados no quadro 2. A opção escolhida de utilizar as variáveis \bar{T}^S e \bar{T}_{Dp}^S , deu-se por conta da quantidade de agentes utilizados nas análises. Somando todos os agentes utilizados em todas as simulações, chegou-se no total de 50.000 agentes. Como uma solução gráfica para a visualização das relações entre as variáveis de transação, decidiu-se utilizar a participação de cada um dos decis no volume total de transações.

Tabela 4 – Estratos da População* de Agentes por Faixa de Efeito Antimanada: \bar{P}^R , \bar{P}_{Dp}^R , \bar{T}^S , \bar{T}_{Dp}^S

Estratos da População	Faixa dos Estratos por Efeito Antimanda	\bar{P}^R	\bar{P}_{Dp}^R	\bar{T}^S (%)	\bar{T}_{Dp}^S (%)
1º Decil	$\alpha \leq 0,142$	499,72	-0.141	9.83	0.711
2º Decil	$0,142 < \alpha \leq 0,179$	499,91	0.051	9.98	0.724
3º Decil	$0,179 < \alpha \leq 0,206$	499,70	-0.156	10.0	0.700

¹⁰ Decis empíricos são pontos estabelecidos em intervalos regulares a partir de uma dada distribuição acumulada empírica de uma variável, divididos em dez partes e ordenados em ordem crescente.

¹¹ Para fins e análise e exposição, optou-se por normalizar o volume médio de transações de cada decil (\bar{T}^S) pelo total, ou seja, a soma de todos os decis é igual a 100%.

¹² Para fins de análise e exposição, optou-se por normalizar o volume médio de transações de cada decil () pelo total, ou seja, a soma de todos os decis é igual a 100%.

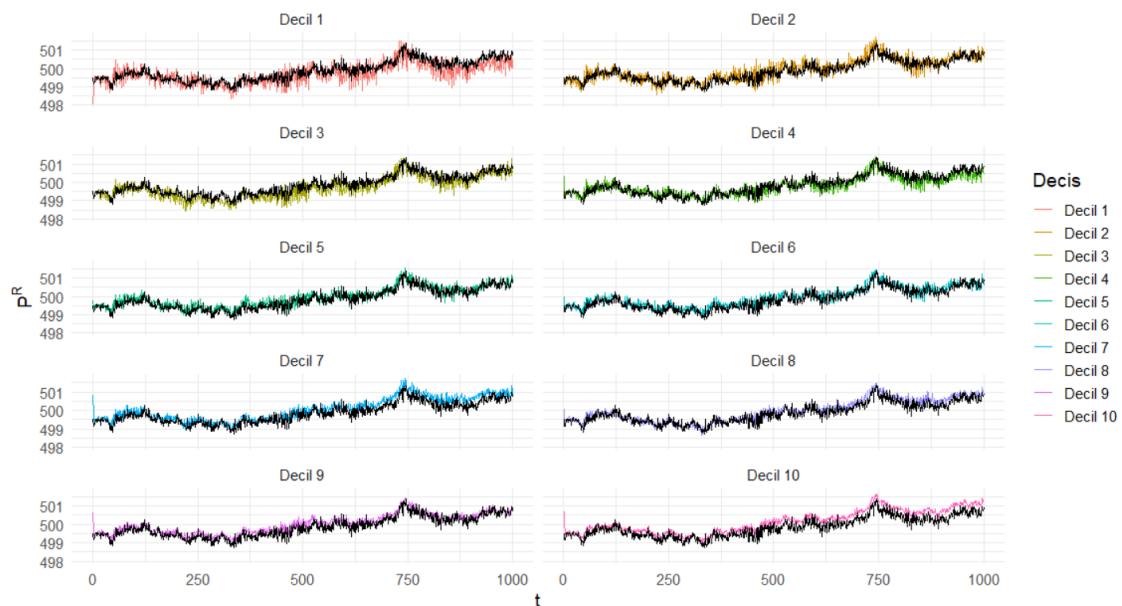
4º Decil	$0,206 < \alpha \leq 0,228$	499,80	-0.051	9.96	0.740
5º Decil	$0,228 < \alpha \leq 0,249$	499,95	0.098	9.98	0.710
6º Decil	$0,249 < \alpha \leq 0,271$	499,96	0.105	9.99	0.740
7º Decil	$0,271 < \alpha \leq 0,293$	500,07	0.213	10.01	0.710
8º Decil	$0,293 < \alpha \leq 0,319$	499,97	0.110	10.01	0.719
9º Decil	$0,319 < \alpha \leq 0,356$	500,02	0.168	9.98	0.672
10º Decil	$\alpha \geq 0,356$	500,16	0.304	9.91	0.72

Fonte: Dados da pesquisa. Elaboração própria.

