O USO DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA PARA PROVA DA TEORIA DAS VANTAGENS COMPARATIVAS E A BALANÇA COMERCIAL

Sdepan Bogosian Neto
Centro de Projetos de Navios – Marinha do Brasil
Ilha das Cobras, Ed. 16, s/no. Centro, Rio de Janeiro CEP 20091-000
e-mail: sbogosian@gmail.com

RESUMO

Este artigo trata de uma demonstração alternativa da Teoria das Vantagens Comparativas, desta vez com o uso de programação matemática (método simplex) a *n* países e *p* produtos. Na demonstração o trabalho é o único insumo. Com os resultados do mesmo modelo, e com o uso de um modelo matemático simplificado para o comércio internacional, é demonstrado que quanto mais tecnologia empregada, mais favorável a balança comercial.
Palavras-chave: Balança Comercial, Fronteiras de Possibilidade de Produção, Teoria das Vantagens Comparativas, Ricardo.

ABSTRACT

This article deals with an alternative demonstration of Theory of Comparative Advantage, this time with the use of mathematical programming (simplex method) the *n* countries and *p* products. In this demonstration the work is the only input. With the results of the same model, and using a simplified mathematical model for international trade, it is shown that the more technology employed, the more favorable is the Balance of Trade.
Keywords: Balance of Trade, Production Possibility Frontier, Theory of Comparative Advantage, Ricardo

LISTA DE SÍMBOLOS

Latinos
A – Matriz de Fronteira de Possibilidades de Produção Mundial.
a_{ij} – coeficientes técnicos de produção ou coeficientes insumo produto, da mercadoria j no país i.
B – matriz básica.
B^T – matriz transposta de B.
BC_i – Balança comercial do país i.
c – vetor dos coeficientes da função objetivo. No caso deste problema é um vetor de uns, (1...1).
c^B – vetor composto dos coeficientes das variáveis básicas da função objetivo.
c^N – vetor composto dos coeficientes das variáveis básicas da função objetivo.
$< c, x >$ - produto escalar dos vetores c e x.
d – número natural que representa o produto d, gerado pelo país i.
D_i – demanda mundial pelo produto i.
e – coluna da matriz N.
l – linha da matriz N.
HH – homem hora.
h_{ls} – elemento da inversa da matriz base, na linha l e na coluna s.
j – número natural que representa um produto j do país i.
k – número natural.

l – linha da matriz N.
L_i – reserva de trabalho do país i.
l_{ij} – quantidade de trabalho do país i utilizada no produto j.
n – número natural que representa a quantidade de países.
N – matriz não-básica.
N^T – matriz transposta de N.
p – numero natural representante do número de produtos.
P_j – população de um país j.
R – relação entre o número de pessoas (consumidores ou trabalhadores, conforme o caso) e os homens hora de um país. Considerado constante para todos os países. Dimensão HH/no. Pessoas.
t_{ij} – tecnologia empregada na mercadoria j no país i, considerada um número adimensional.
x – vetor dos produtos produzidos por cada país do mundo.
x_{ij} – quantidade produzida da mercadoria j no país i.

Gregos

κ_{ij} – consumo do insumo j no país i.
γ_j – consumo per capita do produto j.
λ_{ij} – constante que relaciona o país i e o produto j a uma quantidade de trabalho empregada, ou seja, número de pessoas empregadas no país i para produzir j.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

FPP – fronteira de possibilidade de produção.
PPL - programa de programação linear.

1 INTRODUÇÃO

A globalização é um fenômeno contextualizado em diferentes planos (BOGOSIAN NETO, 2010, p. 7): econômico; político; cultural; social; ideológico (BARBOSA, 2008, p.8, os três primeiros planos).

No plano econômico, tema deste artigo, Souza (2009, p. 134) descreve a globalização como “[...] a abolição das fronteiras econômicas entre as nações que permitiria a livre mobilidade de capitais, mercadorias, tecnologias e força de trabalho em escala mundial”.

Uma vez livres para comerciar, as forças econômicas fariam com que algumas regiões, com afinidades para produção satisfatória de alguns produtos, passassem a produzi-los de modo eficiente e se integrassem ao comércio internacional (OHMAE, 1996), com ganho para todos.

