

**PROBLEMA DE ROTEIRIZAÇÃO DE VEÍCULOS COM MULTI-COMPARTIMENTOS COM COLETA E ENTREGA MISTA RESTRITA****Carlos Leonardo Ramos Póvoa**

Universidade Estadual do Norte Fluminense (UENF)  
Av. Alberto Lamego, 2000 - Parque Califórnia - Campos dos Goytacazes - RJ  
[clrp@uenf.br](mailto:clrp@uenf.br)

**Geraldo Galdino de Paula Jr.**

Universidade Estadual do Norte Fluminense (UENF)  
[galdino@uenf.br](mailto:galdino@uenf.br)

**Laura Moreira Vasconcelos Lima da Silva**

Universidade Estadual do Norte Fluminense (UENF)  
[lauramoreira@pq.uenf.br](mailto:lauramoreira@pq.uenf.br)

**Júlia Landeira Moreira**

Universidade Estadual do Norte Fluminense (UENF)  
[julialandeira98@gmail.com](mailto:julialandeira98@gmail.com)

**RESUMO**

Este artigo apresenta o problema de roteirização de veículos com multi-compartimentos com coleta e entrega mista restrita (MC-PRVCEMR). O mesmo é uma generalização do problema de roteirização de veículos com entregas e coletas, possibilitando o decisor a escolher o quanto de capacidade livre do veículo será aceito antes de começar a fazer as coletas. Uma heurística GRASP foi desenvolvida para solução do problema, bem como um procedimento de verificação de inserção do cliente na rota. O algoritmo foi testado com 46 instâncias, e apesar da utilização de um procedimento simples de busca local, o mesmo apresentou resultados compatíveis com a literatura.

**Palavra-chave:** Logística; Transporte; Roteirização de Veículos; Heurística; Otimização

**ABSTRACT**

This paper presents the problem of vehicle routing with multi-compartments with pickup and restricted mixed delivery (MC-PRVCEMR). The same is a generalization of the problem of vehicle routing with deliveries and pickups, allowing the decision maker to choose how much free capacity of the vehicle will be accepted before starting to make the pickups. A GRASP heuristic has been developed to solve the problem, as well as a procedure to verify the customer's insertion in the route. The algorithm was tested with 46 instances, and despite the use of a simple local search procedure, it presented results compatible with the literature.

**Keywords:** Logistics; Transportation; Routing; Heuristic; Optimization

## 1. INTRODUÇÃO

O problema clássico de roteirização de veículos (PRV) consiste em definir roteiros que minimizem o custo total de atendimento, cada um dos quais iniciando e terminando no depósito ou base de veículos, assegurando que cada cliente seja visitado, ou seja, tenha suas mercadorias entregues, exatamente uma vez e a demanda em qualquer rota não exceda as restrições do veículo que a atenda (LAPORTE ET AL., 2000).

O problema de roteirização de veículos com coleta e entrega difere do problema clássico de roteirização por permitir que os veículos façam entregas e coletas de mercadorias. O problema aparece pela primeira vez no trabalho de Deif e Bodin (1984) e pode ser enquadrado como um problema de otimização aplicado a logística reversa, que visa planejar o transporte de produtos aos clientes, bem como o retorno de mercadorias ou embalagens (resíduos) para centros de reciclagem ou depósitos. Um exemplo prático são as indústrias de alimentos, na qual as embalagens devem ser coletadas para reciclagem. Outro exemplo pode ser encontrado na distribuição de bebidas, dentre outros.

Nesse problema de roteirização, o conjunto de clientes a serem atendidos são particionados em dois, os que requerem entrega (*linehaul*), e os que demandam coleta (*backhaul*). O problema pode ser dividido em quatro classes, segundo o trabalho de Parragh et al. (2008). Na primeira classe, os clientes de entrega devem ser visitados antes dos clientes de coleta, esse problema é conhecido na literatura como *vehicle routing with backhauls* (PRVB). Na segunda, os clientes de coleta são permitidos em qualquer ponto da rota, desde que a capacidade do veículo não seja violada, problema esse conhecido como roteirização de veículos com coleta e entrega mista (PRVCEM). Na terceira classe, clientes que demandam coleta e entrega podem ser visitados duas vezes. Na quarta, tem-se o caso de coleta e entrega simultânea, onde os consumidores demandam coleta e entrega ao mesmo tempo. Essa questão é conhecida na literatura como problema de roteirização de veículos com coleta e entrega simultânea (PRVCES).

O problema de roteirização com coleta e entrega mista foi estudado pela primeira vez por Wade e Salhi (2002). Os autores apresentam uma heurística de inserção gulosa para resolver o problema. Experimentos computacionais foram feitos com instâncias PRVB e foi demonstrado que melhorias podem ser alcançadas pela incorporação da mistura entre as coletas e entregas em qualquer momento da rota.

Crispim e Brandão (2005) propuseram um algoritmo híbrido para a solução do PRVCEM e conseguiram melhores soluções em todas as instâncias de Salhi e Nagy (1999). Ropke e Pisinger (2006) usaram ALNS (*Adaptive Large Neighborhood Search*) para resolver o problema e obtiveram uma redução de 10% nas mesmas instâncias.