* Cada estrato corresponde à 10% da população.

A Figura 4 mostra a evolução do preço de reserva por decis de agentes em relação ao preço do ativo. De modo geral, pode-se notar dois padrões quanto aos resultados: (i) a tendência de todos os grupos foi análoga; (ii) quanto maior o efeito antimana, menor a tendência de volatilidade da série. Em outros termos, se por um lado todos os grupos orbitam em um mesmo atrator (preço do ativo), a magnitude de seus desvios é diferente. A título de exemplo, o primeiro decil é o mais volátil, possuindo desvios tanto positivos como negativos em torno do preço do ativo. Já o décimo decil, embora mostre uma menor volatilidade, seus desvios em relação ao preço do ativo são majoritariamente positivos, o que acarretou um progressivo descolamento de seu preço de reserva ao longo do tempo.

Figura 4: Evolução do preço de reserva por decil, comparativamente ao preço do ativo*

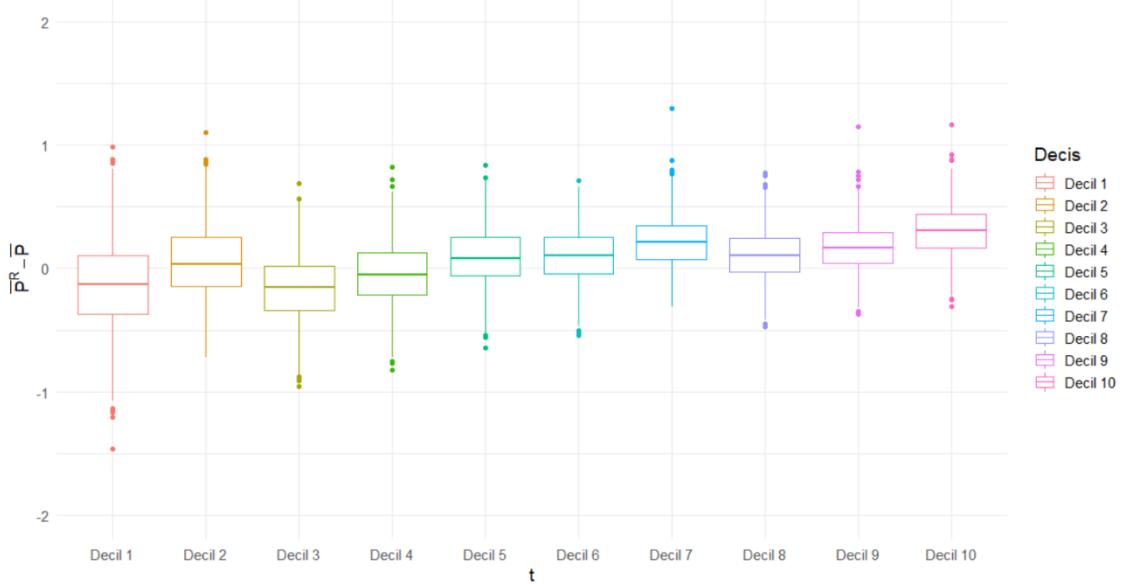


*A evolução do preço do ativo em preto.

Fonte: Elaboração própria.

Contudo, o que se observa ao calcular o desvio padrão das séries é que os agentes médios são os que apresentam menor desvio padrão e os decis com maior efeito antimana as maiores dispersões (Quadro 4). Uma forma significativa de visualizar o comportamento dos agentes é calcular a distribuição dos desvios em relação ao preço do ativo em cada decil (Figura 5).

Figura 5: Distribuição dos desvios do preço de reserva em relação ao preço do ativo por decil: mediana, primeiro quartil, terceiro quartil, máximo e mínimo.

