

APLICAÇÃO DA PROGRAMAÇÃO LINEAR PARA OTIMIZAÇÃO DO MIX DE PRODUÇÃO: ESTUDO DE CASO DE UMA VENDEDORA AUTÔNOMA NO RIO DE JANEIRO

Matheus Macena Bastos

Centro Universitário Augusto Motta

Av. Paris, 84 - Bonsucesso, Rio de Janeiro - RJ, 21041-020

mt.macena@gmail.com

RESUMO

Dado o expressivo aumento no trabalho autônomo no Brasil, muitos deles no setor alimentício, é relevante estudar a aplicação de técnicas de pesquisa operacional, a fim de buscar um melhor desempenho para esses trabalhadores, além de se quantificar os custos de fabricação de seus produtos e maximizar o lucro dos mesmos. Nesse sentido, esse estudo utiliza um referencial bibliográfico para apoiar a criação e otimização de um modelo matemático, buscando a solução ótima de produção para uma vendedora autônoma de doces, na região de Seropédica (RJ). Através de técnicas de programação linear, é possível definir o seu mix de produção objetivando o lucro máximo.

Palavra-chave: programação linear; mix de produção; simplex; maximização de lucro.

ABSTRACT

Given the significant increase of self-employment in Brazil, many of them in the food sector, it is relevant to study the application of operational research techniques in order to seek a better performance for these workers, as well as to quantify the manufacturing costs of their products and maximize their profit. Therefore, this paper uses a bibliographic review to support the creation and optimization of a mathematical model, seeking the optimal production solution for an autonomous candy seller in the Seropédica (RJ) region. Through linear programming techniques, it will be possible to define your production mix for maximum profit.

Keywords: linear programming; production mix; simplex; profit maximization.

Como citar:

BASTOS, Matheus Macena. Aplicação da programação linear para otimização do mix de produção: estudo de caso de uma vendedora autônoma no rio de janeiro. In: SIMPÓSIO DE PESQUISA OPERACIONAL E LOGÍSTICA DA MARINHA, 19., 2019, Rio de Janeiro, RJ. **Anais** [...]. Rio de Janeiro: Centro de Análises de Sistemas Navais, 2019.

1. INTRODUÇÃO

Dado o expressivo aumento no trabalho autônomo no Brasil, muitos deles no setor alimentício, é relevante estudar a aplicação de técnicas de pesquisa operacional, a fim de buscar um melhor desempenho para esses trabalhadores, além de se quantificar os custos de fabricação de seus produtos e maximizar o lucro dos mesmos.

De acordo com dados da PNAD (Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua), numa pesquisa realizada em novembro de 2018, o número de trabalhadores informais no Brasil chega a 35 milhões. Muitos deles abrem seu próprio negócio, produzindo bens e serviços para comercializar geralmente em seu próprio bairro. Contudo, esse serviço é feito sem a aplicação de nenhuma técnica simples de controle da produção.

Segundo Jensson (1988), na maioria dos sistemas de produção, o planejamento é baseado nas previsões de vendas. As raízes da maioria dos problemas de decisão estão nas flutuações do mercado, enquanto as matérias-primas são encomendadas conforme necessário.

Para Slack et al (2013), a administração da produção é, acima de tudo, um assunto prático que trata de problemas reais. Independentemente de seu tamanho ou seguimento de atuação, as organizações precisam entregar serviços de qualidade aos clientes. Até mesmo empresas menores podem obter vantagens significativas através de uma produção eficiente.

Técnicas de otimização vem sendo muito utilizadas na resolução de problemas de produção. A modelagem matemática é a principal ferramenta que busca solucionar problemas e posteriormente, através de um algoritmo, apresentar resultados para esse modelo. Um exemplo desses modelos é a *Programação Linear*. (ARENALES et al, 2015).

De acordo com Silva et al (2010), a Programação Linear é um modelo utilizado para auxiliar nas tomadas de decisão visando a maior eficiência possível dos recursos disponíveis em cada sistema de produção, a fim de alcançar os objetivos estabelecidos pela empresa. Os problemas de programação linear são equações que expressam algo a ser alcançado, além das limitações dos recursos.

