

# **ADAPTAÇÃO DO MODELO DE TRANSPORTE PARA UTILIZAR NO PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO CONSIDERANDO MÚLTIPLOS RECURSOS E FAMÍLIAS DE ITENS**

**Debora Jaensch**

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção UFPR  
jaensch.debora@gmail.com

**Neida Maria Patias Volpi**

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção UFPR  
[neida@ufpr.br](mailto:neida@ufpr.br)

## **RESUMO**

A área temática deste trabalho é o uso do modelo de transporte como técnica para o planejamento da produção. Um bom plano de produção é aquele que atende as demandas dentro do prazo, respeita a capacidade dos recursos disponíveis e minimiza os custos de produção. Este trabalho busca através da Pesquisa Operacional, adaptar o modelo do transporte ao planejamento da produção, e gerar um aplicativo que sirva de suporte aos tomadores de decisão, fornecendo informações para análise de diferentes cenários do sistema produtivo. Esse aplicativo deve trabalhar com um horizonte de planejamento e custos diferenciados por período e modo de produção, permitir estoque e *backlogging*, avaliar alterações no planejamento no caso de mudanças na capacidade ou demanda, além de ter fácil utilização, possibilitando assim o gerenciamento fornecendo informações ao usuário.

Palavras-chave: Planejamento da Produção; Programação Linear Inteira; Modelo de Transporte

## 1 INTRODUÇÃO

A área temática deste trabalho é o uso do modelo de transporte como técnica para o planejamento da produção no nível estratégico, onde as decisões são de longo prazo e altos investimentos estão envolvidos.

O problema de transporte clássico refere-se à distribuição de produtos ao mercado consumidor, de maneira que o custo total seja o menor possível, além de respeitar os limites de oferta e atender às demandas. É possível, através de uma adaptação que será proposta, utilizá-lo no planejamento da produção, servindo como ferramenta de apoio à decisão, e suporte à gestão da produção com foco nas micro e pequenas empresas tanto as que produzem por encomenda quanto as que produzem para estoque.

## 2 REVISÃO DE LITERATURA

O crescimento das indústrias de produção de bens de consumo trouxe consigo a necessidade de um planejamento e maior controle de atividades, em parte devido ao aumento da variedade de produtos e de sua complexidade. Ferramentas que servem de suporte aos planejadores da produção surgiram, tais como o MRP (*Materials Requirements Planning*), o MRP II (*Manufacturing Resources Planning*), o ERP (*Enterprise Resources Planning*), e atualmente o APS (*Advanced Planning System*) que estão disponíveis no mercado, mas são pouco acessíveis às pequenas empresas.

O planejamento estratégico da produção tem como objetivo adequar os recursos produtivos à demanda esperada, procurando atingir critérios estratégicos de desempenho (custo, qualidade, confiabilidade, pontualidade e flexibilidade). A análise de cenários durante essa etapa auxilia na decisão entre fabricar internamente ou terceirizar, do nível de capacidade com o qual a empresa deve operar, e qual o momento de alteração desta capacidade. Essas decisões estão fortemente ligadas à estratégia de estoques da organização e a flexibilidade de suprimento.

O planejamento agregado da produção é considerado por alguns autores como parte do planejamento estratégico e por outros do planejamento tático. Independente da sua classificação, o planejamento agregado é importante para o planejamento e controle da produção pois de acordo com Gaither e Frazier (2002), desenvolve planos de produção com objetivo de determinar níveis de produção em unidades agregadas ao longo de um horizonte de tempo de médio prazo. Também fazem referência a estoque agregado, utilidades, modificações de instalações e contratos de fornecimentos de materiais.

Neste contexto o modelo clássico de Transportes foi utilizado como inspiração, para que o problema de planejamento da produção fosse tratado através de técnicas da Pesquisa Operacional.

### 2.1 MODELO DE TRANSPORTE

O modelo de transporte é um modelo de programação linear e tem por objetivo minimizar o custo total do transporte necessário para abastecer  $n$  centros consumidores (destinos), a partir de  $m$  centros fornecedores (origens). Sejam:

- $c_{ij}$  - custo unitário de transporte da origem  $i$  para o destino  $j$ ;
- $a_i$  - quantidade disponível na origem  $i$ ;
- $b_j$  - quantidade requerida no destino  $j$ ;
- $x_{ij}$  - quantidade a ser transportada da origem  $i$  para o destino  $j$ .

