

Otimização em Gerenciamento de Reservatórios de Petróleo via Diferentes Técnicas de Otimização

CNMAI2014-0025

CNMAI2014-0025

CNMAI2014-0025

¹CNMAI2014-0025 ...

CNMAI2014-0025

Resumo. As atividades de gerenciamento de reservatórios e engenharia de petróleo envolvem cotidianamente características multidisciplinares em problemas de otimização. O uso das técnicas de otimização é caracterizado pela grande demanda computacional e pelas quantidades de simulações realizadas no processo para encontrar a solução ótima. Nosso objetivo principal é comparar diferentes técnicas de otimização para maximizar o valor presente líquido (VPL), resolvendo um problema de otimização não linear com restrições e sem restrições para obter o melhor lucro. Para resolver este problema, usamos duas técnicas de maximização: a primeira através da programação quadrática sequencial, usando uma biblioteca comercial e a segunda com um método sem restrição (Quasi-Newton) utilizando com Método Lagrangeana Aumentada (MLA). O MLA inclui, inicialmente, multiplicadores de Lagrange, que podem ser nulos, diferentemente do método tradicional dos multiplicadores de Lagrange onde todos os multiplicadores devem ser distintos de zero e dos métodos que incluem parâmetros de penalidade. Para comparar a função objetivo, esses multiplicadores são atualizados a cada iteração do processo de otimização. O MLA foi implementado com o software gratuito GNU OCTAVE, porém no processo de otimização restrito e irrestrito usamos a plataforma DAKOTA. Para lidar com o alto custo computacional fizemos uso de modelos substitutos na construção de uma aproximação da função objetivo com a técnica de Krigagem, sendo as amostras geradas pela técnica LHS (Latin Hypercube Sampling). Para conduzir simulações foi utilizado o simulador comercial Black-OIL IMEX da Computer Modeling Group (CMG). O processo de otimização mostra que ambos métodos atingem o mesmo ponto ótimo neste trabalho, embora apresentem diferenças nas quantidades de avaliações da função objetivo. Portanto, o MLA é uma alternativa importante quando o analista dispõe de algoritmos de otimização apenas irrestrita.

Palavras-chave: Otimização, Lagrangeana Aumentada, Engenharia de Reservatórios

1. INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, vem crescendo exponencialmente o desempenho dos computadores e com eles a área de simulação computacional, o que pode originar uma diminuição dos custos computacionais e um aumento da eficiência para se ter resultados na engenharia. Estas ferramentas são utilizadas nas diferentes áreas da engenharia, particularmente no gerenciamento de reservatórios onde existem diversas complexidades que se apresentam comumente na recuperação secundária de óleo.

O trabalho tem como objetivo estudar técnicas para maximizar o Valor Presente Líquido (VPL) através do controle da vazão no poço injetor e da vazão dos poços produtores. As técnicas usadas são o algoritmo de Programação Quadrática Sequencial (Sequential Quadratic Programming (SQP)), o Método Lagrangeana Aumentada (Augmented Lagrangian method (MLA)) e por último a estratégia de Otimização por Aproximação Sequencial (Sequential Approximation Optimization (SAO)).

O algoritmo SQP é uma boa técnica para solução de problemas de otimização não lineares com restrição. O MLA se apresenta como uma alternativa para resolver os problemas de otimização não linear com restrição transformando-o em um problema sem restrição, já que este método seja fácil de implementar e transforma as restrições de desigualdade em restrições de igualdade. A estratégia SAO baseada em modelos substitutos para lidar com o alto custo computacional.

A ferramenta desenvolvida é aplicada diretamente no gerenciamento de reservatórios de petróleo, em particular, a um reservatório que contém dois poços produtores e um poço injetor.

2. TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO

A otimização é o processo de encontrar a melhor solução (ou solução ótima) de um conjunto de soluções para um problema. As técnicas devem ser utilizadas quando não existe uma solução simples e diretamente calculável para o problema. Isso geralmente ocorre quando a estrutura do problema é complexa, ou existem milhões de possíveis soluções.

2.1. Formulação

Existem muitas maneiras de formular um problema de otimização ou problema de programação matemática, Neste trabalho o chamaremos simplesmente problema e o enunciamos da seguinte maneira (Rao, 2009):

Encontrar os valores de $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \in \mathbb{R}^n$ tal que,

$$\text{Minimize } f(x) \quad \text{sujeito a: } \begin{cases} h_i(x); & \forall i = \overline{1, m} \\ g_j(x); & \forall j = \overline{1, p} \end{cases} \quad (1)$$

onde x é um vetor n -dimensional, $f(x)$ é a função objetivo, h é restrição de igualdade, g é a restrição de desigualdade e $\forall j = \overline{1, p}$ é equivalente a dizer $j = 1, 2, \dots, p$. Se x^* é ponto mínimo da função $f(x)$, o mesmo ponto também corresponde ao máximo da função $-f(x)$ ($\max[f(x)] = -\min[-f(x)]$) ou vice versa. Também devemos ter em mente que não há nenhum método único para resolver todos os problemas de maneira eficiente.

Nos diferentes problemas o método dos multiplicadores de Lagrange ou multiplicadores é um procedimento para encontrar os máximos ou mínimos das funções sujeitas a restrições desigualdades. Este método pode ser enunciado:

$$L(x, \lambda) = f(x) + \sum_{k=1}^p \lambda_k g_k(x). \quad (2)$$

Na Eq. (2), λ_k são os multiplicadores, ou seja, que para cada restrição temos um multiplicador de Lagrange.