Estudos mais atuais visam correlacionar o problema de roteirização de veículos com coleta e entrega a questões ambientais. Turkensteen e Hasle (2017) realizam uma avaliação dos efeitos da emissão de carbono na atmosfera, constatando que entregas e coletas mistas geram economias de 20% a 40% dessa ameaça ao meio ambiente.

O objetivo do presente trabalho é descrever o problema de roteirização de veículos com multi-compartimentos com coleta e entrega mista restrita, bem como o desenvolvimento de uma heurística GRASP para a solução do mesmo. Experimentos computacionais foram realizados para avaliar o algoritmo. Destaca-se que não existe referência a esse problema na literatura até o momento.

O artigo é estruturado em quatro seções, além da introdução. A segunda seção é dedicada em descrever o problema de roteirização de veículos com multi-compartimentos com coleta e entrega mista restrita; a terceira apresenta o algoritmo GRASP desenvolvido para resolver o problema; a quarta seção apresenta os experimentos computacionais com instâncias da literatura; e por fim, na última seção são feitas as conclusões.

## 2. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

O presente estudo foca na classe do problema de roteirização com coleta, conhecida como mista e restrita. Alguns pesquisadores optam por seguir a linha que aponta que um veículo não pode realizar coletas até todas as entregas serem feitas. De acordo com Nagy et al. (2013), no Problema de Roteirização de Veículos com Coleta e Entrega Mista Restrita, supõe-se que o veículo sai do depósito carregando somente os itens a serem entregues, passando a realizar coletas em algum momento da rota, fazendo com que ocorra uma mistura das mercadorias, finalizando com o veículo chegando novamente ao depósito somente com as coletas realizadas. Para isso, faz-se necessário checar a capacidade do veículo a todo momento, já que o nível de mercadorias pode aumentar ou diminuir de acordo com a ordem dos clientes de entrega e coleta na rota, explicitando uma questão mais complexa a ser resolvida.

O problema proposto está sujeito a uma restrição de capacidade do veículo, como mencionado anteriormente. Casco et. al (1988) apresenta a existência do fator  $\gamma$ , que indica a capacidade livre do veículo disponível antes das coletas. Pode-se notar que quando o  $\gamma$  é 100%, o veículo precisa estar totalmente livre para começar a realizar as coletas, isto é, o problema é reduzido para o Problema de Roteirização de Veículos com *Backhauls* (PRVB), o qual as entregas são feitas por completo antes do início das coletas, perdendo o caráter misto do estudo. Já com  $\gamma$  igual a 0%, o caminhão tem disponibilidade de realizar entregas e coletas a todo momento, respeitando apenas a sua capacidade máxima, caracterizando o Problema de Roteirização de Veículos com Coleta e Entrega Mista (PRVCEM). Quando o  $\gamma$  se encontra entre 0% e 100%, o problema é denominado Problema de Roteirização de Veículos com Coleta e Entrega Mista Restrita (PRVCEMR), demandando uma determinada capacidade livre do veículo para iniciar as coletas.

Considera-se três casos ilustrativos dos problemas descritos acima, sendo o primeiro uma representação do Problema de Roteirização de Veículos com *Backhauls* (PRVB), com o  $\gamma$  igual a 100%; o segundo indicando o Problema de Roteirização de Veículos com Coleta e Entrega Mista (PRVCEM), com o  $\gamma$  igual a 0%, que permite entregas e coletas totalmente alternadas, desde que não exceda a capacidade total do veículo; e por fim, o último caso caracteriza o Problema de Roteirização de Veículos com Coleta e Entrega Mista Restrita (PRVCEMR), com o  $\gamma$  escolhido de 50%, fazendo com que o veículo precise da metade de sua capacidade livre para iniciar as coletas.

Nos exemplos das Figuras 1, 2 e 3, o depósito, identificado pela cor verde, está situado no ponto (0,1). Há três clientes de entrega localizados nos pontos (1,1), (1,0) e (2,0), preenchidos de azul, com demanda única. Os clientes de coleta estão representados pela cor laranja e se encontram nos pontos (0,0) e (2,1), cada um possuindo uma unidade a ser coletada. O veículo possui um único compartimento e a capacidade máxima é de 3 unidades. A distância entre os nós é unitária.

Na Figura 1, a rota 0-1-3-2-4-5-0 possui distância de  $5 + \sqrt{5} \simeq 7,24$ , já que independente da posição dos nós de entrega e coleta, por ser PRVB ( $\gamma = 100\%$ ), é necessário esvaziar totalmente o veículo para iniciar as coletas. Na Figura 2, a partir do PRVCEM ( $\gamma = 0\%$ ), a rota 0-1-4-2-3-5-0 possui tamanho de 6, observando uma melhoria de aproximadamente 17% se comparado com o PRVB. Na última exemplificação, a Figura 3 mostra que a distância da rota 0-1-2-4-3-5-0 é de  $4 + 2\sqrt{2} \simeq 6,83$ , com melhoria de aproximadamente 12% se comparada ao PRVB, já que agora se trata do PRVCEMR ( $\gamma = 50\%$ ).