A função objetivo (1) minimiza o custo total do transporte, sujeito à restrições de oferta (2) e demanda (3):

$$\min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (3)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m) \text{ e } (j = 1, 2, \dots, n)$$

Pizzolato e Gandolpho (2012) afirmam que problemas de programação linear, mesmo que não envolva o transporte de mercadorias, onde os recursos disponíveis e as quantidades necessárias destes recursos são expressos em termos de um só tipo de unidade, podem ser resolvidos pelo algoritmo do transporte, desde que tenham o aspecto do modelo do transporte apresentado acima.

A adaptação deste modelo do transporte para que esse solucione problemas de planejamento da produção é apresentada no decorrer deste trabalho.

## 2.2 MODELOS DE PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO

Arenales *et. al* (2007) apresentam os principais modelos de planejamento de produção, conhecidos também como modelos para múltiplos itens e recursos, de dimensionamento de lotes (*lot sizing*) e *schedulling*. Para todos os modelos são considerados os seguintes dados:

$d_{it}$  = demanda do item  $i$  no período  $t$ ;

$b_{ki}$  = unidades de tempo do recurso  $k$  para produzir uma unidade do item  $i$ ;

$C_{kt}$  = capacidade de produção em unidades de tempo da máquina  $k$  no período  $t$ ;

$sp_i$  = tempo de preparação de máquina para processar o item  $i$ ;

$s_i$  = custo de preparação do item  $i$ ;

$h_i$  = custo unitário de estoque do item  $i$ ;

$I_{i0}$  = estoque inicial do item  $i$ ;

$n$  = número de itens finais;

$T$  = número de períodos do horizonte de planejamento;

São consideradas também as seguintes variáveis:

$x_{it}$  = quantidade do item  $i$  produzida no período  $t$  (tamanho do lote);

$I_{it}$  = estoque do item  $i$  no fim do período  $t$ ;

$y_{it} = \begin{cases} 1 & \text{se o item } i \text{ é produzido no período } t \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$

O modelo para múltiplos itens e restrição de capacidade pode ser representado por (4)-(7):

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T (s_i y_{it} + h_i I_{it}) \quad (4)$$

$$I_{it} = I_{i,t-1} + x_{it} - d_{it}, \quad i = 1, \dots, n, \quad t = 1, \dots, T \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^n (sp_i y_{it} + b_{ki} x_{it}) \leq C_{kt}, \quad k = 1, \dots, K, \quad t = 1, \dots, T \quad (6)$$

$$x_{it} \leq M y_{it}, \quad i = 1, \dots, n, \quad t = 1, \dots, T \quad (7)$$

$$x \in R_+^{nT}, \quad I \in R_+^{nT}, \quad y \in B^{nT}$$

A função objetivo minimiza o custo total de preparação e estoque (4), as restrições (5) correspondem ao balanceamento do estoque de cada item  $i$  em cada período  $t$ , a limitação, em cada período  $t$ , do tempo total de preparação e produção pela capacidade disponível de cada recurso  $k$  está descrito em (6), e  $x_{it} = 0$  somente se  $y_{it} = 0$  (7). Em casos que a demanda pode ser atendida com atraso, deixa-se a variável de estoque  $I$  livre e modifica-se o modelo incluindo uma penalidade  $\delta$  por unidade de demanda não atendida no período  $t$ , onde  $I_{it}^+$  representa o estoque do item  $i$  no fim do período  $t$  e  $I_{it}^-$  a falta (*backlogging*) do item  $i$  no período  $t$ . Este modelo foi utilizado para adaptar ao de transporte nesta proposta de trabalho.

O trabalho de Erenguc e Tufekci (1988) utiliza o modelo do transporte para solucionar problemas de planejamento agregado, com duas fontes de produção: regular e horas extras, sendo que o modelo permite demanda variada nos diferentes períodos, custos de estoque e atrasos, limites de estoque e atraso. Entretanto, os autores apresentam um planejamento para um único item e um único recurso, o que não o torna prático, pois é difícil encontrar hoje indústrias que tenham recursos específicos para cada item. O modelo apresentado no capítulo 3 generaliza o modelo proposto por Erenguc e Tufekci (1988), para múltiplas famílias de itens e múltiplos recursos compartilhados.