A ideia da produção eficiente e consequente integração ao comércio internacional não é nova em economia, remontando aos clássicos, como Ricardo (1817) e nela reside a importância do tema do artigo: a Teoria das Vantagens Comparativas.

Ricardo (1817) explica (e mostra numericamente) que, para o comércio internacional valer a pena para um país, basta haver vantagens comparativas (Teoria das Vantagens Comparativas) e não vantagens absolutas, ou seja, basta o país conseguir fazer mais facilmente um bem que outro, e não necessariamente fazer seu produto melhor que qualquer outro país. Neste caso, o país deve especializar-se na produção do produto que já é bom, e realizar trocas. Estas trocas fazem com que, não somente este país, mas o mundo saia com um ganho (Williamson, 1988).

A natureza do conceito de vantagens comparativas consiste num problema de otimização, na medida em que o comércio internacional, como explicado por Ricardo “aumenta” ou “otimiza” a produção com a adoção da especialização, ou seja, trata-se de uma busca de maximizar algo, no caso a produção. Neste sentido, Dorfman, Samuelson e Solow (1987, p. 31 e seguintes), por exemplo, usam a programação linear para provar o proposto por Ricardo, contudo, sem se utilizar da teoria do valor-trabalho.

A especialização, entretanto, tem trazido aos países que exportam commodities (SINGER-PREBISCH ..., 1999 e SARKAR, 1986) uma capacidade sempre decrescente de importação de bens de maior valor agregado (Embora, em alguns períodos, haja uma inversão desta tendência como no "boom de commodities de 2000", (ibid.)).

O desenvolvimento que se segue tenta estender a prova de Ricardo e explorar seus limites (dentro da Teoria do Valor-Trabalho) e também mostrar porque os países exportadores commodities teriam um menor desempenho em sua balança comercial.

2 DESENVOLVIMENTO

Uma fronteira de possibilidade de produção (FPP) designa o lugar geométrico das quantidades máximas de cada bem que um país pode produzir segundo sua dotação de fatores, conforme Carvalho e Silva (2007, p. 33).

$$\begin{aligned} &L_1 = a_{11}x_{11} + a_{12}x_{12} + \ldots + a_{1p}x_{1p} \\ &L_2 = a_{21}x_{21} + a_{22}x_{22} + \ldots + a_{2p}x_{2p} \\ &\ldots \\ &L_n = a_{n1}x_{n1} + a_{n2}x_{n2} + \ldots + a_{np}x_{np} \end{aligned} \tag{1}$$

Como o único insumo é o trabalho, chama-se de L_i o montante de todo o trabalho do país i. Considerando-se n países, pode-se organizar um sistema linear em que cada linha representa a FPP de um país na forma representada no sistema (1). Este sistema é uma extrapolação da reta apresentada por Williamson (1988, p.23), generalizada em um hiperplano.

O sistema representado por (1) pode ser escrito na forma matricial (2).

$$\begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \ldots \\ L_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{n1} & 0 & 0 & \ldots & 0 & & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} & & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & \ldots & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & & a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} \\ x_{12} \\ \ldots \\ x_{1n} \\ x_{21} \\ x_{22} \\ \ldots \\ x_{2n} \\ \ldots \\ x_{n1} \\ x_{n2} \\ \ldots \\ x_{nn} \end{pmatrix} \tag{2}$$

Criando a função de produção mundial, ou seja, toda produção de todas as mercadorias por todos os países do mundo, representada por (3):

$$z = \begin{pmatrix} 1 & \dots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} \\ x_{12} \\ \dots \\ x_{1n} \\ x_{21} \\ x_{22} \\ \dots \\ x_{2n} \\ \dots \\ x_{n1} \\ x_{n2} \\ \dots \\ x_{nn} \end{pmatrix} = < c, x > \quad (3)$$

Pode-se formular o programa de programação linear (PPL) da forma:

$$\max z = < c, x >$$

$$sujeito \;\; a$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{n1} & 0 & 0 & \dots & 0 & & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & & a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} \\ x_{12} \\ \dots \\ x_{1n} \\ x_{21} \\ x_{22} \\ \dots \\ x_{2n} \\ \dots \\ x_{n1} \\ x_{n2} \\ \dots \\ x_{nn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \dots \\ L_n \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{l} x_{ij} \geq 0 \text{..} 1 \leq i \leq n \\ \text{...} 1 \leq j \leq n \end{array} \quad (4)$$

Ou na forma compacta, dita canônica:

$$\max z = < c, x > \quad (5)$$

$$Ax = b \quad (6)$$

A equação (5) é em programação linear conhecida como função objetivo. Nela há o produto escalar do vetor *c* pelo vetor *x*.