2.2. Condições de Karush-Kuhn-Tucker

As condições de Karush-Kuhn-Tucker, também conhecidas como condições de KKT são as derivadas da função objetivo que satisfazem as condições necessárias em um ponto mínimo da função. Em geral, estas condições não são suficientes para garantir um ponto mínimo. Para os problemas convexos as condições de KKT são necessárias e suficientes para obter um mínimo local. As mesmas podem ser expressa pelas equações a seguir (Kuhn e Tucker, 1951):

Seja x^* uma solução do problema de otimização, então existe um vetor $\lambda \in \mathbb{R}^n$ tal que:

$$\begin{aligned} \text{Viabilidade:} & \quad g_j(x^*) \leq 0 \quad \forall j = \overline{1, p} \quad \text{e} \quad h_i(x^*) = 0 \quad \forall i = \overline{1, m}. \\ \text{Estacionariedade:} & \quad \nabla f(x^*) + \sum_{j=1}^p \lambda_j^* \nabla g_j(x^*) + \sum_{k=1}^q \lambda_k^* \nabla h_k(x^*) = 0. \\ \text{Complementariedade:} & \quad \lambda_j g_j(x^*) = 0 \quad \text{e} \quad \lambda_j \geq 0 \quad \forall j = \overline{1, p}. \end{aligned} \quad (3)$$

Nota-se que a Eq. (3) é formada pela: viabilidade, estacionariedade e a complementariedade.

2.3. O Método Lagrangeana Aumentada

Existem três métodos clássicos indiretos como o método de penalidade exterior, método de penalidade interior e o Método da Lagrangeana Aumentada (MLA). Este último é estudado neste trabalho o qual transforma um problema com restrição em um novo problema sem restrição, fazendo uso do método de penalidade (Vanderplaats, 1984).

2.4. MLA com Restrições de Igualdade

O MLA foi originalmente desenvolvido para problemas com restrições de igualdade por Hestenes (1969). Se o problema só apresenta restrições de igualdade, tem-se

$$\text{Minimize } f(x) \quad \text{sujeito a } h_i(x) = 0; \quad \forall i = \overline{1, m}. \quad (4)$$

O MLA transforma a Eq. (4) em uma função pseudo-objetivo a ser minimizada, o que matematicamente é expresso como (Vanderplaats, 1984):

$$\text{Minimize } A(x, \lambda, r_p) = f(x) + \sum_{k=1}^m \lambda_k h_k(x) + \sum_{k=1}^m r_p [h_k(x)]^2. \quad (5)$$

Na Eq. (5) o uso da função objetivo $f(x)$ e do parâmetro de penalidade r_p constitui a base do MLA. A Eq. (5) parece ser uma simples modificação do método da função de penalidade exterior, mas esta forma pseudo-objetiva tem uma característica importante:

- i) Se $\lambda_k = 0, k = \overline{1, l}$, a Eq. (5) é reduzida para o método clássico da função de penalidade exterior. Neste caso, o problema de otimização restrita é resolvido como o método de penalidade exterior.
- ii) Se $r_p = 0$, a Eq. (5) é reduzida para o método clássico da função de Lagrange da Eq. (2).

Na prática, o último multiplicador de Lagrange λ^* , virtualmente é desconhecido, na otimização, adota-se um esquema iterativo que se inicia com λ_k arbitrários. Usualmente zero (0) ou um (1) leva a uma convergência rápida. É possível que λ_k sejam utilizados como variáveis independentes, no entanto, isto aumenta o número total de variáveis e preferimos outra abordagem. O método comumente é inicializado com $\lambda_k = 0$, $k = \overline{1, \ell}$ e um valor arbitrário para r_p positivo de pequena magnitude. Alternativamente, podemos escolher (Antoniou e Lu, 2009):

- i) $\lambda_k = 1$, se $\nabla h_i(x) \nabla f(x) < 0$
- ii) $\lambda_k = -1$, se $\nabla h_i(x) \nabla f(x) > 0$.

Isso tem a vantagem de que os λ_k iniciam na direção correta. A função pseudo-objetivo dada por $A(x, \lambda, r_p)$ é minimizada em relação λ e com r_p mantido constante. Consiste numa nova atualização do conjunto de multiplicadores que por sua vez é calculado da seguinte forma:

$$\lambda_k^{p+1} = \lambda_k^p + 2r_p h_k(x^p) \quad (6)$$

Na eq. (6) h_k são as restrições lineares do problema. Agora r_p é incrementado, como no caso do método de penalidade exterior, isto é, r_p é multiplicado por um valor positivo e limitado por um r_p^{max} . O problema é novamente resolvido para os valores atualizados de r_p e λ , e o procedimento é repetido até que haja convergência. Embora não seja provada a validade do uso da Eq. (6) para atualizar os multiplicadores, na prática a convergência do método é boa.

Para os critérios de convergência, é muitas vezes sugerido que se $(\lambda_k^{p+1} - \lambda_k^p) \leq tol$, uma tolerância por exemplo, 10^{-4} onde $k = \overline{1, \ell}$, o processo de otimização é considerado convergido. Na prática, os valores dos multiplicadores não são estáveis o suficiente para serem invocados como único critério para a convergência; apesar disto devem ser um dos critérios utilizados.

2.5. MLA com Restrições de Desigualdade

Em 1972, Rockafellar apresentou como tratar os problemas de otimização com restrições de desigualdades transformando-o em problemas com restrições de igualdade (Rockafellar, 1972):

$$\text{Minimize } f(x) \quad \text{sujeito a } g_j(x) \leq 0; \quad \forall j = \overline{1, p}. \quad (7)$$

O primeiro passo é converter esta função para um problema de restrição de igualdade, na forma da Eq. (4), adicionando uma variável slack para a restrição, isto é:

$$g_i(x) + z_j^2. \quad (8)$$

Onde z_j^2 é a variável slack, que é usada ao quadrado por conveniência matemática, já que z_j^2 sempre é positivo. Agora podemos fazer a substituição da Eq. (8) na Eq. (5) obtendo uma nova expressão:

$$\text{Minimize } A(x, \lambda, r_p, z) = f(x) + \sum_{j=1}^p \lambda_j [g_j(x) + z_j^2] + \sum_{j=1}^p r_p [g_j(x) + z_j^2]^2. \quad (9)$$