### 3 MODELO MATEMÁTICO PROPOSTO

A proposta de adaptação do modelo do transporte permite flexibilidade no planejamento da produção quanto a prazos, por exemplo, entrega de pedidos atrasados e uso do estoque para atender as demandas, além de permitir a tomada de decisão em função das diferentes estratégias, avaliando o custo de cada cenário proposto. Por exemplo, em uma situação onde a capacidade disponível não atende a demanda do período, vale a pena contratar horas extras, terceirizar a demanda excedente, entregar o pedido em atraso, ou ainda estocar em períodos anteriores?

Para apresentar a adaptação uma analogia é considerada, conforme o QUADRO 1.

| TRANSPORTE                               | PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO  |
|--|---|
| Origens e Destinos                       | Períodos de Planejamento  |
| Custo de Transporte                      | Custo de Produção   |
| Quantidade a ser transportada            | Quantidade a ser produzida  |
| Demanda do destino $j$                   | Demanda do cliente no período $j$   |
| Capacidade de fornecimento na origem $i$ | Capacidade de produção Normal, com Horas Extras e Terceirizada no período $i$ |

QUADRO 1 - Analogia entre modelos do transporte e planejamento da produção

FONTE: Os autores (2015)

As origens e destinos no modelo do transporte são substituídos pelos períodos de planejamento do fornecedor e do cliente, os custos de transporte pelos custos de produção, a quantidade  $x_{ij}$  a ser transportada da origem  $i$  ao destino  $j$  é substituída pela quantidade  $x_{ij}$  produzida no período  $i$ , entregue no período  $j$ .

A demanda de cada destino passa a ser a demanda de cada período, e por fim a capacidade de cada origem ou fornecedor é substituída pela capacidade de produção disponível em cada período, sendo essa capacidade dividida em 3 modos de produção: capacidade normal N, de horas extras H e terceirização T. Estas informações são facilmente visualizadas no QUADRO 2, considerando um único tipo de item de produção.

|         |     | Período             |                     |     |                     |            |            |
|---------|-----|---------------------|---------------------|-----|---------------------|------------|------------|
|         |     | 1                   | 2                   | ... | n                   | Capacidade |            |
| Período | 1N  | $x_{1N1}$ $c_{1N1}$ | $x_{1N2}$ $c_{1N2}$ | ... | $x_{1Nn}$ $c_{1Nn}$ | $Cp_{1N}$  | Normal     |
|         | 1H  | $x_{1H1}$ $c_{1H1}$ | $x_{1H2}$ $c_{1H2}$ | ... | $x_{1Hn}$ $c_{1Hn}$ | $Cp_{1H}$  | Hora Extra |
|         | 1T  | $x_{1T1}$ $c_{1T1}$ | $x_{1T2}$ $c_{1T2}$ | ... | $x_{1Tn}$ $c_{1Tn}$ | $Cp_{1T}$  | Terceiro   |
|         | 2N  | $x_{2N1}$ $c_{2N1}$ | $x_{2N2}$ $c_{2N2}$ | ... | $x_{2Nn}$ $c_{2Nn}$ | $Cp_{2N}$  | Normal     |
|         | 2H  | $x_{2H1}$ $c_{2H1}$ | $x_{2H2}$ $c_{2H2}$ | ... | $x_{2Hn}$ $c_{2Hn}$ | $Cp_{2H}$  | Hora Extra |
|         | 2T  | $x_{2T1}$ $c_{2T1}$ | $x_{2T2}$ $c_{2T2}$ | ... | $x_{2Tn}$ $c_{2Tn}$ | $Cp_{2T}$  | Terceiro   |
|         | ... | ...                 | ...                 | ... | ...                 | ...        | ...        |
|         | nN  | $x_{nN1}$ $c_{nN1}$ | $x_{nN2}$ $c_{nN2}$ | ... | $x_{nNn}$ $c_{nNn}$ | $Cp_{nN}$  | Normal     |
|         | nH  | $x_{nH1}$ $c_{nH1}$ | $x_{nH2}$ $c_{nH2}$ | ... | $x_{nHn}$ $c_{nHn}$ | $Cp_{nH}$  | Hora Extra |
|         | nT  | $x_{nT1}$ $c_{nT1}$ | $x_{nT2}$ $c_{nT2}$ | ... | $x_{nTn}$ $c_{nTn}$ | $Cp_{nT}$  | Terceiro   |
| Demanda |     | $d_1$               | $d_2$               | ... | $d_n$               |            |            |

QUADRO 2 - Quadro de planejamento da produção para único tipo de item

FONTE: Os autores (2015)