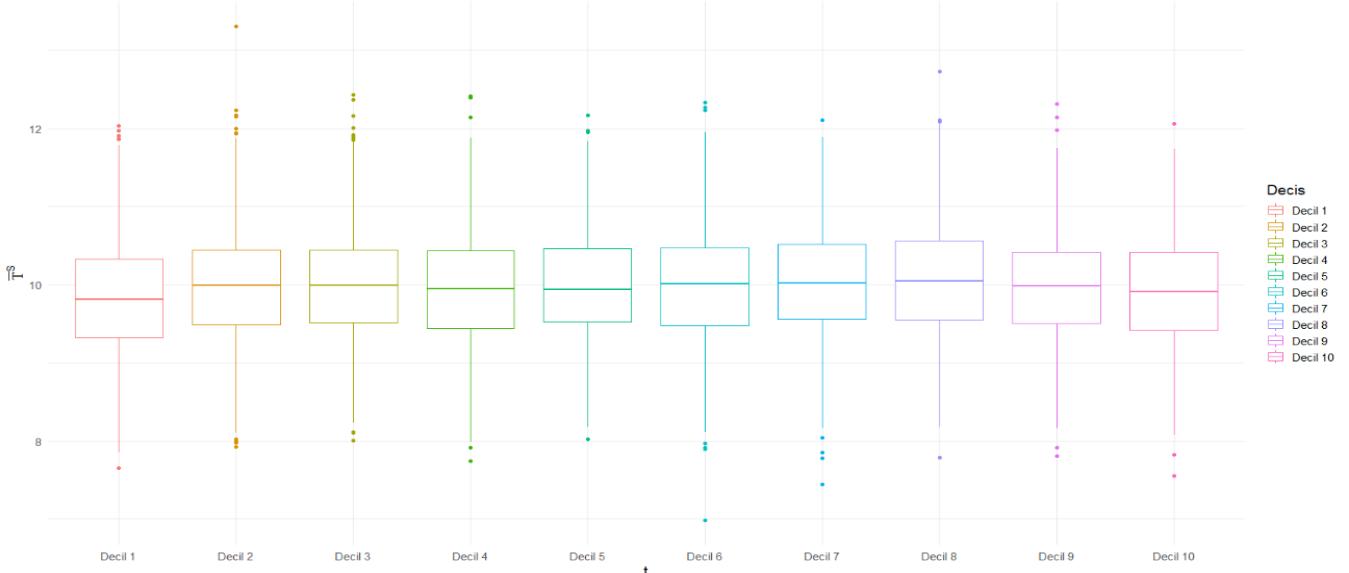


Fonte: Elaboração própria.

Dessa maneira, constata-se dois fatores centrais para o comportamento dos agentes: (i) a capacidade de cada decil de acompanhar o preço do ativo; e (ii) a dispersão/volatilidade de cada decil nesse processo. Por exemplo, ao analisar o primeiro decil observa-se que o desvio do preço de reserva dos agentes em relação ao preço do ativo é quase nulo, entretanto a dispersão desses agentes é elevada. Por outro lado, os agentes do décimo decil não acompanham o preço do ativo, apresentando um progressivo desvio positivo em comparação com a média, enquanto exibem uma baixa dispersão, especialmente quando comparados aos outros decis. De outra maneira, observa-se que, quanto menor o efeito antimanaada, mais heterogêneo é o comportamento dos agentes por decil, enquanto que, quanto maior o efeito antimanaada, mais homogêneo é o comportamento dos agentes por decil e maior a tendência de um desvio positivo do preço de reserva dos agentes em relação ao preço do ativo.

Um outro comportamento relevante, como pode-se constatar na Figura 6, é que, independentemente do decil no qual o agente se encontra, as diferenças entre os agentes não são extremas, entretanto elas existem nos decis extremos da distribuição e não devem ser negligenciadas, não se observando comportamentos diametralmente opostos. Percebe-se um comportamento equilibrado nas avaliações do ativo, que persiste entre os diferentes decis da distribuição e emergente da própria dinâmica do mercado.

Figura 6: Distribuição do volume médio de transações por decil: mediana, primeiro quartil, terceiro quartil, máximo e mínimo.



Fonte: Elaboração própria.