A equação (6) representa as restrições do PPL, neste caso são todas as FPP dos países.

O sistema composto pelas equações (5) e (6) também pode ser reescrito na forma das equações (7) e (8).

$$\max z = < c, x > \quad (7)$$

$$Bx^B + Nx^N = b \quad (8)$$

A nova forma de representação separa a matriz $A \in R^{nxm}$ nas submatrizes $B \in R^{nxn}$ e $N \in R^{nxm}$: a matriz base multiplicada pelo vetor de variáveis básicas, $x^B \in R^n$; e a matriz não-básica multiplicada pelo vetor de variáveis não básicas, $x^N \in R^m$. Isto está expresso na equação (9).

$$A = [B \vdots N] \tag{9}$$

O vetor x é por sua vez composto dos vetores x^B e x^N, conforme (10).

$$x = \begin{bmatrix} x^B \\ \dots \\ x^N \end{bmatrix} \tag{10}$$

A definição de matriz base (YOSHIDA, 1987, p. 23) é a submatriz B com determinante diferente de zero.

A "solução básica", $\bar{x}$, por sua vez, é definida como a solução em que todas as variáveis não básicas sejam zero, conforme (11).

$$\bar{x} \equiv \begin{bmatrix} x^B \\ \dots \\ x^N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^B \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B^{-1}b \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} \tag{11}$$

A "solução básica", $\bar{x}$, por sua vez, é definida como a "solução básica viável" se além de satisfazer (11), ainda $\bar{x} \geq 0$.

Prova-se que uma solução ótima[1] é uma "solução básica viável" de um PPL (para maiores detalhes ver capítulo 3 de Yoshida (1987), p. 41 e 42).

3 MÉTODO[2] SIMPLEX

Segundo Yoshida (1987, p. 44) o método simplex determina as soluções ótimas de um PPL, caso existam, ou permite concluir que o problema é ilimitado ou inviável.[3]

O algoritmo simplex (YOSHIDA, 1987, p. 45 e p. 46), é constituído de 5 passos a saber:

a) Passo 1: Início. Determinação de solução básica viável;
b) Passo 2: Critério de Optimalidade;
c) Passo 3: Critério de Entrada;
d) Passo 4: Critério de Saída;
e) Passo 5: Retorno. Voltar para o Passo 2.

4 CRITÉRIO DE OPTIMALIDADE

O critério de optimalidade é o passo em que se verifica se o vetor de variáveis básicas é ótimo, ou seja, é a solução básica viável do PPL, que maximiza a função objetivo.

Para melhor explicar o critério de optimalidade, apresentam-se alguns desenvolvimentos. Assim, rearranjando a equação (8), pode-se obter:

$$x^B = B^{-1}b - B^{-1}Nx^N \tag{12}$$

Com base em (12), a função objetivo pode ser reescrita na forma (13):

$$< c, x > = < c^B, Bb^{-1} > + < \gamma, x^N > \tag{13}$$

$$\gamma = c^N - N^T (B^{-1})^T c^B \tag{14}$$

O critério de optimalidade consiste em verificar se γ é menor que zero, caso em que a solução é ótima (YOSHIDA, 1987, p.45). Isto pode facilmente ser entendido com a simples observação da equação (13), em que γ pertence à função objetivo. Se fizermos na solução do problema qualquer $x^N \geq 0$, então a função objetivo diminuirá de valor, pois o

[1] Procurando uma explicação mais intuitiva, solução ótima é a solução melhor a que se pode chegar. Pensando em produção, seria o máximo de produtos que se poderiam obter com o uso dos insumos descritos nas restrições, matriz A.
[2] Em Yoshida (1987, p. 44) a palavra algoritmo serve para descrever os passos do método simplex.
[3] Ilimitado – soluções maximizantes podem crescer indefinidamente (YOSHIDA, 1987, p. 11). Inviável – o conjunto de pontos que satisfazem às restrições é vazio (YOSHIDA, 1987, p. 67).

produto $<\gamma, x^N>< 0$. Assim a solução $x^B = B^{-1}b$ só pode ser ótima no caso em que $\gamma \leq 0$. (YOSHIDA, 1987, p. 46).