As variáveis  $x_{ij}$ , com  $i = 1N, 1H, 1T, \dots, nN, nH, nT$  e  $j = 1, \dots, n$ , na adaptação do modelo para planejamento da produção devem ser interpretadas da seguinte forma (QUADRO 3):

| QUANDO  | ENTÃO  |
|---------|--|
| $i < j$ | Os itens $x_{ij}$ produzidos no período $i$ são estocados e entregues no período $j$ , independentes do modo de produção |
| $i = j$ | Os itens $x_{ij}$ produzidos no período $i$ são entregues no mesmo período $i$   |
| $i > j$ | Os itens $x_{ij}$ produzidos no período $i$ são entregues com atraso no período $i$ os pedidos do período $j$            |

QUADRO 3 - Interpretação das variáveis  $x_{ij}$ 

FONTE: Os autores (2015)

A primeira adaptação do modelo do transporte para planejamento da produção, chamado de Modelo I, foi feita para um único item e um único recurso e segue abaixo:

Sejam os dados:

- $c_{iwj}$  - custo unitário de produção no período  $i$  e modo de produção  $w$  para entrega no período  $j$ ;
- $ce_{iwj}$  - custo unitário acumulado de estoque dos produtos produzidos no período  $i$  e modo de produção  $w$  e entregues no período  $j$ ,  $i < j$ ;
- $cb_{iwj}$  - custo unitário acumulado de atraso dos produtos produzidos no período  $i$  e modo de produção  $w$  e entregues no período  $i$  para atender com atraso a demanda do período  $j$ ,  $i > j$ ;
- $cap_{iw}$  - capacidade disponível no período  $i$  e modo de produção  $w$  em unidades de itens;
- $dem_j$  - demanda requerida no período  $j$ .

Supondo que  $x_{iwj}$  represente a quantidade a ser produzida no período  $i$  e modo de produção  $w$  (normal, hora extra ou terceiro) e entregue no período  $j$ , conforme interpretação do QUADRO 3, então a função objetivo (8) consiste em minimizar o custo total de produção:

#### MODELO I

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^n \sum_{w=1}^3 \sum_{j=i}^3 c_{iwj} x_{iwj} + \sum_{i=1}^n \sum_{w=1}^3 \sum_{j>i}^3 (c_{iwj} + ce_{iwj}) x_{iwj} \\ & + \sum_{i=1}^n \sum_{w=1}^3 \sum_{j<i}^3 (c_{iwj} + cb_{iwj}) x_{iwj} \end{aligned} \quad (8)$$

Sujeito às restrições:

$$\sum_{j=1}^n x_{iwj} \leq cap_{iw} \quad (i = 1, 2, \dots, n; \quad w = 1, 2, 3) \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \sum_{w=1}^3 x_{iwj} &\geq dem_j \quad (j = 1, 2, \dots, n) \\ x_{iwj} &\in Z^+ \quad (i = 1, 2, \dots, n; \quad w = 1, 2, 3; \quad j = 1, 2, \dots, n) \end{aligned} \quad (10)$$

As  $3n$  restrições, uma de cada período e modo de produção, garantem que a quantidade produzida no período  $i$  e modo de produção  $w$  tem que ser menor ou igual à capacidade  $cap_{iw}$  disponível naquele período e modo de produção (9), as  $n$  restrições de demanda, uma de cada período de entrega, garantem que a quantidade entregue em cada período  $j$  tem de ser igual à demanda  $dem_j$  requerida (10).

O modelo I gera como resultado um quadro com o formato apresentado QUADRO 4, onde a diagonal em cinza claro representa as quantidades produzidas e entregues no mesmo período, o triângulo superior direito em branco representa quantidades em estoque e o triângulo inferior esquerdo em cinza escuro representa o *backlogging* (atraso na entrega).

O modelo I considera apenas um item e um recurso e este trabalho pretende ampliá-lo para vários itens e vários recursos. Essa alteração exige o gerenciamento da capacidade, pois um recurso pode ser utilizado para produção de mais de um item, ou seja, pode ser compartilhado, e o tempo de processamento pode variar de acordo com o item, sendo assim a capacidade não pode mais ser expressa em unidades, pois um recurso pode fazer diferentes quantidades de cada item. No novo modelo (Modelo II) a capacidade será expressa em unidade de tempo (horas, minutos ou segundos), para os modos de produção normal e horas extras, para o modo terceiro continua sendo expressa em unidades de item.

|     | 1   | 2   | ... | n   |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1N  |     |     |     |     |
| 1H  |     |     |     |     |
| 1T  |     |     |     |     |
| 2N  |     |     |     |     |
| 2H  |     |     |     |     |
| 2T  |     |     |     |     |
| ... | ... | ... | ... | ... |
| nN  |     |     |     |     |
| nH  |     |     |     |     |
| nT  |     |     |     |     |

QUADRO 4 – Apresentação da matriz de resultados do Modelo I  
FONTE: Os autores (2015).