Fazendo esta mudança estamos aumentando a quantidade de variáveis, pois por cada restrição teríamos que adicionar uma nova variável slack. A Eq. (9) é matematicamente equivalente a seguinte expressão (Rockafellar, 1972):

$$\text{Minimize } A(x, \lambda, r_p) = f(x) + \sum_{j=1}^p \lambda_j \psi_j(x) + \sum_{j=1}^p r_p \lambda_j [\psi_j(x)]^2. \quad (10)$$

onde:

$$\psi_j = \max \left[g_j(x), \frac{-\lambda_j}{2r_p} \right]. \quad (11)$$

Agora pode-se minimizar função pseudo-objetivo $A(x, \lambda, r_p)$ como se fosse um problema com restrição de igualdade e os multiplicadores de Lagrange são agora atualizados substituindo $h(x)$ na Eq. (6) por ψ_j dado pela Eq. (11).

2.6. MLA com Restrição Geral

Agora fazemos a combinação entre o problema de otimização com restrição de igualdade e desigualdade para criar o problema geral do MLA com ambas restrições (Rao, 2009). Da Eq. (5) e Eq. (10) tem-se:

$$A(\mathbf{x}, \lambda, r_p) = f(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^p [\lambda_j \psi_j(\mathbf{x}) + r_p \psi_j^2(\mathbf{x})] + \sum_{i=1}^m \left\{ \lambda_{i+p} h_i(\mathbf{x}) + r_p [h_i(\mathbf{x})]^2 \right\}, \quad (12)$$

onde:

$$\psi_j = \max \left[g_j(\mathbf{x}), \frac{-\lambda_j}{2r_p} \right]. \quad (13)$$

A atualização dos multiplicadores de Lagrange é dada por:

$$\lambda_j^{p+1} = \lambda_j^p + 2r_p \left\{ \max \left[g_j(\mathbf{x}), \frac{-\lambda_j^p}{2r_p} \right] \right\} \quad \forall j = \overline{1, p} \quad (14)$$

$$\lambda_{i+m}^{p+1} = \lambda_{i+m}^p + 2r_p h_i(\mathbf{x}^p) \quad \forall i = \overline{1, m} \quad (15)$$

As características principais deste método são:

- i) Os pequenos valores de r_p ; permitem que as restrições sejam violadas. Grandes valores de r_p no início do processo iterativo podem fazer com que o problema se torne singular.
- ii) A restrição de desigualdade pode ser transformada em restrição de igualdade com facilidade.
- iii) O ponto inicial pode partir ou não na região viável.
- iv) No ponto ótimo, o valor de $\lambda^* \neq 0$ identifica o conjunto de restrições ativas.

Na continuação é apresentado o algoritmo do caso geral do MLA para problemas com ambos tipos de restrições:

1. Iniciar com $x^{(1)}, \lambda^{(1)}, u > 0, k = 1$ e $r_{max} > 0$;
2. Minimizar $A(x^k, \lambda^k, r_k)$ utilizando Quase Newton e encontre $x^{*(k)}$;
3. Analisar a convergência;
4. Verificar a convergência do MLA;
5. Se o mínimo local for encontrado, então o processo termina;
6. Caso contrário:
 - 6.1 $\lambda_j^{*(k+1)} = \lambda_j^{*(k)} + 2r_{kj}\psi(x^k); \forall j = \overline{1, m}$;
 - 6.2 $\lambda_j^{*(k+1)} = \lambda_j^{*(k)} + 2r_k h_j(x^k); \forall j = \overline{1, m}$;
 - 6.3 Se $r_k > r_{max} \rightarrow r_{k+1} > r_{max}$;
 - 6.4 Caso contrário $r_k > r_{max}$ e $k = k + 1$;
 - 6.5 Volte para 2;
7. Termina o processo.

Se o problema só apresenta restrição de igualdade o passo 6.1 do algoritmo não é tomado em conta. Se o problema só tem restrição de desigualdade o passo 6.2 não é tomado em conta do algoritmo.

2.7. Programação Quadrática Sequencial

O algoritmo de programação quadrática sequencial (SQP) é aplicado a problemas de programação não linear (Eldersveld, 1992). Este algoritmo utiliza um método baseado em um esquema de procura unidimensional que envolve dos processos iterativos:

1. *Processo iterativo interno*- resolve um subproblema quadrático para determinar a direção de busca.
2. *Processo iterativo externo*- calcula uma nova aproximação da aproximação da hessiana da função Lagrangeana, que é atualizada com a aproximação Quasi-Newton BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) (Broyden, 1967).

A sequência destas aproximações geradas pelo processo iterativo externo converge para um ponto que verifica as condições da Eq. (3).

No início do algoritmo é fornecido um ponto inicial (x_0), α que é o tamanho do passo na direção e um vetor d que indica a direção de busca e a direção viável para qual o valor de $f(x)$ decresce.

$$x_t = x_{t-1} + \alpha d_t \quad (16)$$

No algoritmo SQP é resolvida uma sequência de subproblemas quadráticos e a função objetivo é uma aproximação quadrática da função Lagrangeana. Este algoritmo utiliza a informação de segunda ordem da função a otimizar, sendo assim a função $f(x)$ é expandida até a segunda ordem em série de Taylor em torno de \bar{x} :

$$f(x) = f(\bar{x}) + d^T \nabla f(\bar{x}) + \frac{1}{2} d^T \nabla^2 L(\bar{x}) d \quad (17)$$