Na pesquisa de Melo et al (2018) utilizou-se a Programação Linear para minimizar custos de produção de um microempreendedor, que comercializa geleias caseiras.

Já no trabalho de Oliveira et al (2015) a mesma técnica foi utilizada para melhorar a roteirização realizada por um motorista autônomo pela região de São Paulo, objetivando a redução de custos de transporte e aumentar o nível de excelência do serviço.

Diante disso, esse estudo utiliza um referencial bibliográfico para apoiar a criação e otimização de um modelo matemático, buscando a solução ótima de produção para uma vendedora autônoma de doces, na região de Seropédica (RJ). Através de técnicas de

Programação Linear, segundo Passos (2008), será possível definir o seu mix de produção, objetivando o lucro máximo.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. PESQUISA OPERACIONAL

O termo *Pesquisa Operacional*, comumente chamada de PO, surge durante a Segunda Guerra Mundial, com a necessidade de buscar eficiência na alocação de recursos para as mais diversas operações militares. (ARENALES et al, 2015).

Segundo Hillier et al (2013) o fator que contribuiu para o crescimento da PO foi a evolução da computação, pois suas técnicas exigem um grande volume de processamento de dados. Não era uma opção fazer tantos cálculos à mão.

Com o sucesso das aplicações da PO, as empresas passam a utilizar suas técnicas para resolver problemas administrativos e apoiar a tomada de decisão, visando manter seus negócios competitivos no mercado. Uma das técnicas mais comuns de PO é a Programação Linear. (ANDRADE, 2012).

2.2. PROGRAMAÇÃO LINEAR

A Programação Linear (PL) é uma técnica de solução para problemas de alocação de recursos, sendo eles expressos por um modelo de otimização em que as relações matemáticas são lineares. Essa técnica define a melhor distribuição possível para os recursos a fim de alcançar o objetivo desejado, como por exemplo, o lucro máximo de vendas. As etapas de *modelagem matemática* passam primeiramente pela formulação do problema em questão, depois a definição das *variáveis* e as relações matemáticas sendo elas a *função objetivo* e as *restrições* (ANDRADE, 2012).

Para Moreira (2017) a modelagem matemática faz parte do estágio de detecção, formulação e implementação de um modelo quantitativo, sendo este expresso através de símbolos e relações matemáticas. Entender o problema e representa-lo matematicamente é uma etapa fundamental para o desenvolvimento da PO.

De acordo com Colin (2007) um *modelo* é uma simulação simplificada da realidade descrita na forma de equações matemáticas. As *variáveis* são elementos do modelo que podem ser controladas pelo tomador de decisão. *Função objetivo* é uma função matemática que relaciona as variáveis representando o objetivo do tomador de decisão, podendo ser maximizada (gerar lucro) ou minimizada (reduzir custos). Um *parâmetro* é uma constante associada a variável, que não pode ser controlado pelo tomador de decisão. *Restrições* são as regras de limitação para os recursos necessários para cumprir o objetivo.

Segundo com Melo et al (2018) um modelo de programação linear pode ser definido abaixo:

$$\text{Máx ou Min } f(x_1, x_2, \dots, x_i)$$

$$k_1x_1 + k_2x_2 + \dots + k_ix_i \{ \leq, =, \geq \} b_1$$

$$k_1x_1 + k_2x_2 + \dots + k_ix_i \{ \leq, =, \geq \} b_j$$

$$x_1, x_2, \dots, x_i \geq 0$$

Onde: k é um parâmetro, x é uma variável, b_j representa as limitações de recursos. A função objetivo é, portanto, limitada pelas restrições.

No modelo apresentado nesse trabalho, e desenvolvido na seção 3.3, as variáveis serão a quantidade do sabor de doce produzido, os parâmetros serão o lucro por cada unidade de doce e a função objetivo será o somatório da multiplicação dos parâmetros pelas variáveis.

Para a resolução do problema será utilizado um dos métodos mais essenciais de PO, o *método Simplex*, desenvolvido por George Dantzig em 1947. (HILLIER et al, 2013).