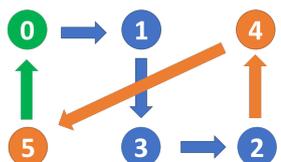


Figura 1 - PRVB ( $\gamma = 100\%$ )

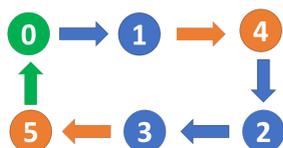


Figura 2 - PRVCEM ( $\gamma = 0\%$ )

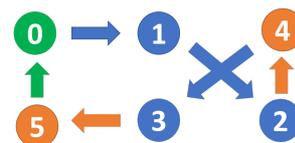


Figura 3 - PRVCEMR ( $\gamma = 50\%$ )

O problema de roteirização de veículos com multi-compartimentos com coleta e entrega mista restrita (MC-PRVCEMR) pode ser definido da seguinte forma: dado um grafo não direcionado  $G = (P, E)$ , o conjunto de vértices  $P = \{0, 1, \dots, n\}$  representa os pontos nos quais os veículos deverão visitar e é composto por clientes de entrega ( $L$ ) e clientes que demandam coleta ( $B$ ), sendo o elemento ( $\{0\}$ ) a base de operações onde os veículos irão partir. Os clientes serão visitados por um conjunto de veículos  $V = \{1, 2, \dots, v\}$  não idênticos com diferentes custos e com diferentes capacidades  $Q$ . Cada veículo possui seu conjunto de compartimentos  $C = \{1, \dots, m\}$ . O conjunto de arestas  $E = \{(i, j) \in P, i < j\}$  representa as ligações entre os vértices e tem um custo de deslocamento não negativos  $c_{ij} = c_{ji}$ . Todos esses custos satisfazem a desigualdade triangular. O objetivo é definir os roteiros de entrega que minimizem o custo total de atendimento, respeitando as restrições dos veículos (capacidade total e a cubagem de cada compartimento), assegurando que todo cliente seja visitado.

Para visualizar o problema descrito acima, outro exemplo é dado, no qual o depósito também é identificado pela cor verde, os três clientes de entrega estão pintados de azul e os de coleta estão representados pela cor laranja. O veículo, nesse caso, possui dois compartimentos, cada um com capacidade de 2 unidades, totalizando a capacidade máxima total de 4. O cliente 1 utiliza o compartimento A e os clientes 2 e 3, o compartimento B, ambos com demanda de uma unidade de entrega. Em se tratando de coletas (*backhauls*), percebe-se que o cliente 4 coleta 2 unidades, sendo uma no compartimento A e outra no compartimento B. O cliente 5 possui demanda de coleta de uma unidade no compartimento B. A distância entre os nós é unitária. A partir da Figura 4, é interessante observar que para  $\gamma = 0\%$  no caso de multi-compartimento, a rota 0-1-4-2-3-5-0 se torna inviável devido à demanda do cliente 4 de uma unidade coletada em cada compartimento. Com isso, uma rota alternativa foi encontrada, de tamanho  $4 + 2\sqrt{2} \simeq 6,83$ , demonstrada pela sequência 0-3-2-4-1-5-0.

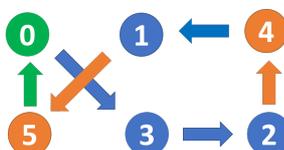


Figura 4 - MC-PRVCEMR ( $\gamma = 0\%$ )

O problema de roteirização de veículos com multi-compartimentos é caracterizado como *NP-hard*, uma vez que é considerado uma generalização do problema clássico de roteirização. Apenas instâncias pequenas podem ser solucionadas de forma exata. Essa é a justificativa do uso de heurísticas para a solução de problemas reais (EL FALLAHI et al., 2008). Na próxima seção é apresentado o algoritmo proposto para a solução do problema.

### 3. ALGORITMO GRASP

O algoritmo GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedures*) é um método iterativo, proposto por Feo e Resende (1995), que consiste de duas fases: uma fase de construção, na qual uma solução viável é gerada a cada iteração, elemento a elemento, e uma fase de busca local na qual a solução é melhorada. O resultado final é a melhor solução obtida nas diferentes iterações do procedimento.

O algoritmo desenvolvido (Algoritmo 1) é baseado no trabalho de Chaovalitwongse et al. (2003) e Kontovarids e Bard (1995). A construção de soluções viáveis é iniciada pelo procedimento seleção de sementes (Algoritmo 2), que tem como objetivo inicializar cada nova rota com um consumidor. Esta seleção é feita de modo que os consumidores mais dispersos sejam alocados primeiro e o número de rotas iniciais seja igual ao número mínimo de veículos ( $I$ ) necessários para que todos os clientes sejam atendidos.

#### Algoritmo 1. GRASP

```

P = P - {0}
ρ = SeleçãoSementes(P, V)
f* ← ∞
for k = 1 to iter do
  x = ConstruirSolução(ρ, δ1, δ2, δ3, λ)
  x̂ = BuscaLocal(x)
  if (f(x̂) < f*) then
    s* = x̂
    f* = f(x̂)
  end if
end for
return s*

```

#### Algoritmo 2. SeleçãoSementes (P, V)

```

S = {}
s = Ache o consumidor c ∈ P mais distante do depósito
while |S| < I do
  S = S ∪ s
  Criar nova rota r com o cliente s e associar um veículo viável
  v para a rota.
  ρ = ρ ∪ r
  V = V - v
  P = P - s
  s = Ache o consumidor c ∈ P que maximize a soma das
  distâncias para todos os elementos de S.
end while
return ρ