Onde $d = x - \bar{x}$ é a direção de busca e $\nabla f(\bar{x})$ é o vetor gradiente de f em \bar{x} , de quem os elementos são definidos por:

$$\nabla f_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} \quad (18)$$

e ∇^2 é a Hessiana da função de Lagrangeana $\nabla^2 L(x^*, \lambda^*)$ a qual é atualizada a cada iteração. Na continuação apresentamos as etapas envolvidas no algoritmo programação quadrática sequencial:

1. Estabelecer uma solução inicial x_0 ;
2. Configurar uma aproximação inicial para a matriz Hessiana dos termos quadráticos da função objetivo ;
3. Resolver o subproblema para encontrar a direção de busca d ;
4. Realizar uma busca linear para determinar o tamanho do passo α na direção d ;
5. Atualizar a solução, remetendo-a para a posição indicada;
6. Verificar a convergência do algoritmo SQP;
 - 6.1 Se o mínimo local for encontrado: o processo termina.
 - 6.2 Caso contrário: atualiza-se a matriz Hessiana via o esquema BFGS e Volta para o passo 3.
7. Termina o processo.

3. OTIMIZAÇÃO BASEADA EM MODELOS SUBSTITUTOS

Nesta seção apresentaremos a otimização com modelos substitutos, conforme detalhado no trabalho Horowitz et al., (2013). Varias estratégias podem ser utilizadas para construir um modelo aproximado. Elas podem ser agrupadas em duas categorias: funcional e física (Keane e Nair, 2005; Forrester et al., 2008). A primeira técnica engloba diferentes métodos tais como ajuste de pontos, série polinomial e o método de redução de ordem. A categoria física envolve modelos baseados na simplificação física do problema original.

O krigagem é um esquema baseado em ajuste de pontos o qual é utilizado neste trabalho. Assumimos que os erros não são independentes, mas que são correlacionados entre pontos amostrais por um processo gaussiano. O krigagem fornece uma interpolação entre pontos amostrais.

O primeiro passo para a construção de um modelo substituto é gerar as amostras, que serão usadas na construção da superfície de respostas. Os métodos para gerar uma distribuição de pontos são coletivamente conhecidos como técnicas de experimentos (DOE no inglês). Os métodos mais comuns são: Latin Hypercube (LHS), utilizado neste trabalho, Quase-Monte Carlo (QMC), e Latinized Centroidal Voronoi Tessellation (LCVT) (Guinta, 2002). Uma vez gerados os pontos amostrais, eles são avaliados na função objetivo. Neste trabalho foi usado krigagem ordinário termo de regressão constante (Forrester et al, 2008).

Depois de ter a construção de uma superfície de resposta para aproximações da função objetivo, algumas estratégias de avaliação são usadas para verificar se o modelo gerado é o adequado. As estratégias comumente usadas são RMSE (Root Mean Square Error) e PRESS (Predicted Error Sum of Squares) (Forrester et al, 2008).

3.1. Otimização Aproximada Sequencial

A estratégia local chamada otimização aproximada sequencial (SAO) é usada neste trabalho. A ideia geral do SAO é que o problema original de otimização seja decomposto em subproblemas de otimização sequencial, limitado em pequenas sub-regiões chamada região de confiança, que são adaptadas a estratégia SAO (Alexandrov et al., 1997). Uma superfície de resposta é usada como função substituta que tem um custo computacional baixo para ser analisada a otimização é feita sobre a funções aproximadas.

A estratégia SAO pode ser expressa matematicamente em cada subproblema e a k -ésima iteração e é definida da seguinte maneira:

$$\text{Minimize } f^{*k}(x) \quad \text{Sujeito a} \quad \begin{cases} g_i^*(\mathbf{x}) \leq 0 & \forall i = \overline{1, m}; \\ A(x) \leq b; \\ \|x - x_c^k\| \leq \Delta^k; \\ x_l \leq x \leq x_u. \end{cases} \quad (19)$$

Onde $f^{*k}(x)$ e $g_i^*(\mathbf{x}) \forall i = \overline{1, m}$ são respectivamente a função substituta e as restrições da função em cada iteração. A e b são as matrizes da restrições, x_c^k é o ponto central da região de confiança, Δ é o tamanho de cada região de confiança em cada iteração, x_l e x_u respectivamente os limites inferiores e superiores das variáveis de projeto.

O Algoritmo SAO é formulado em cada subproblema da Eq. 19. Os principais passos do algoritmo SAO (Guinta e Eldred, 2000) são apresentados na continuação:

1. Assumir o tamanho e ponto inicial da região de confiança;
2. Computar as funções objetivos e restrições reais no ponto central da sub-região ;
3. Construir as funções substitutas localmente para as funções objetivo e as restrições;
4. Otimizar o problema usando aproximações, onde as variáveis de projeto são limitadas pela fronteiras da sub-região;
5. Recalcular as funções objetivo e restrições reais no ponto ótimo encontrado;
6. Verificar a convergência interna do otimizador;
7. Manter/ reduzir / aumentar a nova sub-região de acordo com o esquema da região de confiança;
8. Voltar para o passo SAO 3.
9. Termina o processo.