5 CRITÉRIOS DE ENTRADA, SAÍDA E RETORNO

Estes critérios auxiliam na condução do problema numérico, mas não apresentam interesse para este trabalho, portanto não serão aqui apresentados. Para maiores detalhes sobre eles, deve-se consultar Yoshida (1987, p. 45 e 46).

6 PROVA DE QUE A ESPECIALIZAÇÃO CONSTITUI A SOLUÇÃO ÓTIMA DO PPL REPRESENTA E ESTA A MAIOR QUANTIDADE DE MERCADORIA PASSÍVEL DE SER PRODUZIDA PELO MUNDO

Com o uso dos passos expostos em Yoshida (1987, p. 45 e 46), busca-se provar que a solução ótima do PPL representa que a especialização da produção conduz ao máximo de produção de cada mercadoria e, portanto, que a soma de todas as mercadorias produzidas por todos os países, é maximizada, o que representa a solução ótima do problema de PPL.

Observando o sistema (4), a matriz A pode ser reescrita nas suas submatrizes *B* e *N*. Sem perda de generalidade, estabelece-se que o país 1 tenha vantagem comparativa no produto 1, e o país 2 tenha no produto 2, assim sucessivamente o produto n no país n, de forma que o vetor de variáveis básicas seja constituído pelas variáveis x_{ii}.

Dizer que um país tenha vantagem comparativa na produção de um produto significa dizer que:

$$\frac{a_{id}}{a_{ii}} \geq 1, \forall d \neq i, d = 1,...,n, i = 1,...,n, j = 1,...,n \tag{15}$$

Assim de acordo com esta escolha, seria dizer que:

$$\frac{a_{id}}{a_{ii}} \geq 1, \forall d \neq i, d = 1,...,n, i = 1,...,n \tag{16}$$

Assim rearranjando o sistema (4), tem-se:

$$\max z = < c^B, x^B > + < c^N, x^N >$$

$$sujeito \quad a$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & ... & 0 & 0 & a_{12} & ... & 0 & & 0 & 0 & ... & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & ... & 0 & a_{21} & 0 & ... & a_{2n} & ... & 0 & 0 & ... & 0 \\ 0 & 0 & ... & 0 & 0 & 0 & ... & 0 & & 0 & 0 & ... & 0 \\ 0 & 0 & ... & a_{nn} & 0 & 0 & ... & 0 & & a_{n1} & a_{n2} & ... & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} \\ x_{22} \\ ... \\ x_{nn} \\ x_{21} \\ x_{12} \\ ... \\ x_{2n} \\ ... \\ x_{n1} \\ x_{n2} \\ ... \\ x_{1n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ ... \\ L_n \end{pmatrix}$$

$$x_{ij} \geq 0 .... 1 \leq i \leq n \tag{17}$$

$$.. 1 \leq j \leq n$$

Desse modo as matrizes *B* e *N* ficam assim definidas:

$$B = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & ... & 0 \\ 0 & a_{22} & ... & 0 \\ 0 & 0 & ... & 0 \\ 0 & 0 & ... & a_{nn} \end{pmatrix} \tag{18}$$

$$N = \begin{pmatrix} 0 & a_{12} & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & 0 & \dots & a_{2n} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & a_{1n} & a_{2n} & \dots & 0 \end{pmatrix} \tag{19}$$

Observando-se a matriz B, trata-se de uma matriz diagonal. Já a disposição dos elementos da matriz N tem uma forma regular, dada por:

$$N_{1e} = 0, \qquad e \neq (k-1)(n+1)+2 \tag{20}$$

$$\begin{aligned} &N_{le} = a_{lq}, \qquad n(l-1) < e \leq nl \qquad e \neq (n+1)(l-1)+2 \\ &\qquad q = e(nl-1) \\ &caso \qquad contrário \\ &N_{le} = 0 \end{aligned} \tag{21}$$