```

Após o procedimento de seleção de sementes, o algoritmo de construção solução (Algoritmo 3) é chamado. O custo de inserção do consumidor  $k$ , na rota  $r$ , utilizando o veículo  $v$ , entre os consumidores  $i$  e  $j$  é designado por  $C_{i,j,k,r,v} = \delta_1 c_{i,j,k,r,v}^1 + \delta_2 c_{i,j,k,r,v}^2 + \delta_3 c_{i,j,k,r,v}^3$ . As variáveis  $\delta_1, \delta_2, \delta_3$  são pesos não negativos que irão ponderar os valores de cada componente da função custo e  $\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 = 1$ . A primeira componente  $c_{i,j,k,r,v}^1 = VFE_v - \sum_{c=1}^m q_k^c$ , sendo  $VFE_v$  a capacidade livre do veículo  $v$  e  $q_k^c$  é a demanda de cada compartimento  $c$  do cliente  $k$ , se o cliente for de coleta:  $q_k^c = -q_k^c$ . Essa função designa o custo associado à capacidade livre do veículo e mapeia grandes demandas em pequenos custos, consumidores com altas demandas devem ser associados aos veículos primeiro. Essa lógica é a mesma utilizada para problemas da mochila (Martello e Toth, 1990). A segunda componente é dada por  $c_{i,j,k,r,v}^2 = (d_{ik} + d_{jk} - d_{ij})\alpha_v$ , sendo  $\alpha_v$  o custo por distância do veículo  $v$ . Esta componente

mede o custo do aumento da distância com a inserção do consumidor  $k$ . A terceira componente insere o custo fixo do veículo  $v$  e é dada por  $c_{i,j,k,r,v}^3 = F_v$ .

O algoritmo 3 apresenta a fase de construção da GRASP e sua execução considera inicialmente achar o menor custo de inserção viável em cada rota  $r \in \rho$ , para cada consumidor  $c \in P$  não associado, utilizando o veículo  $v \in V$ . Então é calculado uma penalidade  $P_c$ , que mede o custo que se deve pagar posteriormente, se o consumidor não for associado a sua rota de menor custo. Consumidores com altos valores de penalização devem ser associados a uma rota primeiro, enquanto os de menores valores podem esperar. A lista de candidatos restritos (LCR) é construída com os  $\lambda$  maiores custos de penalização e o cliente a ser roteirizado é escolhido de forma aleatória.

O procedimento de busca local consiste em realocar os consumidores para uma rota de menor custo. O procedimento é inicializado com as rotas que possuem menos clientes. Se alguma rota apresentar no final uma quantidade nula de clientes, a mesma é eliminada da solução, liberando a utilização do veículo. Todas as restrições devem ser verificadas antes da mudança de rota. Se algum veículo for incompatível, tenta-se trocar os veículos das rotas ou utilizar algum outro veículo disponível. A seção 3.1 mostra o procedimento utilizado para verificar a viabilidade de inserção do cliente em uma rota específica.

**Algoritmo 3.** ConstruirSolução ( $\rho, \delta_1, \delta_2, \delta_3, \lambda$ )

```

while  $P \neq \emptyset$  do
  for  $c = 1$  to  $|P|$  do
    for  $r = 1$  to  $|\rho|$  do
      for  $v = 1$  to  $|V|$  do
        if (viável) then Ache o custo de inserção do cliente  $c$  entre os clientes  $i$  e  $j$ ,  $C_{i,j,c,r,v} = \min\{C_{i,j,c} \ \forall i,j \in r\}$ 
        end for
      for  $c = 1$  to  $|P|$  do
        Ache a rota  $r^*$  de menor custo de inserção  $C_{c,r^*,v} = \min \{C_{c,r,v} \ \forall r \in \rho, \forall v \in V\}$ 
        end for
      for  $c = 1$  to  $|P|$  do
        Ache o custo de penalização  $P_c = \sum (C_{c,r,v} - C_{c,r^*,v}) \ \forall r \in \rho, \forall v \in V$ 
        end for
       $LCR =$  Construa uma lista com os  $\lambda$  maiores custos de penalização ( $P_c$ ).
       $\hat{c} =$  Selecione um cliente aleatoriamente da  $LCR$  para ser roteirizado.
       $P = P - \hat{c}$ 
    end while
  return  $x$ 

```

### 3.1. CONDIÇÃO DE VIABILIDADE

Checar a viabilidade de inserção do cliente em uma certa posição da rota é mais difícil no caso de coleta e entrega mista restrita que no problema clássico de roteirização (PRV). No Problema de Roteirização de Veículos com *Backhauls* (PRVB), o qual as entregas são feitas por completo antes do início das coletas, basta checar se a demanda total de entregas não ultrapassa a capacidade do veículo, idem para as coletas. No caso do PRVCEMR é mais complexo, pois a demanda de coleta e a capacidade livre do veículo varia de arco para arco. No caso do MC-PRVCEMR além de checar a capacidade total do veículos, temos que checar a capacidade de cada compartimento.