3.2. Esquema para Atualizar a Região de Confiança

Para atualizar a região de confiança de tamanho Δ_k para cada subproblema de otimização foi usado o descrito por Eldred et al., (2004). O parâmetro ρ_k controla o tamanho da região de confiança. Este parâmetro mede a precisão da função substituta em x_*^k , o candidato ótimo obtido no passo 4 do algoritmo SAO, e é calculado como:

$$\rho_k = \min(\rho_f^k, \rho_{gi}^k) \quad \forall i = \overline{1, m} \quad (20)$$

onde

$$\rho_f^k = \frac{f(x_c^k) - f(x_*^k)}{f^*(x_c^k) - f^*(x_*^k)} \quad e \quad \rho_{gi}^k = \frac{gi(x_c^k) - gi(x_*^k)}{gi^*(x_c^k) - gi^*(x_*^k)} \quad (21)$$

Onde f e $g_i, \forall i = \overline{1, m}$, são a função objetivo original e as restrições da função. O tamanho da região de confiança é atualizado da seguinte forma:

$$\Delta^{k+1} = \begin{cases} 0.5\Delta^k & \text{se } \rho^k \leq 0; \\ 0.5\Delta^k & \text{se } 0 \leq \rho^k \leq 0.25; \\ \Delta^k & \text{se } 0.25 \leq \rho^k \leq 0.75; \\ 2\Delta^k & \text{se } 0.75 \leq \rho^k \leq 1.25. \end{cases} \quad \text{ou } \Delta^k > 1.25; \quad (22)$$

4. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Para o problema de injeção de água (ou recuperação secundária) aqui estudado foram consideradas apenas as receitas provenientes da produção de óleo e custos de produção e injeção no fluxo de caixa do valor presente líquido. A injeção de água é o principal método de recuperação secundária devido ao baixo custo associado ao uso da água, que é abundante, bem como à maior estabilidade do processo de comparado com o uso de gás (Oliveira, 2006). O problema sintético apresenta uma característica bidimensional, com aproximadamente 260 mil m^2 área dividido em três regiões com diferente permeabilidade (P-2, P-3) dois poços produtores e um poço injetor (P-1). A permeabilidade na região do poço $P - 1$ é de 500mD, porém na região do $P - 2$ é 1500mD e no P_3 é 100mD. O problema é mostrado esquematicamente na Fig. 1. A vazão máxima para o injetor ($I - 1$) é de $44m^3/dia$ e a soma das vazões dos produtores é de $40m^3/dia$.

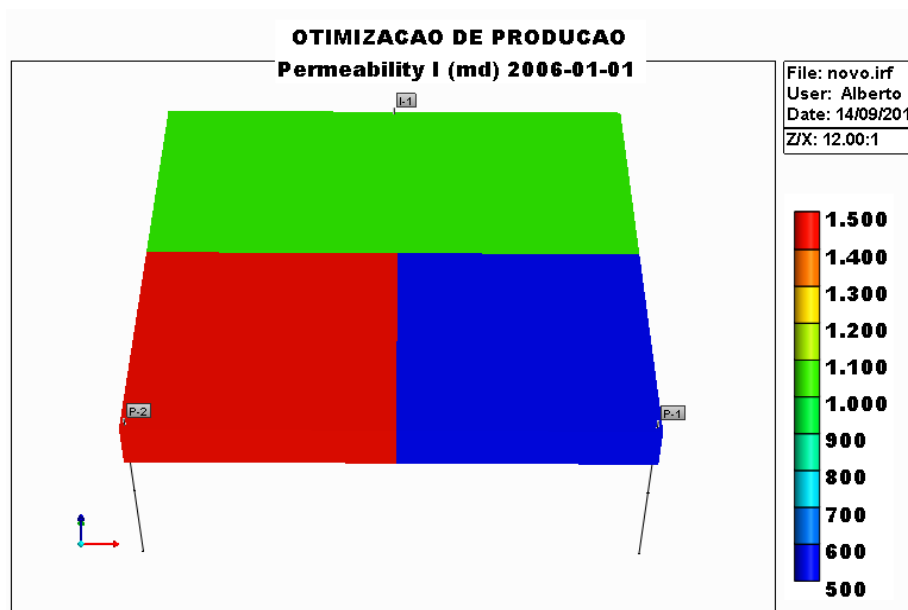


Figura 1. Permeabilidade do problema sintético.

A seguir apresentamos as características do reservatório na Tab. 1.

Tabela 1. Características do Reservatório

Malha de Simulação	51(510m)x51(510m)x1(4m)
Porosidade	30%
Permeabilidade vertical (K_v)	10% de K_h
Compressibilidade da Rocha @ 200 kgf/cm	$5 - 10^{-5} (kgf/cm^2)^{-1}$
Contato entre Fluidos	Sem contatos WOC e GOC
Pressão de Saturação (P_{sat})	$273kgf/cm^2$
Viscosidade @ T_{res}, P_{sat}	0.97 cP
Razão Gás-Óleo de Formação (RGOF)	$115.5m^3/m^3 std$

As formulações do problema de otimização aqui apresentadas foram retiradas do trabalho de Horowitz et al., (2013). Como variáveis de projeto temos as vazões nos poços produtores e no poço injetor. As variáveis referentes aos poços produtores são definidas como a fração porcentual da vazão total dos poços, como:

$$x_{p,t} = \frac{q_{p,t}}{\sum q_{p,t}} \quad (23)$$

As variáveis referentes aos injetores são definimos como:

$$x_{i,t} = \frac{q_{i,t}}{\sum q_{i,t}} \quad (24)$$

Na Eq. (23) e Eq. (24) P representa o grupo dos poços produtores, I o poço injetor e $q_{p,t}$ é a vazão no poço p no intervalo de tempo t . Em relação às condições de funcionamento quanto as linhas de produção de óleo e injeção de água, é considerado o caso não-topado (pode-se ou não operar na vazão máxima da restrição de plataforma). Este problema tem a seguinte formulação:

$$\begin{aligned} \text{Maximizar} \quad & \text{VPL} = \sum_{\tau=0}^T \left[\frac{1}{(1+d)^\tau} F_\tau(x_{p,t}, u) \right] \\ \text{Sujeito a} \quad & \begin{cases} \sum_{p \in P} x_{p,t} \leq 1 & \forall t = \overline{1, n_t}. \\ \sum_{p \in I} x_{p,t} \leq 1 & \forall t = \overline{1, n_t}. \\ \sum_{p \in P} x_{p,t} \leq \sum_{p \in I} x_{p,t} \leq 1.1 \sum_{p \in P} x_{p,t} & \forall t = \overline{1, n_t}. \\ x_{p,t}^l \leq x_{p,t} \leq x_{p,t}^u & \forall t = \overline{1, n_t}. \end{cases} \end{aligned} \quad (25)$$