Calculando a inversa da matriz B:

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} 1/a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1/a_{22} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1/a_{nn} \end{pmatrix} \tag{22}$$

A observação de (22) permite concluir que a transporta da inversa é igual a inversa, ou seja:

$$(B^{-1})^{T} = B^{-1} \tag{23}$$

Assim a matriz será substituída por outra da forma

$$(B^{-1})^{T} = \begin{pmatrix} h_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & h_{22} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & h_{nn} \end{pmatrix} \in R^{nxn} \tag{24}$$

Construindo a matriz N^{T}:

$$N^{T} = \begin{pmatrix} 0 & a_{21} & \dots & 0 \\ a_{12} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & a_{2n} & \dots & 0 \\ \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & a_{n1} \\ 0 & 0 & \dots & a_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1n} & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \in R^{n(n-1)xn} \tag{25}$$

Calculando o produto $N^{T}(B^{-1})^{T}$:

$$N^{T}(B^{-1})^{T} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{a_{21}}{a_{22}} & \dots & 0 \\ \frac{a_{12}}{a_{11}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \frac{a_{2n}}{a_{22}} & \dots & 0 \\ \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & \frac{a_{n1}}{a_{nn}} \\ 0 & 0 & \dots & \frac{a_{n2}}{a_{n2}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{a_{1n}}{a_{11}} & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \in R^{n(n-1)xn} \tag{26}$$

Assim os elementos do produto $N^T(B^{-1})^T$, podem ser expressos pela regra geral:

$$N^T(B^{-1})^T = N_{el}h_{ls} = \begin{cases} \dfrac{a_{1l}}{a_{11}}, & e=(n+1)(l-1)+2 \\ \dfrac{a_{ql}}{a_{ll}}, & q=e-n(l-1) \qquad n(l-1)<e\leq nl \\ 0, caso & contrário \end{cases}$$

$$1\leq l\leq n \qquad (27)$$

$$1\leq e\leq n(n-1)$$

Calculando o produto $N^T(B^{-1})^T c^B$:

$$N^T(B^{-1})^T c^B = \begin{pmatrix} 0 & \frac{a_{21}}{a_{22}} & \dots & 0 \\ \frac{a_{12}}{a_{11}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \frac{a_{2n}}{a_{22}} & \dots & 0 \\ \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & \frac{a_{n1}}{a_{nn}} \\ 0 & 0 & \dots & \frac{a_{n2}}{a_{nn}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{a_{1n}}{a_{11}} & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{a_{21}}{a_{22}} \\ \frac{a_{12}}{a_{11}} \\ \dots \\ \frac{a_{2n}}{a_{22}} \\ \dots \\ \frac{a_{n1}}{a_{nn}} \\ \frac{a_{n2}}{a_{nn}} \\ \dots \\ \frac{a_{1n}}{a_{11}} \end{pmatrix} \in R^{n(n-1)} \qquad (28)$$

Partindo, finalmente, para o cálculo de γ, tem-se e com o uso de (16):

$$\gamma = c^N - N^T(B^{-1})^T c^B$$

$$\gamma = \begin{pmatrix} 1 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{a_{21}}{a_{22}} \\ \frac{a_{12}}{a_{11}} \\ \dots \\ \frac{a_{2n}}{a_{22}} \\ \dots \\ \frac{a_{n1}}{a_{nn}} \\ \frac{a_{n2}}{a_{nn}} \\ \dots \\ \frac{a_{1n}}{a_{11}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-\frac{a_{21}}{a_{22}} \\ 1-\frac{a_{12}}{a_{11}} \\ \dots \\ 1-\frac{a_{2n}}{a_{22}} \\ \dots \\ 1-\frac{a_{n1}}{a_{nn}} \\ 1-\frac{a_{n2}}{a_{nn}} \\ \dots \\ 1-\frac{a_{1n}}{a_{11}} \end{pmatrix} \leq 0 \qquad (29)$$

Procurou-se desse modo provar, matematicamente, com base num modelo relativamente mais geral que o de Williamson (1988, p.23), que realmente a especialização conduz a uma produção ótima, desde que se desconsiderem as demandas por consumo dos países.