Baseado no trabalho de Nagy et al. (2013) foi desenvolvido o seguinte procedimento para verificar a viabilidade de inserção do cliente  $i$ , na rota  $r$ :

$TD$  = Demanda de entregas na rota  $r$ ;  $TP$  = Demanda de coletas na rota  $r$ ;

$Q_v$  = Capacidade total de carga do veículo  $v$ ;

$Q_v^c$  = Capacidade total do compartimento  $c$  do veículo  $v$ ;

$q_i$  = Demanda total do cliente  $i$ ;

$n$  = Total de clientes na rota  $r$ ;

$R_l$  = Restante a ser entregue a partir do cliente  $l$ ;

$P_k$  = Total de coleta até o cliente  $k$ ;

**a) Se o cliente  $i$  for de Entrega:**

**Se**  $(TD + q_i \leq Q_v)$  **E**  $(TD^c \leq Q_v^c \quad \forall c \in C)$  **então**

Se a Rota só conter clientes de entrega, o cliente  $i$  pode ser inserido em qualquer posição.

Se a rota conter clientes de entrega e coleta **então**

Verificar em cada arco  $kl$  a partir do primeiro cliente de coleta até o fim da rota (*forward*):

**Se**  $(P_k + R_l + q_i \leq (1 - \gamma)Q_v)$  **E**  $(P_k^c + R_l^c + q_i^c \leq Q_v^c \quad \forall c \in C)$

O cliente  $i$  pode ser inserido no arco  $kl$

**Se não**

Parar a busca, o cliente não pode ser inserido em nenhum outro arco subsequente

**fim se**

**fim se**

\* O cliente de entrega  $i$  pode ser inserido em qualquer arco antes do primeiro cliente de coleta.

**fim se**

**b) Se o cliente  $i$  for de Coleta:**

**Se**  $(TP + q_i \leq Q_v)$  **E**  $(TP^c \leq Q_v^c \quad \forall c \in C)$  **então**

Se a Rota só conter clientes de coleta, o cliente  $i$  pode ser inserido em qualquer posição.

Se a rota conter clientes de entrega e coleta **então**

Verificar em cada arco  $kl$  a partir do último cliente de entrega até o início da rota (*backward*):

**Se**  $(P_k + R_l + q_i \leq (1 - \gamma)Q_v)$  **E**  $(P_k^c + R_l^c + q_i^c \leq Q_v^c \quad \forall c \in C)$

O cliente  $i$  pode ser inserido no arco  $kl$

**Se não**

Parar a busca, o cliente não pode ser inserido em nenhum outro arco subsequente

**fim se**

**fim se**

\* O cliente de coleta  $i$  pode ser inserido em qualquer arco depois do último cliente de entrega.

**fim se**

4. EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

Foi utilizado o conjunto de problemas proposto por Goetschalckx e Jacobs-Blecha (1989) elaborado para o PRVB, contendo 46 instâncias, com o número de clientes variando entre 25 e 150 e com um único compartimento de carga. A proporção de clientes com coleta é de 1/5 (A, D, G, J, M), 1/3 (B, E, H, K, N) e 1/2 (C, F, I, L).

As instâncias foram resolvidas utilizando os seguintes parâmetros:  $\lambda = 5$ ;  $iter = 300$ ;  $\delta_1 = 0.1$ ;  $\delta_2 = 0.8$ ;  $\delta_3 = 0.1$ ; Os valores de  $\gamma : 0, 10, 25, 50, 75$  e  $100\%$  foram utilizados nos testes. O procedimento GRASP foi implementado utilizando técnicas de orientação a objetos na linguagem *object pascal* e os experimentos foram processados em um PC Intel Core i5-2400 at 3.1 Ghz.

Os melhores resultados alcançados para os problemas PRVB ( $\gamma = 100\%$ ) e PRVM ( $\gamma = 0\%$ ) foram obtidos dos trabalhos de Brandão (2006), Halse (1992), Mingozzi et al. (1999), Nagy and Salhi (2005), Ropke and Pisinger (2006), Toth and Vigo (1997), Tütüncü et al. (2009), Wade and Salhi (2003), Wassan (2007), Wassan et al. (2008), Gajpal and Abad (2009) e Nagy et al. (2013).

Os resultados utilizando os outros valores de  $\gamma$  foram comparados com o trabalho de Nagy et al. (2013). A Tabela 1 apresenta os resultados. Mesmo utilizando um procedimento de busca local muito simples, o algoritmo desenvolvido obteve melhores resultados em 6 instâncias em comparação com os melhores valores da literatura para o problema de PRVB ( $\gamma = 100\%$ ), já para o caso do PRVM ( $\gamma = 0\%$ ) obteve 9 melhores resultados. Para os outros valores de  $\gamma$  (75%, 50%, 25% e 10%) foram obtidos 29, 15, 11 e 12 melhores resultados respectivamente.