2.3. MÉTODO SIMPLEX

Segundo Moreira (2017) o método simplex é um algoritmo utilizado para resolver problemas de PL. Esse algoritmo faz uma sequência de cálculos objetivando encontrar a solução ótima. Como o procedimento de execução manual do Simplex é exaustivo e em suas etapas podem ocorrer erros, é comum o uso de computadores para trabalhar com o algoritmo.

Nesse contexto, Andrade (2012), Hillier et al (2013) e Moreira (2017) defendem o uso de softwares específicos e ferramentas computacionais para trabalhar com o algoritmo do Simplex. Esses programas requerem a inserção de dados manualmente, enquanto que os cálculos são feitos de forma automática entregando a solução ótima. Para esse estudo será utilizado o aplicativo *Linear Optimization Lite*, objetivando simplificar os cálculos de maximização do modelo de PL.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

3.1. BIBLIOMETRIA

Como medida inicial, realizou-se um estudo bibliométrico no dia 25 de abril de 2019, para analisar a evolução dos temas abordados nesse trabalho. Foram reunidos dados da base *Scopus*, por ser amplamente utilizada. As palavras-chave selecionadas para a consulta de pesquisa foram sequencialmente: *linear programming; food; production; sales; profit*. Os resultados obtidos foram plotados no gráfico abaixo.

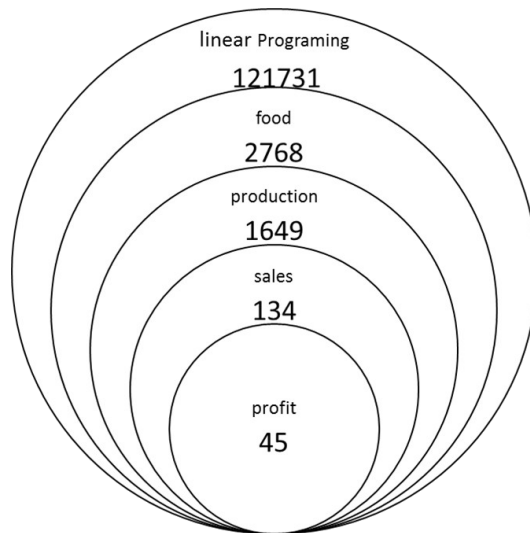


Figura 1. Gráfico Venn dos resultados bibliométricos

Fonte: Elaborado pelo autor, 2019

Dos 45 resultados obtidos, 39 se concentraram nos últimos 10 anos. Destaque para os anos de 2016, com 10 publicações, e 2019, que já possui 7 publicações nos seus 5 primeiros meses. Essa evolução ilustra a atualidade do assunto e torna a pesquisa relevante para os dias de hoje. A análise completa pode ser vista no gráfico abaixo:

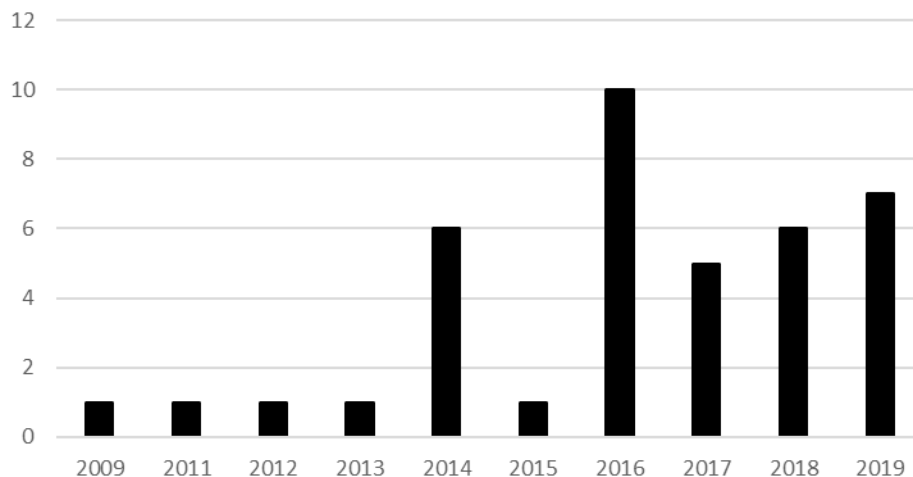


Figura 2. Gráfico dos resultados bibliométricos por ano

Fonte: Elaborado pelo autor, 2019

Também foi feito um corte de resultados por país, destacando-se EUA (12), China (7), França (7) e Irã (6). Nota-se que o Brasil não teve nenhuma publicação.