Para inclusão de novas famílias de itens  $f = 1, 2, \dots, F$  os períodos foram subdivididos, criando assim novas colunas, conforme (QUADRO 5).

|     | 1          |            |     |            | 2          |            |     |            | ... | n          |            |     |            |
|-----|------------|------------|-----|------------|------------|------------|-----|------------|-----|------------|------------|-----|------------|
|     | 1          | 2          | ... | F          | 1          | 2          | ... | F          | ... | 1          | 2          | ... | F          |
| 1N  | $x_{1N11}$ | $x_{1N21}$ | ... | $x_{1NF1}$ | $x_{1N12}$ | $x_{1N22}$ | ... | $x_{1NF2}$ | ... | $x_{1N1n}$ | $x_{1N2n}$ | ... | $x_{1NFn}$ |
| 1H  | $x_{1H11}$ | $x_{1H21}$ | ... | $x_{1HF1}$ | $x_{1H12}$ | $x_{1H22}$ | ... | $x_{1HF2}$ | ... | $x_{1H1n}$ | $x_{1H2n}$ | ... | $x_{1HFn}$ |
| 1T  | $x_{1T11}$ | $x_{1T21}$ | ... | $x_{1TF1}$ | $x_{1T12}$ | $x_{1T22}$ | ... | $x_{1TF2}$ | ... | $x_{1T1n}$ | $x_{1T2n}$ | ... | $x_{1TFn}$ |
| 2N  | $x_{2N11}$ | $x_{2N21}$ | ... | $x_{2NF1}$ | $x_{2N12}$ | $x_{2N22}$ | ... | $x_{2NF2}$ | ... | $x_{2N1n}$ | $x_{2N2n}$ | ... | $x_{2NFn}$ |
| 2H  | $x_{2H11}$ | $x_{2H21}$ | ... | $x_{2HF1}$ | $x_{2H12}$ | $x_{2H22}$ | ... | $x_{2HF2}$ | ... | $x_{2H1n}$ | $x_{2H2n}$ | ... | $x_{2HFn}$ |
| 2T  | $x_{2T11}$ | $x_{2T21}$ | ... | $x_{2TF1}$ | $x_{2T12}$ | $x_{2T22}$ | ... | $x_{2TF2}$ | ... | $x_{2T1n}$ | $x_{2T2n}$ | ... | $x_{2TFn}$ |
| ... | ...        | ...        | ... | ...        | ...        | ...        | ... | ...        | ... | ...        | ...        | ... | ...        |
| nN  | $x_{nN11}$ | $x_{nN21}$ | ... | $x_{nNF1}$ | $x_{nN12}$ | $x_{nN22}$ | ... | $x_{nNF2}$ | ... | $x_{nN1n}$ | $x_{nN2n}$ | ... | $x_{nNFn}$ |
| nH  | $x_{nH11}$ | $x_{nH21}$ | ... | $x_{nHF1}$ | $x_{nH12}$ | $x_{nH22}$ | ... | $x_{nHF2}$ | ... | $x_{nH1n}$ | $x_{nH2n}$ | ... | $x_{nHFn}$ |
| nT  | $x_{nT11}$ | $x_{nT21}$ | ... | $x_{nTF1}$ | $x_{nT12}$ | $x_{nT22}$ | ... | $x_{nTF2}$ | ... | $x_{nT1n}$ | $x_{nT2n}$ | ... | $x_{nTFn}$ |

QUADRO 5 - Quadro de planejamento da produção para F itens e vários recursos  
FONTE: Os autores (2015).

Ao incluir novos itens e recursos, houve a necessidade de novas informações através de uma matriz chamada de uso (QUADRO 6). Esse quadro relaciona quantas horas de cada recurso é necessária para produzir cada item de cada família.