Tabela 1 - Resultados

Instância	n	$\gamma = 100\%$			$\gamma = 75\%$		$\gamma = 50\%$		$\gamma = 25\%$		$\gamma = 10\%$		$\gamma = 0\%$		
		Autor	Melhor PRVB	GRASP	Nagy	GRASP	Nagy	GRASP	Nagy	GRASP	Nagy	GRASP	Autor	Melhor MIXED	GRASP
A1	25	GR	229886	<b>229399</b>	229884	<b>229494</b>	228023	228514	225341	226711	224307	225190	GR	223085	<b>222442</b>
A2	25	GR	180119	<b>179255</b>	180450	<b>178959</b>	172511	174982	169970	171235	169500	<b>168273</b>	GR	169497	<b>165519</b>
A3/A4	25	TV	155796	158739	154523	158739	149516	150827	143283	144761	142034	<b>142034</b>	GR	142032	<b>142032</b>
B1	30	GR	239080	<b>222171</b>	241197	<b>229315</b>	238988	<b>226994</b>	234027	<b>231226</b>	232436	<b>224209</b>	GR	232430	<b>227700</b>
B2	30	GR	198048	<b>193070</b>	202715	<b>192604</b>	193196	194990	182231	184585	182231	<b>175997</b>	GR	179194	<b>175080</b>
B3	30	TV	169372	175561	169190	173542	153774	160515	146709	151336	145702	<b>145702</b>	E	145699	145702
C1	40	TV	249448	252878	250557	252700	246189	252386	244184	250996	240246	251711	WN	237100	250954
C2	40	TV	215020	220646	224794	<b>222640</b>	211991	217205	209353	209619	202183	206550	WS	196883	206448
C3/C4	40	TV	195367	202835	207024	<b>199925</b>	190696	<b>184546</b>	174480	176731	176263	<b>172891</b>	WN	164794	171469
D1/D2	38	TV	316709	329228	314618	332627	314618	335121	311266	331155	308696	327664	WN	307109	323920
D3	38	TV	239479	250862	236664	246390	233652	250752	226232	243073	225336	233546	WN	220700	228785
D4	38	TV	205832	207736	210480	<b>209543</b>	195368	198370	188411	<b>185911</b>	182928	184515	GR	182496	<b>180401</b>
E1	45	TV	238880	257014	238747	257958	238747	253657	231073	242157	224650	239074	WN	220742	239886
E2	45	TV	212263	213995	223974	<b>213058</b>	207579	<b>199368</b>	197050	<b>191275</b>	198476	<b>190049</b>	GR	190048	<b>190048</b>
E3	45	GR	206659	<b>205428</b>	229597	<b>206818</b>	192305	192862	188968	<b>186165</b>	186525	<b>185308</b>	WS	182804	182987

Tabela 1 - Continuação

Instância	n	$\gamma = 100\%$			$\gamma = 75\%$		$\gamma = 50\%$		$\gamma = 25\%$		$\gamma = 10\%$		$\gamma = 0\%$		
		Autor	Melhor PRVB	GRASP	Nagy	GRASP	Nagy	GRASP	Nagy	GRASP	Nagy	GRASP	Autor	Melhor MIXED	GRASP
<b>F1/F2</b>	60	TV	263173	274881	275712	277000	269338	271899	261795	<b>259119</b>	250039	259606	X	243599	253515
<b>F3</b>	60	TV	241120	244110	260831	242821	240760	236111	223918	<b>230269</b>	219273	221242	X	212296	217566
<b>F4</b>	60	TV	233861	236550	244507	237573	229230	232233	212470	<b>213093</b>	211083	203843	WS	200964	202001
<b>G1</b>	57	M	306305	339339	323054	337590	316997	352699	301871	<b>339865</b>	298309	340634	WN	297707	332812
<b>G2</b>	57	TV	245441	267708	259071	271976	234653	257052	256104	<b>252144</b>	237195	251670	G	234653	244430
<b>G3/G4</b>	57	TV	229507	231575	237680	<b>233610</b>	217963	223443	222770	<b>218792</b>	215418	<b>215177</b>	H	213757	215781
<b>G5</b>	57	TV	221730	222130	227340	<b>223529</b>	223223	<b>214019</b>	211184	<b>203111</b>	203854	<b>200678</b>	GR	202610	<b>200678</b>
<b>G6</b>	57	TV	213457	219362	225017	<b>213582</b>	210451	<b>207236</b>	203668	<b>196545</b>	192196	193021	X	188823	189105
<b>H1</b>	68	TV	268933	277152	279261	<b>274812</b>	261276	270424	239087	253881	236540	248264	H	235269	242956
<b>H2</b>	68	TV	253365	256851	280952	<b>252263</b>	251865	<b>243199</b>	226552	229597	217359	222970	WN	214908	217535
<b>H3/H4</b>	68	TV	247449	251521	269975	<b>252089</b>	240853	<b>234997</b>	214351	221685	208908	210297	H	202971	208976
<b>H5/H6</b>	68	GR	246121	<b>244263</b>	268266	<b>240267</b>	228830	<b>218100</b>	231306	<b>211891</b>	208955	<b>199558</b>	GR	201896	<b>195091</b>
<b>I1</b>	90	B	350246	362846	360486	364908	358323	372551	353935	362562	330750	356133	WN	320703	361248
<b>I2</b>	90	M	309943	329976	332209	333853	317656	325360	289686	318095	275940	303990	X	272621	299433
<b>I3/I4/I5</b>	90	W	294507	309443	358742	<b>313156</b>	287803	302437	266319	275596	250220	266306	X	238245	255171
<b>J1</b>	94	M	335006	365264	352363	372344	340645	356819	339141	349335	330586	350578	G	330235	345967
<b>J2</b>	94	B	310417	329444	323085	328107	316751	319383	296512	314063	295520	310344	WS	292698	310995
<b>J3</b>	94	W	279219	290950	303957	<b>297546</b>	278173	281187	266619	269630	250796	263738	WN	249931	260943
<b>J4</b>	94	W	296533	301546	314083	<b>302683</b>	294595	299656	282575	288764	277466	282717	H	257895	281433
<b>K1</b>	113	GA	394071	418453	406113	433812	389440	428067	371304	419552	356132	405127	WN	352253	393342
<b>K2/K3</b>	113	B	362130	385194	418720	<b>391467</b>	403276	<b>381133</b>	329701	365573	319204	348530	WN	317004	347286
<b>K4</b>	113	RP	348947	367754	401243	<b>365918</b>	343598	355415	308501	333486	294848	320544	X	294848	318404
<b>L1</b>	150	GA	417897	477119	522364	<b>484823</b>	489902	<b>468830</b>	444667	467392	403325	453975	WN	394414	457682
<b>L2/L3</b>	150	B	401228	442661	473495	<b>464085</b>	450087	<b>439467</b>	407072	421846	366354	401028	WS	360018	400799
<b>L4/L5</b>	150	RP	384635	426586	437409	<b>424933</b>	431652	<b>413869</b>	366808	386457	347614	372865	WS	337620	369447
<b>M1/M2</b>	125	B	396917	441723	431664	468775	401431	443232	384954	432685	362321	425753	WN	360897	419872
<b>M3</b>	125	GA	375695	402049	395342	423658	363880	392202	347320	380133	338277	376547	WS	335486	369897
<b>M4</b>	125	GA	348140	373925	387711	<b>381245</b>	332140	350779	322823	332065	300225	328645	X	300225	325573
<b>N1/N2</b>	150	B	408066	460872	506900	<b>459694</b>	449625	<b>447035</b>	400453	430755	375576	411813	WS	370690	405087
<b>N3/N4</b>	150	B	394338	436399	458584	<b>445310</b>	413482	422083	394661	400374	356179	388197	WS	349516	376016
<b>N5/N6</b>	150	RP	373471	410037	441319	<b>413183</b>	404513	<b>379870</b>	352094	<b>350997</b>	325868	337193	H	319811	331460