Portanto, entende-se que o papel central da heterogeneidade comportamental, proporcionada pelo efeito antimanada (α_i), não se encontra no desempenho dos agentes, mas na estabilidade do modelo e na formação do mercado. Consequentemente, os resultados se contrapõem a HME, posto que é a própria interação entre agentes heterogêneos que ocasiona a formação do mercado e desempenho semelhantes entre diferentes estratos (FAMA, 1970, 1991).

5. Considerações finais

O objetivo da pesquisa foi propor um conjunto de condutas comportamentais e uma dinâmica de mercado em um modelo de simulação baseada em agentes, buscando fundamentar a tomada de decisão sobre transações em um mercado financeiro com ativo único. A análise do modelo pode ser dividida em dois tópicos: (i) calibração e respostas da estrutura de mercado e; (ii) divisão da população de gentes em decis empíricos para análise de variáveis de interesse.

No primeiro tópico, o foco da análise foi em três parâmetros, o efeito antimanada médio ($\bar{\alpha}$), efeito de mercado (β) e tempo de duração da proposta (ρ). A calibragem referente ao efeito antimanada indicou que na faixa central o modelo se demonstra estável, mas com um patamar menor de transações. Outra constatação sobre o parâmetro foi que uma heterogeneidade exacerbada dos agentes ocasiona uma maior instabilidade do modelo e perda da capacidade de precificação dos ativos por parte dos agentes. Parte desses resultados já eram esperados dado que as regras de decisão humana envolvem fatores subjetivos. No caso do efeito de mercado a constatação mais significativa foi a correlação positiva e não-linear com volume de transações. Por fim, quanto ao parâmetro de tempo de duração da proposta, observa-se que o modelo permanece estável por todo intervalo e apresenta uma correlação negativa com o volume de transações, resultado que se opõe com os encontrados em Chiarella e Iori (2002).

No segundo tópico, a partir da divisão em decis empíricos com base efeito antimanada, o modelo testou a tomada de decisão dos agentes e obteve indícios significativos sobre a importância do seu efeito nas regras de decisão. De modo geral, nota-se dois padrões quanto aos resultados: (i) que a tendência de todos os grupos foi análoga, diminuindo a importância do efeito antimanada; (ii) relação inversa entre o efeito antimanada e a tendência de volatilidade da série. Adicionalmente, o que se observa ao calcular o desvio padrão das séries é que os agentes médios são os que apresentam menor desvio padrão e os decis com maior efeito antimanada as maiores dispersões. Um outro comportamento relevante notado, foi que, independente em qual decil o agente se encontra, as diferenças entre eles não são extremas, o que contrapõem a HME.

Em suma, mesmo com um modelo simplificado, é possível concluir que a heterogeneidade, embutida na forma que os agentes se posicionam a favor ou contra o mercado (efeito antimanada), foi significativa para explicar os fenômenos emergentes do sistema, principalmente na formação e estabilidade do mercado.

Essa conclusão corrobora com a literatura crítica sobre a hipótese dos mercados eficientes e aponta na direção de novos desenvolvimentos quantitativos e qualitativos sobre o tema, em especial aqueles focados no desenvolvimento de modelos de simulação sobre mercados financeiros. Em termos da expansão do modelo aqui apresentado, um ponto de partida prático a ser desenvolvido futuramente é a expansão do modelo para lidar com o trade-off entre dois ativos, particularmente com condições de risco e retorno diferentes.

Referências bibliográficas

- ALVES, L. G. A. et al. Collective dynamics of stock market efficiency. **Scientific reports**, v. 10, n. 1, dez. 2020.
- ARTHUR, W. B.; DURLAUF, S. N.; LANE, D. A. Process and emergence in the economy. In: ARTHUR, W. B. (Ed.). **Complexity and the economy**. Oxford ; New York: Oxford University Press, 2015. p. 89–102.
- BALL, R. The Global Financial Crisis and the Efficient Market Hypothesis: What Have We Learned? **Journal of Applied Corporate Finance**, v. 21, n. 4, p. 8–16, set. 2009.
- BERNSTEIN, P. L. A new look at the efficient market hypothesis. **Journal of portfolio management**, v. 25, n. 2, p. 1–2, 1999.
- BROCK, W. A.; HOMMES, C. H. Heterogeneous Beliefs and Routes to Chaos in a Simple Asset Pricing Model.