7 DIGRESSÃO SOBRE A DIMENSÃO DA MATRIZ A

Em observando a Matriz A, que representa a FPP de todos os países do Mundo, percebe-se a possibilidade de ocorrência de dois casos:

(1) p=n – cada país se especializa em um produto. A produção mundial é máxima;

(2) n>p – o número de países é maior que o número de produtos. Assim, caso haja especialização, alguns países que não se especializarão[4] em nada, pois não levam vantagem comparativa nenhuma. Estes países ficarão à margem do comércio mundial. Serão obrigados a constituir-se em autarquias;

(3) p>n – o número de produtos é maior que o número de países - de modo que alguns produtos deixariam de ser produzidos, e, portanto, novamente, a demanda não seria atendida.

8 PROVA DE QUE SE A DEMANDA CONSTITUIR TAMBÉM UMA RESTRIÇÃO, A SOLUÇÃO ÓTIMA NÃO É NECESSARIAMENTE A ESPECIALIZAÇÃO COMPLETA.

Esta demonstração será realizada para apenas 2 países e dois produtos. Introduzindo a equação de demanda, o sistema (4) altera-se para o sistema (30)

$$\max z = \langle c, x \rangle$$

$$sujeito \quad a \qquad (30)$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{21} & a_{22} \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & ... & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} \\ x_{12} \\ x_{21} \\ x_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ D_1 \\ D_2 \end{pmatrix}$$

Este sistema é estruturalmente diferente do anterior. Na verdade, considerando-se que as variáveis não básicas seriam os termos cruzados, neste caso, x_{12} e x_{21}, ter-se-ia um novo sistema da forma (31):

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{21} & a_{22} \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & ... & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} \\ 0 \\ 0 \\ x_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ D_1 \\ D_2 \end{pmatrix} \qquad (31)$$

Cuja solução obtida só é possível desde que L_1/a_{11} e L_2/a_{22} sejam respectivamente iguais a D_1 e D_2. Em qualquer outra hipótese a especialização não seria adequada de modo a resolver este PPL. Isto significa que, nestes casos, os países deveriam produzir, além dos seus bens com vantagens comparativas, outros de modo a suprir sua demanda.

Note-se que Ricardo, ao formular a teoria das vantagens comparativas, não exigia a completa especialização, mas apenas a sugeria como forma de explicar as vantagens do comércio internacional.

O modelo simplificado permite ver que a especialização pode causar também a pobreza (Bogosian Neto, 2010), pois caso, sem perda de generalidade, $D_1 >> L_1/a_{11}$, então, a produção alcançaria seu máximo, entretanto, o país 2 seria prejudicado no atendimento de sua população, pois o país 1 produz muito menos que o necessário para "alimentar" 2.

9 PROVA DE QUE A ESPECIALIZAÇÃO TRAZ BENEFÍCIOS PARA AMBOS OS PAÍSES PARTICIPANTES DO COMÉRCIO INTERNACIONAL

A prova de que a especialização traz benefícios para os países participantes do comércio internacional é amplamente encontrada na literatura. Entenda-se por benefícios o recebimento ou o consumo de mais bens na situação de praticantes do comércio internacional do que na situação de economias fechadas ao comércio internacional. Para maiores

[4] Ao se especializar completamente, um país i zera o valor de todas as quantidades, x_{ij}, do produto j, exceto um único produto k, ou seja, faz $x_{ij}=0$, $j \neq k$, sendo i, j e k inteiros e, x_{ij},real e maior ou igual a zero.

esclarecimentos e consolidação desta demonstração, pode-se consultar Williamson (1987, p. 23 e seguintes) e Dorfman, Samuelson e Solow (1987, p. 31 e seguintes).