A função objetivo (Eq. (26)) escolhida foi o valor presente líquido (VPL) do fluxo de caixa da operação de campo, $x_{p,t}^l$ e $x_{p,t}^u$ representam os limites inferiores e superiores das variáveis de controle, i a taxa mínima de atratividade e τ tempo relativo ao período. O número de variáveis do problema é dado por:

$$ndv = (n_P + n_I) n_t \quad (26)$$

onde n_t é o número de ciclos de controle, (n_P) poços produtores e (n_I) poço injetor. O fluxo de caixa está definido como:

$$F_\tau(x_{p,t}, u) = [(R - CO)] \quad (27)$$

$$CO = [C_{opo} + C_{oia} + C_{opa}] \quad (28)$$

Na Eq. (27) R (receita bruta da venda de óleo), CO (custos operacionais de produção (custos associados à produção de óleo e água e à injeção de água) e Eq. (28) C_{opo} (custo operacionais de produção de óleo), C_{oia} (custo operacionais de injeção de água), C_{opa} (custo operacionais de produção de água). A Tab. 2 apresenta o cenário econômico para o problema (Tueros, 2014).

Tabela 2. O cenário econômico.

Variaveis	Valor	Unidade
Preço do óleo	35	(US\$/m ³)
Custo de produção de óleo	10	(US\$/m ³)
Custo de produção de água	5	(US\$/m ³)
Custo de injeção de água	2	(US\$/m ³)

Na Eq. (29) tem-se as variáveis de projeto para os produtores (P) tem um rateio mínimo de 25% e um rateio máximo de 75% e Eq. (30) as variáveis de projeto para o injetor (I) tem um rateio mínima de 0.0% e um máximo de 100%

$$0.25 \leq x_i \leq 0.75 \quad i \in P. \quad (29)$$

$$0.0 \leq x_j \leq 1.0 \quad j \in I. \quad (30)$$

Neste problema foram usados três ciclos de controle no tempo de produção nas variáveis para dar uma maior flexibilidade ao processo de otimização (Horowitz et al., 2013).

5. RESULTADOS

As técnicas que utilizamos para resolver este problema são SQP, SQP com SAO (ou simplesmente SAO), MLA (utilizamos o método Quase-Newton (Broyden, 1967)) e MLA com SAO. Também foi usada a técnica de krigagem para construção das superfície de respostas, sendo usadas $2n + 1$, amostras geradas por (LHS), onde n é o número de variáveis de projeto.

Na Tab. 3, apresentamos os pontos iniciais do processo de otimização nos diferentes ciclos de controle. O problema tem (9) nove restrições, isto é, (3) três restrições por ciclo de controle.

Na Tab. 4, os multiplicadores de Lagrange iniciais são representados por $\lambda_i \forall i = \overline{1 : 9}$ e r_p é o parâmetro de penalidade. Estes multiplicadores foram escolhidos de maneira arbitrária, um multiplicador λ_i é usado para cada restrição do problema e o parâmetro de penalidade é o mesmo para todas as restrições (Tueros, 2014).

Os pontos ótimos são apresentados na Tab. 5 que foram obtidos no processo de otimização, obtendo um VPL de US\$ 1.7246.10⁶, com 1216 avaliações de funções (ou chamadas do simulador IMEX) durante o processo de otimização.

Na Fig. 3.3(a) mostramos a evolução do MLA durante o processo de otimização. Ela alcança um valor máximo rapidamente na primeira iteração, a primeira iteração da Lagrangeana aumentada é representada pela cor vermelha, a

Tabela 3. Pontos Iniciais.

Data	Pontos Iniciais		
	$x_1(P1)$	$x_2(P2)$	$x_3(I1)$
01/2006	2.3866e-01	5.15683e-01	7.505981e-01
01/2012	3.5922e-01	2.94137e-01	6.509348e-01
01/2016	3.7141e-01	5.63120e-02	4.209230e-01

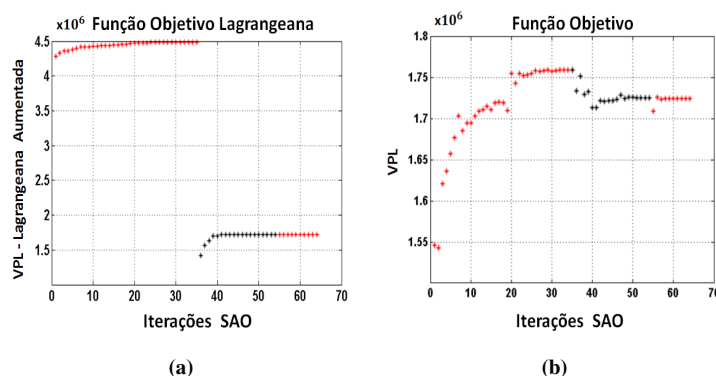
Tabela 4. Valores iniciais dos multiplicadores de Lagrange e parâmetro de penalidade.

λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6	λ_7	λ_8	λ_9	r_p
0.1	0.2	0.3	0.5	0.6	1	0.8	0.9	1.5	0.5

Tabela 5. Tabela de resultados.

Data	Ponto ótimos			
	$x_1(P1)$	$x_2(P2)$	$x_3(I1)$	US\$ VPL($x10^6$)
01/2006	0.366	0.634	0.922	
01/2012	0.368	0.011	0.336	1.7246
01/2016	0.0	0.0	0.0	

segunda iteração pela cor preta e a terceira iteração pela cor vermelha. Nestas iterações o vetor das variáveis de projeto deixou a região viável em mais de uma oportunidade como pode ser observado mais adiante nas figuras que apresentam o comportamento das restrições. Na Fig. 3.3(b) apresentamos a evolução da função objetivo original que também apresenta 3 iterações de Lagrangeana, observando a mesma começo de cores que a Fig. 3.3(a). Finalmente, esta figura também mostra o modelo substituto criado foi 64 vezes, para o que foram necessárias um total de 1216 de avaliações de função. A seguir apresentamos o comportamento de cada uma das restrições no processo de otimização.