O Modelo II fornece uma nova interpretação das variáveis:

- $c_{iwfj}$  - custo unitário de produção no período  $i$  e modo de produção  $w$  da família de itens  $f$  para entrega no período  $j$ ;
- $ce_{iwfj}$  - custo unitário de estoque dos produtos da família de itens  $f$  produzidos no período  $i$  e modo de produção  $w$  e entregues no período  $j$ ,  $i < j$ ;
- $cb_{iwfj}$  - custo unitário de atraso dos produtos da família de itens  $f$  produzidos no período  $i$  e modo de produção  $w$  e entregues no período  $i$  para atender com atraso a demanda do período  $j$ ,  $i > j$ ;
- $cap_{iw}^k$  - capacidade disponível no período  $i$  e modo de produção  $w$  para o recurso  $k$  em unidades de tempo para os modos de produção normal e horas extras e unidades de item para o modo de terceirização;
- $dem_{fj}$  - demanda requerida da família de itens  $f$  no período  $j$  em unidades de itens;
- $x_{iwfj}$  - quantidade a ser produzida da família de itens  $f$  no período  $i$  e modo de produção  $w$  e entregue no período  $j$ ;
- $u_{ifj}^k$  - tempo que cada família de item  $f$  no período  $j$  utiliza do recurso  $k$  para ser produzida no período  $i$ ;

A função objetivo (11) consiste em minimizar o custo total de produção:

## MODELO II

$$\begin{aligned} \min \sum_{i=1}^n \sum_{w=1}^3 \sum_{f=1}^F \sum_{j=i}^n c_{iwfj} x_{iwfj} &+ \sum_{i=1}^n \sum_{w=1}^3 \sum_{f=1}^F \sum_{j>i}^n (c_{iwfj} + ce_{iwfj}) x_{iwfj} \\ &+ \sum_{i=1}^n \sum_{w=1}^3 \sum_{f=1}^F \sum_{j<i}^n (c_{iwj} + cb_{iwj}) x_{iwj} \end{aligned} \quad (11)$$

Sujeito às restrições:

$$\sum_{j=1}^n \sum_{f=1}^F u_{ifj}^k x_{iwfj} \leq cap_{iw}^k \quad (i = 1, 2, \dots, n; \quad w = 1, 2, 3) \quad (12)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{w=1}^3 x_{iwfj} \geq dem_{fj} \quad (f = 1, 2, \dots, F; \quad j = 1, 2, \dots, n) \quad (13)$$

$$x_{iwfj} \in \mathbb{Z}^+ \\ (i = 1, 2, \dots, n; \quad w = 1, 2, 3; \quad f = 1, 2, \dots, F; \quad j = 1, 2, \dots, n)$$

A restrição (12) relaciona as capacidades às famílias de itens de acordo com quanto cada unidade de cada família de item  $f$  utiliza da capacidade de determinado recurso  $k$  para ser produzida. São definidos uma matriz  $u$  e um vetor  $cap$  para cada recurso  $k$ . A restrição (13) garante que a quantidade entregue em unidades de itens em cada período  $j$  tem que atender a demanda  $dem_{fj}$  requerida para aquele período.

Uma das vantagens da adaptação do modelo de transporte é a maneira como a solução pode ser apresentada ao usuário, na forma de quadro, informações compactas e visualmente claras em termos do que é atendido em tempo, o que fica atrasado e o que é



estocado, de cada item e período considerado no planejamento. Outra vantagem é usufruir de toda a teoria e algoritmos propostos que o modelo de transporte, devido a sua importância, têm disponível.

## 4 APLICAÇÃO DO MODELO II

Para mostrar uma aplicação do modelo II foram utilizados dados fictícios de forma a aparecerem condições para estoque e *backlogging* ao mesmo tempo.

Um aplicativo foi desenvolvido, de fácil utilização, voltado para pequenas empresas, sem nenhum processo formal de planejamento com base neste modelo II. O aplicativo tem como característica trabalhar com um horizonte de planejamento, custos diferenciados por período e modo de produção, permitir ou não estoque e/ou *backlogging*, avaliar alterações no planejamento em casos de alterações da demanda ou capacidade e possibilitar o gerenciamento fornecendo informações ao usuário. Os softwares Microsoft Excel e LINGO foram usados; o Excel como entrada e saída de dados e o LINGO como software de otimização. A automatização no Excel foi feita através do desenvolvedor Visual Basic.