10 TECNOLOGIA E COEFICIENTES TÉCNICOS

Definindo a tecnologia utilizada pelo país i na produção do produto j por t_{ij}, este passa a ser o inverso do coeficiente de insumo produto, multiplicado pelo número de homens-hora trabalhados. A figura 1 apresenta uma ilustração do coeficiente a_{ij} entendido como uma função.

$$a_{ij} = R\frac{\lambda_{ij}}{t_{ij}} \tag{32}$$

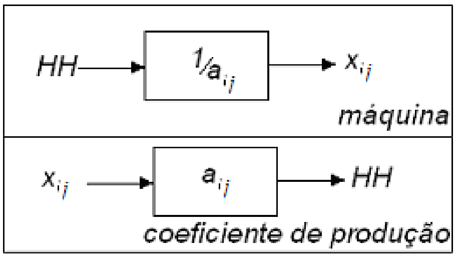

Figura 1- Dualidade máquina – coeficiente técnico de produção

A variável λ_{ij} representa número de trabalhadores necessário para se fazer um produto i num país j. Este número deveria ser igual em qualquer país, mas razões de distribuição geográfica de fatores de produção o modificam e não inclui as mudanças tecnológicas. Neste modelo, as diferenças tecnológicas são explicitadas através da razão λ_{ij} / t_{ij}, que é diferente em cada lugar. O valor R é o número de HH por trabalhador, ou seja, 8horas/dia.

Intuitivamente, entende-se que se acrescenta tecnologia para se produzir “mais” com o mesmo emprego de insumos. Esta melhoria que se obtém com a tecnologia, no caso em estudo, centra-se apenas em maior quantidade e não em maior qualidade.

Deste modo, se a tecnologia do país 1 para o produto 1, t_{11}, é maior que aquela do país 2, t_{21}, para o mesmo produto, $t_{11}>t_{21}$, tem-se que o trabalho para uma mesma quantidade gerada de produto 1 é menor no país 1, $\frac{l_{11}}{x_{11}} < \frac{l_{21}}{x_{21}}$.

11 CONSUMO

A matriz de consumos é dada por κ_{ij}, que também pode ser entendida como a demanda pelo consumo do produto i, no país j. Considerando-se que:

a) os consumidores em todos os países tem as mesmas preferências, isto é, a título de exemplo, dados dois produtos, 1 e 2, e dois países 1 e 2, as proporções κ_{12}/κ_{11} e κ_{22}/κ_{21} são iguais. Portanto, há um fator de consumo per capita de cada produto é dado por γ_j;
b) o trabalho é proporcional à população, pelo fator R, idêntico para todos os países. Isto significa que o número de homens hora disponíveis depende apenas do número de trabalhadores, assim ninguém trabalha horas a mais que ninguém.

Tem-se, caso toda a população trabalhe:

$$\kappa_{ij} = \gamma_i \sum_{k=1}^{p} \lambda_{kj} \tag{33}$$

Definindo a população de um país j por P_j, tem-se que o consumo é proporcional ao número de habitantes (no caso em que toda a população é trabalhadora, esta não é uma hipótese necessária):

$$\kappa_{ij} = \gamma_i P_j \tag{34}$$

12 BALANÇA COMERCIAL

A balança comercial do país i, BC_i, é dada pela diferença do que este país vende e do que compra no mercado internacional.

Desse modo, a balança comercial fica sendo, após a especialização, dada pela diferença entre o único produto do país i, x_{ii}, e o consumo do mesmo país, dada pela equação (35):

$$BC_i = x_{ii} - \sum_{j=1}^{p} \kappa_{ji} \tag{35}$$

Assim, lembrando que o sistema de equações dado por (1) ainda é válido após a especialização, a totalidade de produto do país *i*, passa a ser dada pelo estoque de trabalho sobre o coeficiente de produção, L_i/a_{ii}. O consumo do país (as compras do exterior) são, então, dados por toda a população do país *i*, P_i, multiplicada pelo consumo per capita , γ_j , como em (33). Nisto resulta (36):

$$BC_i = \frac{L_i}{a_{ii}} - \sum_{j=1}^{p} \gamma_j P_i \tag{36}$$

Substituindo na equação (35) a equação (32), tem-se:

$$BC_i = \frac{L_i t_{ii}}{R\lambda_{ii}} - \sum_{j=1}^{p} \gamma_j P_i \tag{37}$$

Como se pode ver, na equação (37), quanto maior a tecnologia maior a receita. Esta equação consegue explicar a também, *grosso modo*, a balança comercial positiva de países com pequena população e produtos de alto valor agregado.