- Journal of Economic Dynamics and Control**, v. 22, n. 8–9, p. 1235–1274, jul. 1998.
- CAJUEIRO, D. O.; TABAK, B. M.; WERNECK, F. K. Can We Predict Crashes? The Case of the Brazilian Stock Market. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 388, n. 8, p. 1603–1609, abr. 2009.
- CAMPOS, R. F. de A.; CUNHA, D. A. da; BUENO, N. P. Disseminação de informações em sistemas socioecológicos: análise de um modelo híbrido de Dinâmica de Sistemas e Modelagem Baseada em Agentes. **Nova Economia**, v. 30, n. 1, p. 257–286, jan. 2020.
- CHEN, S.-H.; LUX, T.; MARCHESI, M. Testing for non-linear structure in an artificial financial market. **Journal of Economic Behavior & Organization**, v. 46, p. 327–342, 2001.
- CHIARELLA, C.; IORI, G. A simulation analysis of the microstructure of double auction markets*. **Quantitative Finance**, v. 2, n. 5, p. 346–353, 1 out. 2002.
- DE LONG, J. B. et al. Noise Trader Risk in Financial Markets. **Journal of Political Economy**, v. 98, n. 4, p. 703–738, ago. 1990.
- DENG, M. Death of the Efficient Market Hypothesis. **SSRN Electronic Journal**, 2007. Disponível em: <<http://www.ssrn.com/abstract=1006716>>. Acesso em: 8 set. 2020.
- DEQUECH, D. Uncertainty: A Typology and Refinements of Existing Concepts. **Journal of Economic Issues**, v. 0, n. 3, p. 621–640, 1 set. 2011.
- EHRENTREICH, N. The Original Santa Fe Institute Artificial Stock Market. In: EHRENTREICH, N. (Ed.). **Agent-based modeling: the Santa Fe Institute artificial stock market model revisited**. Lecture notes in economics and mathematical systems. Berlin: Springer, 2008. p. 91–112.
- FAMA, E. F. Efficient capital markets: a review of theory and empirical work. **The journal of Finance**, v. 25, n. 2, p. 383–417, 1970.
- FAMA, E. F. Efficient capital markets II. **Journal of finance**, v. 22, 1991.
- FIÉVET, L.; SORNETTE, D. Decision Trees Unearth Return Sign Predictability in the S&P 500. **Quantitative Finance**, v. 18, n. 11, p. 1797–1814, 2 nov. 2018.
- GALLO, É. R. da S. **Economia comportamental aplicada a finanças e o modelo de agentes: um estudo sobre a presença da subjetividade humana na tomada de decisão e suas implicações no mercado acionário**. 2016. Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Araraquara, 2016.
- GONG, Q.; YANG, Z. Arbitrage, Speculation and Futures Price Fluctuations with Boundedly Rational and Heterogeneous Agents. **Journal of Economic Interaction and Coordination**, v. 15, n. 4, p. 763–791, out. 2020.
- GOU, C. Deduction of Initial Strategy Distributions of Agents in Mix-Game Models. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 371, n. 2, p. 633–640, nov. 2006.
- HART, M. L.; LAMPER, D.; JOHNSON, N. F. An investigation of crash avoidance in a complex system. **Physica A**, v. 316, p. 649–661, 2002.
- HEARD, D. et al. Agent-Based Models and Microsimulation. **Annual Review of Statistics and Its Application**, v. 2, n. 1, p. 259–272, 10 abr. 2015.
- HUANG, W.; ZHENG, H.; CHIA, W.-M. Financial Crises and Interacting Heterogeneous Agents. **Journal of Economic Dynamics and Control**, v. 34, n. 6, p. 1105–1122, jun. 2010.
- JOHANSEN, A.; LEDOIT, O.; SORNETTE, D. Crashes as Critical Points. **International Journal of Theoretical and Applied Finance**, v. 03, n. 02, p. 219–255, abr. 2000.
- KONSTANTINIDIS, A. et al. From efficient market hypothesis to behavioural finance: can behavioural finance be the new dominant model for investing? **Scientific Bulletin**, Economic Sciences. v. 11, n. 2, p. 16–26, 2012.
- LEBARON, B. Agent-based Computational Finance. In: **Handbook of Computational Economics**. [s.l.] Elsevier, 2006. 2p. 1187–1233.
- LESPAGNOL, V.; ROUCHIER, J. Trading Volume and Price Distortion: An Agent-Based Model with Heterogenous Knowledge of Fundamentals. **Computational Economics**, v. 51, n. 4, p. 991–1020, abr. 2018.
- LEVY, M.; LEVY, H.; SOLOMON, S. A Microscopic Model of the Stock Market. **Economics Letters**, v. 45, n. 1, p. 103–111, maio 1994.
- LOREDANA, M. E. A critical theoretical analysis on the implications of efficient market hypothesis (EMH). **Annals of the Constantin Brâncusi conference**, Economy series. 2019.
- LUSSANGE, J. et al. Learning and Cognition in Financial Markets: A Paradigm Shift for Agent-Based Models. In: ARAI, K.; KAPOOR, S.; BHATIA, R. (Ed.). **Intelligent Systems and Applications**. Advances in Intelligent Systems and Computing. Cham: Springer International Publishing, 2021. 1252p. 241–255.
- LUX, T.; MARCHESI, M. Scaling and Criticality in a Stochastic Multi-Agent Model of a Financial Market. **Nature**, v. 397, n. 6719, p. 498–500, fev. 1999.
- LUXA, T.; ALFARANO, S. Financial power laws: Empirical evidence, models, and mechanisms. **CHAOS SOLITONS & FRACTALS**, v. 88, p. 3–18, jul. 2016.
- MACAL, C. M.; NORTH, M. J. Tutorial on Agent-Based Modelling and Simulation. **Journal of Simulation**, v. 4, n. 3, p. 151–162, set. 2010.