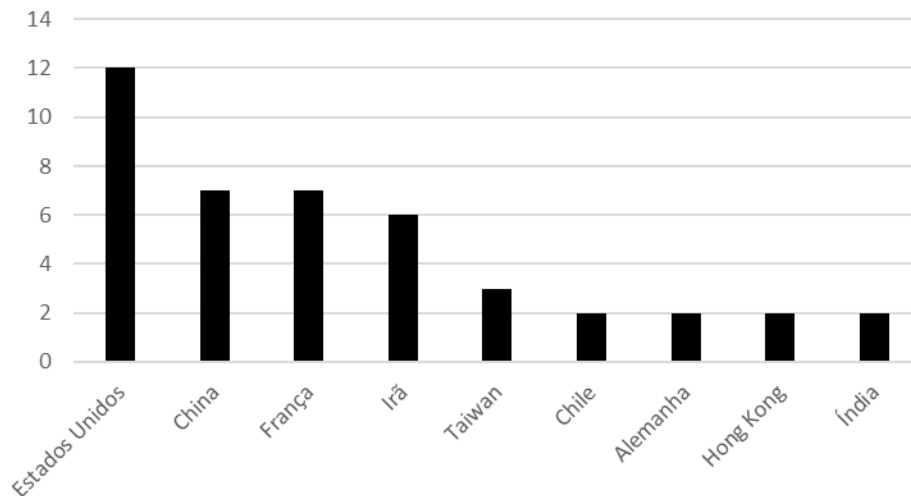


Figura 3. Gráfico dos resultados bibliométricos por país

Fonte: Elaborado pelo autor, 2019

Dentre os trabalhos verificados nesse estudo, podemos citar o de Pall Jensson, que em 1988 trabalhou a pesquisa operacional em empresas de processamento de peixes. Essa foi a primeira de todas as publicações encontradas na bibliometria.

Hanson (1990), já defendia a modelagem matemática para precificação, já que quase nenhum algoritmo era utilizado para esse fim. Em sua pesquisa é mostrada a importância disso para a seleção de produtos que compunham a linha de produção das empresas.

Na pesquisa de Kaur et al (2015), os resultados obtidos através de várias técnicas multicritérios, na seleção de fornecedores, foram otimizados através da modelagem matemática visando reduzir o desvio de resultados entre eles.

3.2. ESTUDO DE CASO

Foi feito um estudo de caso de uma vendedora autônoma de doces, na região de Seropédica-RJ, que produz *fondue* de sabores diferentes. Esse estudo teve início a partir de uma entrevista pessoal com a vendedora, para o levantamento de dados como: custos de fabricação dos doces, quantidade de público para vendas, necessidade de material para produzir uma unidade, etc. A partir dessa entrevista, foi possível modelar o problema encontrando a função objetivo e suas respectivas restrições.

A vendedora produz quatro sabores de *fondue*, doce que é basicamente feito com frutas e cobertura de chocolate, sendo eles: morango, banana, uva e kiwi. O capital a ser investido para o próximo dia de vendas é de 100 reais. Os custos de fabricação e o lucro podem ser vistos na tabela a seguir:

<i>Fondue</i>	Custo de Produção	Preço de Venda	Lucro
Morango	R\$ 1,10	R\$ 3,00	R\$ 1,90
Banana	R\$ 0,70	R\$ 3,00	R\$ 2,30
Uva	R\$ 0,95	R\$ 3,00	R\$ 2,05
Kiwi	R\$ 1,20	R\$ 3,00	R\$ 1,80