13 POSSIBILIDADE DE PERDAS COMERCIAIS PARA PAÍSES EXPORTADORES DE PRODUTOS DE ALTO VALOR AGREGADO

Produtos de alto valor agregado aqui são considerados produtos intensivos em tecnologia.

Com o uso da equação (37) percebe-se a possibilidade de haver o empobrecimento destes países, desde que o segundo termo do membro da direita da equação (37) seja maior que o primeiro termo, o que pode ocorrer sempre que o consumo supere o ganho que traz a tecnologia empregada no estoque de trabalho para a balança comercial.

14 CONCLUSÃO

Procurou-se provar a Teoria das Vantagens Comparativas com o uso de programação matemática em face do entendimento de que a Teoria é de fato um problema de otimização. Neste sentido, utilizou-se o mínimo de novos conceitos, de modo a se manter fiel à formulação proposta por Ricardo. Por outro lado, isto tem o inconveniente de tornar o modelo muito restrito.

É interessante notar que, mesmo com o modelo restrito, já se alguns vislumbram problemas na especialização: se o número de países e o número de produtos forem diferentes, ou seja, se houver países a mais, há países que serão obrigados a serem autarquias; se produtos a mais, haverá escassez dos produtos que não poderão mais ser produzidos por países especializados. Além disso, percebe-se que a solução ótima pode mudar se acrescentada à restrição de que toda a demanda seja atendida.

A prova de que a balança comercial é favorável a quem tem maior economia e a quem tem maior tecnologia é também bem restrita, dependendo das hipóteses de que há uma preferência homogênea de produtos nos países e de que todos os países estão especializados. O mesmo se passa com o entendimento de quanto maior a população e, portanto o trabalho, maior será a balança comercial.

Percebe-se ser possível também a existência de um empobrecimento dos países tecnologicamente avançados sempre sua “tecnologia” não conseguir superar suas necessidades alimentícias (ou melhor, suas necessidades ligadas ao consumo população), embora continue válida a afirmação de que maior a tecnologia, maior a balança comercial.

15 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARBOSA, A. de F. "O Mundo Globalizado: Política, Sociedade e Economia... 4ª. Ed. São Paulo: Contexto, 2008.

BOGOSIAN NETO, S. "Globalização, Regionalização e Multilateralismo: desafios para os países de terceiro mundo: A globalização e as vantagens e desvantagens da Especialização da produção para os países, com base na teoria das vantagens comparativas de ricardo." Monografia apresentada à Escola de Guerra Naval como requisito parcial para recebimento do grau no curso superior. Rio de Janeiro: Escola de Guerra Naval, 2010.

CARVALHO, M. A.; SILVA, C. R. L. *Economia Internacional*. 4ª. Ed., São Paulo: Saraiva, 2007.

DORFMAN, F. SAMUELSON, P. A., SOLOW R. M.. *Linear Programming and Economic Analysis*. [s.l.]: Dover, [1987?].

OHMAE, K. "O fim do Estado-Nação". Tradução de Ivo Korytowski. Rio de Janeiro: Campus, 1996.

RICARDO, D. "On the Principals of Political Enconomy and Taxation". 1817. Disponível em: http://socserv.mcmaster.ca/econ/ugcm/3ll3/ricardo/Principles.pdf Acessso: 18 ago. 2010.

SARKAR, P.. The Singer-Prebisch Hypothesis: A Statistical Evaluation. *Revista Cambridge Journal of Economics*. [s.l.], Vol. 10, No. 4, p. 355-371, 1986. Disponível em: <http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1018568##>. Acesso em: 25 ago. 2010.

SINGER–PREBISCH thesis. In: WIKIPEDIA: a enciclopédia livre. [1999?]. Disponível em: <http://en.wikipedia.org/wiki/Prebish-Singer>. Acesso em: 22 jun. 2010

SOUZA, N. A. "Economia Internacional Contemporânea: da Depressão de 1929 ao Colapso Financeiro de 2008". São Paulo: Atlas, 2009.

WILLIAMSON, J. A *Economia Aberta e a Economia Mundial: Um Texto de Economia Internacional*. Tradução de José Ricardo Brandão Azevedo, São Paulo: Campus, 1988.

YOSHIDA, L. K. *Programação Linear*. São Paulo: Atual, 1987.