n total de clientes; **GR** heurística GRASP elaborada nesse artigo; **B** Brandão (2006); **GA** Gajpal and Abad (2009); **H** Halse (1992); **M** Mingozzi et al. (1999); **RP** Ropke and Pisinger (2006); **TV** Toth and Vigo (1997); **W** Wassan (2007); **WS** Wade and Salhi (2003); **WN** Wassan et al. (2008); **G, E, X** Nagy et al. (2013).

A Tabela 2 apresenta o GAP (%) das diferentes proporções de clientes com coletas. Para o PRVB o algoritmo ficou com o custo médio 4,7% a mais em relação aos melhores resultados da literatura. Já no caso do PRVM o custo médio foi 6,2% maior. Para o valor de  $\gamma = 75\%$  obteve-se redução de custo para todas as proporções de clientes. Para a proporção de clientes com coleta de 1/3 e 1/2 houve redução de custo para  $\gamma = 50\%$ . Na média final o aumento de custo foi de 2,7%. O tempo de processamento foi inferior a 1 minuto em todas as instâncias e o mesmo não foi reportado na tabela de resultados.

Os resultados iniciais obtidos indicam que o procedimento de busca local precisa ser refinado, utilizando técnicas de *path relinking* ou a construção de uma heurística híbrida, utilizando busca Tabu ou GLS (*Guided Local Search*).

Tabela 2 - Resultado Final %GAP

Proporção (b/n): $\gamma$	1/5	1/3	1/2	Total
100%	5.2	4.7	4.2	4.7
75%	-1.1	-4.7	-3.3	-3.0
50%	4.4	-0.1	-0.2	1.4
25%	3.8	3.7	0.0	2.5
10%	5.8	4.5	6.8	5.7
0%	5.6	4.6	8.4	6.2
<b>Total</b>	3.9	1.9	2.4	2.7

## 5. CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Nesse artigo foi apresentado o problema de roteirização de veículos com multi-compartimentos com coleta e entrega mista restrita (PRVCEMR), com frota heterogênea. O mesmo é uma generalização do problema de roteirização de veículos com entregas e coletas, possibilitando o decisor a escolher o quanto de capacidade livre do veículo será aceito antes de começar a fazer as coletas. A restrição de multi-compartimentos foi incorporada ao problema, dando a possibilidade de resolver casos reais de roteirização, na qual a divisão do veículo por tipos de produtos é requisitada. Destaca-se que até o presente momento não existe nenhum trabalho tratando desse problema.

Foi desenvolvida uma heurística GRASP para a solução do PRVECMR, onde um procedimento de verificação de viabilidade foi implementado para tornar mais eficiente o tempo de verificação de inserção de um cliente na rota. A eficiência do algoritmo foi testada e o mesmo mostrou desempenho compatível com outros resultados da literatura. O procedimento de busca local precisa ser melhorado e a construção de uma heurística híbrida utilizando busca Tabu ou GLS (*Guided Local Search*) está sendo estudado, apesar da tendência de aumento do tempo de solução. A adaptação das instâncias da literatura para mais de um compartimento está em elaboração. Destaca-se que não existem instâncias disponíveis para o caso de coleta e entrega com veículos de mais de um compartimento.

Por fim, a integração com o roteirizador GeoRota web (<http://www.loggeo.net/blog/geo-rota/>) está sendo implementada, dando a possibilidade de uso em empresas que necessitem otimizar suas rotas.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. BRANDÃO, J. A new tabu search algorithm for the vehicle routing problem with backhauls. *European Journal of Operational Research*, v. 173, p. 540–555, 2006.
2. CASCO, D. O.; GOLDEN, B. L.; WASIL, E. A. Vehicle routing with backhauls: models, algorithms and case studies. In A. A. Assad (Ed.). **Vehicle routing: Methods and studies**. Amsterdam: Elsevier, p. 127–147, 1988.