Figura 4. Tabela de levantamento de lucro

Fonte: Elaborado pelo autor, 2019

É esperado um público de aproximadamente 800 pessoas durante um evento mensal conhecido como “feira dos empreendedores”, contudo a vendedora relatou que a média de *fondues* vendidos nesse evento é de 74 unidades. Eram produzidas 25 unidades de cada sabor, mas o sabor morango acabava muito rápido enquanto os outros sobravam. Por conta disso, considerou-se que a produção do sabor morango deveria aumentar. O percentual de vendas pode ser visto na tabela a seguir:

<i>Fondue</i>	Qtd. Produzida	Qtd. Vendida	Venda
Morango	25	25	100%
Banana	25	18	72%
Uva	25	9	36%
Kiwi	25	22	88%

Figura 5. Tabela de quantidade de vendas

Fonte: Elaborado pelo autor, 2019

Com essas informações foi possível modelar o problema, obtendo a função objetivo e as restrições. A função objetivo será o somatório do valor de lucro encontrado, multiplicado por cada variável. As restrições serão o capital máximo de investimento que não deve ultrapassar 100 reais, e as médias de vendas dos produtos.

Após a otimização do mesmo, será possível responder o quanto a vendedora deverá produzir de cada sabor, a quantidade de matéria prima que ela deverá comprar para obter essa quantidade e além disso, obter o lucro máximo para as vendas.

3.3. PROGRAMAÇÃO LINEAR

Com base nos dados levantados no estudo de caso, foi possível iniciar a otimização da função lucro. Para isso será utilizado o método Simplex para resolver o problema de PL. O problema está estruturado da seguinte forma:

$$\left. \begin{array}{l} X1 = \text{morango} \\ X2 = \text{banana} \\ X3 = \text{uva} \\ X4 = \text{kiwi} \end{array} \right\} \text{Variáveis}$$

$$L = 1,9X1 + 2,3X2 + 2,05X3 + 1,8X4 \quad \text{Função objetivo}$$

$$\left. \begin{array}{l} X2 \leq 18 \\ X3 \leq 9 \\ X4 \leq 22 \\ 1,1P1 + 0,7P2 + 0,75P3 + 1,2P4 \leq 100 \\ X1, X2, X3, X4 \geq 0 \end{array} \right\} \text{Restrições}$$

Os dados foram inseridos no software *Linear Optimization Lite* e foram obtidos os seguintes resultados:

	X1	X2	X3	X4	F1	F2	F3	F4	val
F1	0	1	0	0	1	0	0	0	18
F2	0	0	1	0	0	1	0	0	9
F3	0	0	0	1	0	0	1	0	22
F4	1,1	0,7	0,75	1,2	0	0	0	1	100
L	1,9	2,3	2,05	1,8	0	0	0	0	0
	X1	X2	X3	X4	F1	F2	F3	F4	val
X2	0	1	0	0	1	0	0	0	18
X3	0	0	1	0	0	1	0	0	9
F3	0	0	0	1	0	0	1	0	22
X1	1	0	0	1,09	-0,64	-0,68	0	0,91	73,32
L	0	0	0	0,27	1,09	0,75	0	1,73	199,15

Figura 6. Tabelas do método Simplex. Adaptado do software *Linear Optimization Lite*

Fonte: Elaborado pelo autor, 2019

A partir desses resultados foi possível definir o valor das variáveis, onde:

$$X1 = 73 \text{ fondues de morango}$$

$$X2 = 18 \text{ fondues de banana}$$

$$X3 = 9 \text{ fondues de uva}$$

$$X4 = 0 \text{ fondues de kiwi}$$

$$L = 199,15 \text{ de lucro máximo}$$

Com a função objetivo otimizada, podemos comparar os lucros obtidos antes e depois da aplicação da técnica:

Fondue	Quantidade vendida	Lucro
Morango	25	47,5
Banana	18	41,4
Uva	9	18,45
Kiwi	22	39,6
	Total	146,95
Fondue	Projeção de vendas	Lucro
Morango	73	138,7
Banana	18	41,4
Uva	9	18,45
Kiwi	0	0
	Total	198,55

Figura 7. Tabelas comparativas de lucro total

Fonte: Elaborado pelo autor, 2019

Como pode ser visto na figura 7, o aumento do lucro esperado é de R\$ 51,60. A próxima tabela de comparação mostra que para produzir a mesma quantidade de *fondues*, a vendedora só precisará de um investimento de R\$ 5,90 a mais, o que também proporciona um melhor aproveitamento do capital de investimento.