**Figura 2. VPL Lagrangeana aumentada (a) e VPL da Função Objetivo (b) respectivamente.**

Na Fig. 3 apresentamos as 9 restrições do problema. As Figuras (a), (b) e (c) representam as restrições do primeiro ciclo de controle, (c), (d) e (e) as do segundo ciclo e (g), (h) e (i) as do terceiro ciclo. Estas figuras mostra como evolue em cada iteração que foi chamado SAO. Observamos que as restrições (a), (d), (e), (f) e (i) passa da região viável a uma não viável e finalmente termina na região viável. As restrições (b), (c), (g) e (h) sempre estão na região viável. No entanto na convergência todas as restrições são satisfeitas.

Para efeito da comparação, dentro da tolerância especificada, este problema também foi resolvido utilizando o método direto de programação quadrática sequencial do DAKOTA, tendo sido necessárias 1955 avaliações de função, e foi atingido o mesmo VPL US\$1.7240.10⁶. Também foi comparado com o método programação quadrática sequencial utilizando os modelos substitutos (Horowitz et al., 2013) que apresenta 741 avaliações de função e atinge ao mesmo VPL (US\$1.7246.10⁶). A seguir a Tab 6 apresenta um resumo dos resultados obtidos.

Finalmente concluímos que resolver um problema de otimização restrita com o MLA é uma boa alternativa pela facilidade de transformar um problema com restrição em um problema sem restrição. Apesar do MLA fornecer boas soluções em termos da função objetivo, apresenta um alto custo computacional para o problema sintético.

6. CONCLUSÕES

Neste trabalho, utilizando-se diferentes técnicas de otimização nos levam a ter as seguinte conclusões.

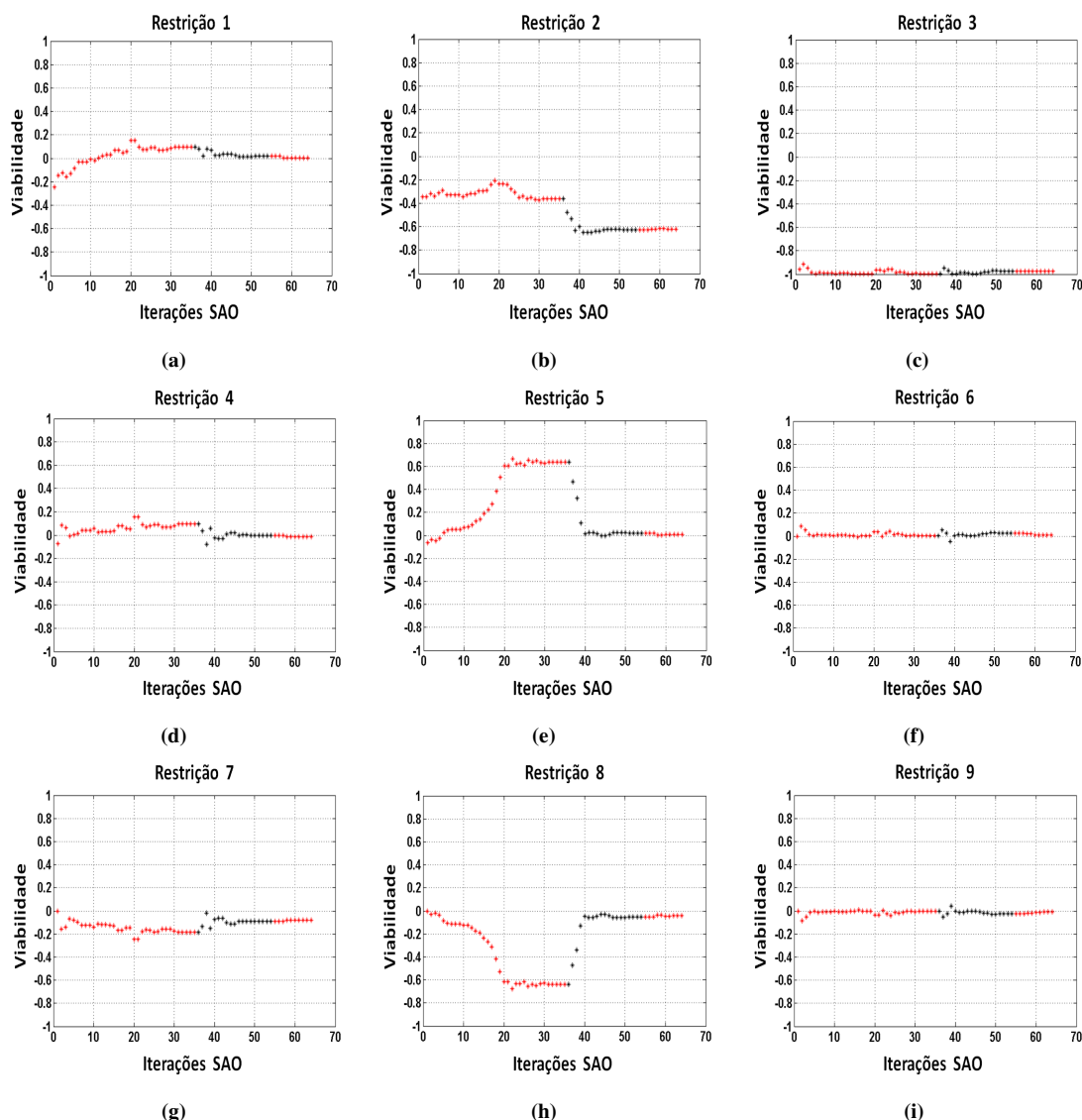


Figura 3. Restrições do problema

Tabela 6. Resumo de resultados.