3. CHAOVALITWONGSE, W.; KIM, D.; PARDALOS, P. M. GRASP with a new local search scheme for vehicle routing problems with time windows. *Journal of Combinatorial Optimization*, v. 7, n. 2, p. 179-207, 2003.
4. CRISPIM J.; BRANDÃO J.. Metaheuristics applied to mixed and simultaneous extensions of vehicle routing problems with backhauls. *Journal of the Operational Research Society*, v. 56(7), p. 1296–1302, 2005.
5. DEIF, I.; BODIN, L. Extension of the Clarke and Wright algorithm for solving the vehicle routing problem with backhauling. In A. E. Kidder (Ed.). *Proceedings of the conference on software uses in transportation and logistics management*, p. 75–96, 1984.
6. EL FALLAHI, A.; PRINS, C.; CALVO, R. W. A memetic algorithm and a tabu search for the multi-compartment vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, v. 35, n. 5, p. 1725-1741, 2008.
7. FEO, T. A.; RESENDE, M.G.C. Greedy Randomized Adaptive Search Procedures. *Journal of Global Optimization*, v. 6, p. 109-133, 1995.
8. GAJPAL, Y.; ABAD, P. L. Multi-ant colony system (MACS) for a vehicle routing problem with backhauls. *European Journal of Operational Research*, v. 196, p.102–117, 2009.
9. GOETSCHALCKX, M.; JACOBS-BLECHA, C. (1989). The vehicle routing problem with backhauls. *European Journal of Operational Research*, v. 42, p. 39–51.
10. HALSE, K. **Modeling and solving complex vehicle routing problems**. Lyngby: Technical University of Denmark, 1992. PhD thesis, Institute of Mathematical Statistics and Operations Research.
11. KONTORAVDIS, G.; BARD, J. F. A GRASP for the vehicle routing problem with time windows. *ORSA Journal on Computing*, v. 7, n. 1, p. 10-23, 1995.
12. LAPORTE, G.; M. GENDRAU, J.Y; POTVIN, F. S. Classical and modern heuristics for the vehicle routing problem. *International Transaction in Operational Research*, v. 7 (4/5), p. 285-300, 2000.
13. MARTELLO S., TOTH P. Lower Bounds and Reduction Procedures for the Bin Packing Problem. *Discrete Applied Mathematics*, v. 28, p. 59-70, 1990.
14. MINGOZZI, A.; GIORGI, S.; BALDACCI, R. An exact method for the vehicle routing problem with backhauls. *Transportation Science*, v. 33, p. 315–329, 1999.
15. NAGY, G.; SALHI, S. Heuristic algorithms for single and multiple depot vehicle routing problems with pickups and deliveries. *European Journal of Operational Research*, v. 162, p. 126–141, 2005.
16. NAGY, G.; WASSAN, N. A.; SALHI, S. The vehicle routing problem with restricted mixing of deliveries and pickups. *Journal of Scheduling*, v. 16, n. 2, p. 199–213, 2013.
17. PARRAGH, S. N.; DOERNER, K. F.; HARTL, R. F. A survey on pickup and delivery problems. Part I: Transportation between customers and depot. *Journal für Betriebswirtschaft*, v. 58, p. 21–51, 2008.

18. ROPKE, S.; PISINGER, D. A unified heuristic for a large class of vehicle routing problems with backhauls. *European Journal of Operational Research*, v. 171, p. 750–775, 2006.
19. SALHI S.; NAGY G. A cluster insertion heuristic for single and multiple depot vehicle routing problems with backhauling. *Journal of the Operational Research Society*, v. 50, p. 1034–1042, 1999.
20. TOTH, P.; VIGO, D. An exact algorithm for the vehicle routing problem with backhauls. *Transportation Science*, v. 31, p. 372–385, 1997.
21. TURKENSTEEN, M.; HASLE, G.. Combining pickups and deliveries in vehicle routing – An assessment of carbon emission effects. *Transportations Research Part C*, v. 80, p. 117-132, 2017.
22. TÛTÛNCÛ, G. Y.; CARRETO, C. A. C.; BAKER, B. M. A visual interactive approach to classical and mixed vehicle routing problems with backhauls. *Omega*, v. 37, p. 138–154, 2009.
23. WADE, A. C.; SALHI, S. An investigation into a new class of vehicle routing problem with backhauls. *Omega*, v. 30, p. 479–487, 2002.
24. WADE, A. C.; SALHI, S. An ant system algorithm for the mixed vehicle routing problem with backhauls. In M. G. Resende & J. P. de Sousa (Eds.). **Metaheuristics: Computer decision-making** New York: Kluwer, 2003, p. 699– 719.
25. WASSAN, N. A. Reactive tabu adaptive memory programming search for the vehicle routing problem with backhauls. *Journal of the Operational Research Society*, v. 58, p. 1630–1641, 2007.
26. WASSAN, N. A.; NAGY, G.; AHMADI, S. A heuristic method for the vehicle routing problem with mixed deliveries and pickups. *Journal of Scheduling*, v. 11, p.149–161, 2008.