Quanto à entrada de dados, as informações necessárias fornecidas pelo usuário, são: custo de produção, custo de estoque, multa por atraso de entrega, quantidade de períodos, capacidade e demanda de cada período. Como saída de dados tem-se o planejamento da produção. A capacidade agora deve ser informada em unidade de tempo e não mais em unidade de item para os modos de produção normal e horas extras, isso porque dependendo do tempo necessário para produzir um produto, um recurso pode produzir uma determinada quantidade de um produto e uma quantidade diferente de outro produto. E para relacionar as famílias de itens às capacidades dos recursos, e à quais recursos são necessários para produzir uma unidade de produto daquela família, criou-se a matriz de uso, conforme apresentado no capítulo anterior, uma matriz para cada recurso.

### 4.1 UM EXEMPLO

O exemplo que será apresentado a seguir tem o objetivo de mostrar o funcionamento do aplicativo, mas problemas de maior porte podem ser executados. O modelo também foi utilizado em uma empresa do segmento de alimentos com sucesso.

Seja um planejamento para 3 períodos, 2 famílias de itens e 2 recursos. Os itens podem ser estocados, terceirizados e entregues ao cliente com atraso. As demandas e capacidades para os períodos são apresentadas nos QUADROS 6 e 7, respectivamente.

| Período | 1   |    | 2   |    | 3   |     |
|---------|-----|----|-----|----|-----|-----|
| Item    | 1   | 2  | 1   | 2  | 1   | 2   |
| Demanda | 100 | 50 | 400 | 80 | 300 | 100 |

QUADRO 6 - Demanda

FONTE: Os autores (2015).

Os custos de produção são apresentados no QUADRO 8. O valor de 100 u.m. usado no QUADRO 8 significa que não é possível terceirizar no 1º período de planejamento.

| Período | Modo                                 | Capacidade<br>Recurso 1 | Capacidade<br>Recurso 2 |
|---------|--------------------------------------|-------------------------|-------------------------|
| i=1,2,3 | Normal<br>(em unidades de tempo)     | 44                      | 44                      |
|         | Hora extra<br>(em unidades de tempo) | 10                      | 10                      |
|         | Terceiro<br>(em unidades de item)    | 120                     | 120                     |

QUADRO 7 - Capacidade

FONTE: Os autores (2015).

Os custos de estoque por modo de produção e período em u.m. é de 0,2/período para o item 1 e 0,4/período para o item 2, independente do modo de produção. Os custos de atraso por modo de produção e período em u.m. considerados foram: 0,3/período por unidade do item 1 e 0,5/período para o item 2.

|                     | Período de entrega | 1   |     | 2   |     | 3   |     |
|---------------------|--------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Período de produção | Item<br>Modo       | 1   | 2   | 1   | 2   | 1   | 2   |
| 1                   | normal             | 2   | 4   | 2   | 4   | 2   | 4   |
|                     | hora extra         | 4   | 6   | 4   | 6   | 4   | 6   |
|                     | terceiro           | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 |
| 2                   | normal             | 2   | 4   | 2   | 4   | 2   | 4   |
|                     | hora extra         | 4   | 6   | 4   | 6   | 4   | 6   |
|                     | terceiro           | 6   | 8   | 6   | 8   | 6   | 8   |
| 3                   | normal             | 2   | 4   | 2   | 4   | 2   | 4   |
|                     | hora extra         | 4   | 6   | 4   | 6   | 4   | 6   |
|                     | terceiro           | 6   | 8   | 6   | 8   | 6   | 8   |

QUADRO 8 – Custos de produção por modo de produção e período em u.m.

FONTE: Os autores (2015).

A utilização dos recursos 1 e 2 estão representados nos QUADROS 9 e 10, respectivamente. A produção do item 1 utiliza 0,2 unidades do recurso 1, se for no modo normal ou em hora extra. No modo terceirizado como a capacidade disponível está em unidades de itens que a empresa terceirizada pode se comprometer a produzir, o uso do recurso é de 1 unidade por unidade demandada. Da mesma forma analisa-se o recurso 2.

|                     | Período de entrega | i=1,2,3 |     |
|---------------------|--------------------|---------|-----|
| Período de produção | Item<br>Modo       | 1       | 2   |
| i=1,2,3             | normal             | 0,2     | 0,5 |
|                     | hora extra         | 0,2     | 0,5 |
|                     | terceiro           | 1       | 1   |