Método	Avaliações de função	US\$ VPL-Base (10^8)
SQP	1995	1.7240
MLA	2195	1.7034
MLA-SAO	1219	1.7246
SQP-SAO	741	1.7246

Resolver um problema de otimização restrita com o MLA é uma boa alternativa pela facilidade de transformar um problema com restrição em um problema sem restrição.

O MLA com SAO é mais eficiente que MLA e SQP.

Apesar do MLA com SAO fornecer boa solução em termos da função objetivo, apresenta um alto custo computacional com relação ao SAO para este problema sintético.

7. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o suporte financeiro a CAPES, fundação CMG e da rede temática SIGER da Petrobrás.

REFERÊNCIAS

Alexandrov, N., Dennis Jr, J.E., Lewisand, R.M., Torczon, V., 1997. A trust region framework for managing the use of approximation models in optimization. NASA/CR-201745; ICASE Report No.9750, Hampton, VA, USA.

- Antoniou, A., and Lu, W. S. 2007. . *Practical optimization: algorithms and engineering applications*. Springer
- Broyden, C.G. 1967. Quasi-Newton methods and their application to function minimisation. *Mathematics of Computation*, pp. 368–381.
- Computer Modeling Group LTD., 2006. IMEX: User's Guide. Calgary Canada.
- Eldersveld, S. K. 1992. *Large-scale sequential quadratic programming algorithms* .(No. SOL-92-4). STANFORD UNIV CA SYSTEMS OPTIMIZATION LAB.
- Eldred, M.S., Giunta, A.A., Collis, S.S., 2004. Second-order corrections for surrogate-based optimization with model hierarchies. In: Paper AIAA-2004-4457, Proceedings of the 10th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference, Albany, NY, USA.
- Forrester, A., Sobester, A., Keane, A., 2008. *Engineering Design Via Surrogate Modelling: A Practical Guide*. 228 p. Chichester: Wiley, ISBN 0470060689.
- Giunta, A., 2002. Use of Data Sampling, Surrogate Models, and Numerical Optimization in Engineering Design. Paper AIAA-2002-0538 in Proceedings of the 40th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, NV.
- Giunta, A., Eldred, M., 2000. Implementation of a Trust Region Model Management Strategy in the DAKOTA Optimization Toolkit. 8th AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization. AIAA-2000-4935. Long Beach, CA.
- Keane, A. J., Nair, P. B., 2005. *Computational Approaches for Aerospace Design: The pursuit of Excellence*. 602 p. Hoboken: John Wiley Sons Inc., ISBN 0470855401.
- Kuhn H. W. and Tucker A. W. 1951 Nonlinear Programming. Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, 481–492, University of California Press, Berkeley, USA.
- Hestenes Magnus R. 1969. Multiplier and gradient methods. *Optimization theory Applications*. Vol. 4 (No. 5): pp, 303–320.
- Horowitz, B., Bastos Afonso, S. e Paiva de Mendonça, C. 2013 *Surrogate based optimal waterflooding management*, 104(3), 501–507. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Vol. 112, pp. 206–219.
- Oliveira, D. F., 2006. Técnicas de Otimização da Produção para Reservatórios de Petróleo. Abordagens Sem Uso de Derivadas para Alocação Dinâmica das Vazões de Produção e Injeção. *Dissertação de mestrado UFPE*, Brasil.
- Rao, Singiresu S. 2009. *Engineering optimization*. Theory and practice.
- Rockafellar, R. T. 1972. *The multiplier method of hestenes and powell applied to convex programming* . *Optimization theory Applications*. Vol. 12(No. 6):pp. 555–562.
- Tueros, Juan A. R. 2014. Otimização em Gerenciamento de Reservatórios de Petróleo via Diferentes Técnicas de Otimização. *Dissertação de mestrado UFPE*, Brasil.
- Vanderplaats, Garret N. 1984. *Numerical optimization techniques for engineering design* . : With applications multiobjective fuzzy optimization techniques for engineering design.

Optimization of Oil Reservoirs Management via Optimization Techniques Different

CNMAI2014-0025

CNMAI2014-0025

CNMAI2014-0025

¹CNMAI2014-0025 ...

CNMAI2014-0025

Abstract. The activities of reservoir management and engineering of oil daily involve multidisciplinary features in optimization problems. The use of optimization techniques is characterized by high computational demand and the amount of simulations in the process to find the optimal solution. Our main goal is to compare different optimization techniques to maximize the net present value (NPV), solving a nonlinear optimization problem with constraints and without constraints to get the best profit. To solve this problem, we use two techniques maximization: the first through the sequential quadratic programming (SQP), using a commercial library and the second with a method without restriction (Quasi-Newton) with using Augmented Lagrangian method (ALM). The ALM includes initially Lagrange multipliers, which may be zero, unlike the traditional method of Lagrange multipliers where all the multipliers must be distinct from zero and methods including penalty parameters. To compare the merit function, these multipliers are updated at each iteration of the optimization process. The ALM was implemented with the free software GNU OCTAVE, but in the restricted and unrestricted optimization process we use DAKOTA platform. To cope with the high computational cost of surrogate models we used in the construction of an approximation of the objective function with the Kriging technique, and the samples generated by the technique LHS (Latin Hypercube Sampling). To conduct simulations the commercial simulator IMEX Black-OIL from Computer Modeling Group (CMG) was used. The optimization process shows that both methods achieve the same optimal point in this work, although showing differences in the amounts of evaluations of the objective function. Therefore, the ALM is an important alternative when the analyst has only unconstrained optimization algorithms

Keywords: Optimization, Augmented Lagrange, Petroleum of Engineer.