- MAEDA, I. et al. Deep Reinforcement Learning in Agent Based Financial Market Simulation. **Journal of Risk and Financial Management**, v. 13, n. 4, p. 71, 11 abr. 2020.
- MALKIEL, B. G. The efficient market hypothesis and its critics. **Journal of economics perspectives**, v. 17, n. 1, p. 59–82, 2003.
- PAULA, T. H. P. de; CROCCO, M. Financiamento e diversidade produtiva: um modelo baseado em agentes com flutuações cíclicas emergentes. **Revista de Economia Contemporânea**, v. 17, n. 1, p. 5–38, abr. 2013.
- PUERTAS, A. M. et al. Stock Markets: A View from Soft Matter. **Physical Review E**, v. 101, n. 3, p. 032307, 17 mar. 2020.
- SCHATZ, M.; SORNETTE, D. Innefficient Bubbles and Efficient Drawdowns in Financial Markets. **International Journal of Theoretical and Applied Finance**, v. 23, n. 07, p. 2050047, nov. 2020.
- SCHMITT, N.; TRAMONTANA, F.; WESTERHOFF, F. Nonlinear Asset-Price Dynamics and Stabilization Policies. **Nonlinear Dynamics**, v. 102, n. 2, p. 1045–1070, out. 2020.
- SEWELL, M. History of the efficient market hypothesis. **UCL Department of computer science research notes**, v. 11, n. 4, 20 jan. 2011.
- SHLEIFER, A. **Inefficient markets: an introduction to behavioral finance**. Reprinted ed. Oxford: Oxford Univ. Press, 2003.
- TESFATSION, L. Agent-Based Computational Economics: Modeling Economies as Complex Adaptive Systems. **Information Sciences**, v. 149, n. 4, p. 262–268, fev. 2003.
- YANG, H. et al. A Comparison of U.S and Chinese Financial Market Microstructure: Heterogeneous Agent-Based Multi-Asset Artificial Stock Markets Approach. **Journal of Evolutionary Economics**, v. 25, n. 5, p. 901–924, nov. 2015.
- YANG, H.; CHEN, S. A Heterogeneous Artificial Stock Market Model Can Benefit People against Another Financial Crisis. **PLOS ONE**, v. 13, n. 6, p. e0197935, 18 jun. 2018.
- ZSCHISCHANG, E.; LUX, T. Some New Results on the Levy, Levy and Solomon Microscopic Stock Market Model. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 291, n. 1–4, p. 563–573, mar. 2001.