QUADRO 9 – Uso do recurso 1

|                     | Período de entrega | i=1,2,3 |     |
|---------------------|--------------------|---------|-----|
| Período de produção | Item               |         |     |
|                     | Modo               | 1       | 2   |
| i=1,2,3             | normal             | 0,15    | 0,3 |
|                     | hora extra         | 0,15    | 0,3 |
|                     | terceiro           | 1       | 1   |

QUADRO 10– Uso do recurso 2

O resultado do planejamento está apresentado no QUADRO 11. Em nenhum dos períodos a capacidade normal foi suficiente para atender a demanda de qualquer item, mas com as horas extras foi possível atender a demanda do item 1 no 1º período. No 2º e 3º períodos a demanda do item 1 foi atendida com estoque. Quanto ao item 2, houve atraso na entrega do pedido do 1º período além de que a produção teve que ser terceirizada em todos os períodos. Essa situação pode ser interpretada da seguinte forma: se essa demanda alta acontece frequentemente, deve-se pensar em aumentar a capacidade da empresa, ou manter a terceirização dos produtos, comparando os custos e verificando qual das situações vale a pena, considerando a aquisição de novos recursos e mão de obra. Outra opção pode ser verificar qual o recurso gargalo e se é possível aumentar a capacidade, ou então não aceitar tantos pedidos para esse período. Esta é a função deste modelo de planejamento, discutir o impacto dos custos, da necessidade de ampliação de capacidade ou contratar terceiros, entre outros.

|                     | Período de entrega | 1  |    | 2   |    | 3   |     |
|---------------------|--------------------|----|----|-----|----|-----|-----|
| Período de produção | Item               |    |    |     |    |     |     |
|                     | Modo               | 1  | 2  | 1   | 2  | 1   | 2   |
| 1                   | normal             | 60 | 0  | 160 | 0  | 0   | 0   |
|                     | hora extra         | 40 | 4  | 0   | 0  | 0   | 0   |
|                     | terceiro           | 0  | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   |
| 2                   | normal             | 0  | 0  | 190 | 0  | 30  | 0   |
|                     | hora extra         | 0  | 0  | 50  | 0  | 0   | 0   |
|                     | terceiro           | 0  | 46 | 0   | 74 | 0   | 0   |
| 3                   | normal             | 0  | 0  | 0   | 0  | 220 | 0   |
|                     | hora extra         | 0  | 0  | 0   | 0  | 50  | 0   |
|                     | terceiro           | 0  | 0  | 0   | 6  | 0   | 100 |

QUADRO 11- Resultado do Planejamento

FONTE: Os autores (2015).

## 5 CONCLUSÕES FINAIS

Durante o desenvolvimento desse trabalho o modelo do transporte foi adaptado para o planejamento da produção. A adaptação para apenas um tipo de item e com um recurso foi simples, encontrada inclusive na bibliografia pesquisada tal como em [2] do trabalho de Eregunc e Tufekci. A ampliação do modelo para vários itens e vários recursos gerou o modelo II, e incluiu a criação de uma nova matriz, chamada de matriz de uso, e de novos vetores de capacidade, além de incluir novas colunas na matriz de

custos e decisão, em consequência do planejamento para várias famílias de itens. Um aplicativo foi desenvolvido para resolver o modelo. O modelo proposto permite trabalhar com um horizonte de planejamento, famílias de itens e recursos, custos diferenciados por período e modo de produção, possibilita ao usuário escolher se quer ou não terceirizar, estocar e/ou atrasar pedidos. Para as duas últimas situações se escolher a opção de estocar e/ou atrasar, pode determinar por quantos períodos. Com todas essas características o modelo possibilita o gerenciamento da produção, porque fornece informações confiáveis ao usuário e/ou gestor, mostrando quais as variações no comportamento do planejamento no caso de alterações de capacidade, demanda, políticas de terceirização, estoque e atrasos.

## **6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- [1] ARENALES, M.; ARMENTANO, V.; MORABITO, R.; YANASSE, H. **Pesquisa Operacional**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007.
- [2] EREGUNC, S. S.; TUFEKCI, S. **A transportation type aggregate production model with bounds on inventory and backordering**. European Journal of Operational Research, 35: 414-425, 1988.
- [3] GAITHER, N.; FRAZIER, G. **Administração de produção e operações**. 8. ed. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2002.
- [4] PIZZOLATO, A. L.; GANDOLPHO, A. A. **Técnicas de Otimização**. Rio de Janeiro, LTC, 2012.