Fondue	Quantidade Produzida	Custo
Morango	25	27,5
Banana	25	17,5
Uva	25	18,75
Kiwi	25	30
	Total	93,75
Fondue	Quantidade Produzida	Custo
Morango	73	80,3
Banana	18	12,6
Uva	9	6,75
Kiwi	0	0
	Total	99,65

Figura 8. Tabelas comparativas de custo total

Fonte: Elaborado pelo autor, 2019

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A aplicação da programação linear para otimização do mix de produção da vendedora mostrou-se eficiente, obtendo um valor de 35,11% a mais de lucro. Obviamente, a instrução para a produção não pode prever sazonalidades, assim, cabe a coleta constante de dados para que, a cada evento, a vendedora consiga um mix de produção cada vez mais próximo do ideal, atendendo todos os clientes e obtendo sempre o lucro máximo.

Vale lembrar também, que a obtenção de dados foi feita através de uma entrevista pessoal e que, os valores de lucro por cada unidade de *fondue* produzida foram obtidos através de cálculos feitos pelo autor.

O sabor morango não recebeu nenhuma restrição, devido aos relatos em entrevista de que o sabor era muito pedido pelos clientes. Com relação ao sabor Kiwi, que no resultado final apresentou valor zero, notou-se que o lucro unitário era o menor de todos, assim, o método Simplex priorizou a produção de sabores com maiores lucratividades. Em trabalhos futuros, podem ser acrescentadas restrições de produção mínima superiores a 0 (zero).

Para próximas pesquisas, aconselha-se o acompanhamento do(a) vendedor(a) por mais tempo, fazendo o levantamento de dados durante mais eventos de venda, tornando assim a solução ótima cada vez mais precisa.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRADE, Eduardo Leopoldino de. Introdução à pesquisa operacional: métodos e modelos para análise de decisões. 4.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012.

ARENALES, M. et al. Pesquisa operacional. 2.ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2015.

COLIN, Emerson Carlos. Pesquisa operacional: 170 aplicações em estratégia, finanças, logística, produção, marketing e vendas. Rio de Janeiro: LTC, 2007.

HANSON, W. Optimal Bundle Pricing. Management Science, 1990.

HILLIER, Frederick S. et al. Introdução à pesquisa operacional. 9.ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.

INFORMALIDADE E TRABALHO AUTÔNOMO BATEM RECORDE NO BRASIL. Disponível em: <<https://noticias.r7.com/economia/informalidade-e-trabalho-autonomo-batem-recorde-no-brasil-06112018>>. Acesso em: 12 mar. 2019.

JENSSON, P. Daily Production Planning in Fish Processing Firms. European Journal of Operational research. 1988.

KAUR, H. et al. An Integer Linear Program for Integrated Supplier Selection: A Sustainable Flexible Framework. Global Journal of Flexible Systems Management. 2015.

MELO, K. E. et al. Minimização dos custos de compras para o microempreendedor individual utilizando a programação linear: um estudo de caso em um empreendimento de geleias caseiras. Anais do Congresso Brasileiro de Custos, São Leopoldo, RS. 2018.

MOREIRA, Daniel Augusto. Pesquisa operacional: curso introdutório. 2.ed. São Paulo: Cengage Learning, 2017.

OLIVEIRA, I. H. I. et al. Utilização da pesquisa operacional para otimização de rotas de um motorista autônomo na região de São Paulo. Anais do Simpósio de Excelência em Gestão e Tecnologia, 2015.

PASSOS, E.J. Programação linear como Instrumento da Pesquisa Operacional. São Paulo: Atlas, 2008.

SILVA, E et al. Pesquisa operacional: programação linear, simulação. 3.ed. São Paulo: Atlas, 2010.

SLACK, N. et al. Princípios de administração da produção. São Paulo: Atlas. 2013.