

18 a 21 de novembro de 2014, Caldas Novas - Goiás

ESTUDO COMPARATIVO DE MODELOS MATEMÁTICOS ENVOLVENDO O PROCESSO DE DIGESTÃO ANAERÓBIA

Paulo Irineu Koltermann, paulo.koltermann@ufms.br¹
Jéferson Meneguín Ortega, jeferson.ortega@ufms.br²
Valmir Machado Pereira, valmir.machado@ufms.br³
Karen Thayná da Rosa, tkaren@hotmail.com.br⁴
Vanessa Braga Rodrigues, vanessa.b.rodrigues@hotmail.com⁵
Leonardo Santos Morais, leosanmor@gmail.com⁶

¹²³⁴⁵⁶Universidade Federal de Mato Grosso do Sul 123456 – Departamento Engenharia Elétrica... Av. Costa e Silva s/n
Cx Postal - Cidade Universitária – 79070-900 Campo Grande - MS

Resumo: No contexto do Mecanismo de Desenvolvimento Limpo (MDL), os reatores anaeróbios caracterizam-se como sistemas essenciais para o aproveitamento dos resíduos orgânicos gerados principalmente nas estações de tratamentos de esgoto urbanos, podendo contribuir com a autossuficiência energética das instalações, reduzindo o consumo de eletricidade pela utilização do Biogás na geração de energia elétrica. Grande parte do desconhecimento que rodeia o processo de digestão anaeróbia deve-se à escassez de modelos explicativos do processo, o que leva muitos responsáveis pelas tomadas de decisão na área do tratamento de resíduos, a considerá-lo como um processo delicado, controlado por regras empíricas pouco claras, esquecendo as muitas vantagens inerentes à sua aplicação, que podem ser demonstradas pela existência de um modelo associado. O objetivo do trabalho é realizar uma análise comparativa dos diversos modelos adotados atualmente, caracterizando suas particularidades, limitações e grau de complexidade de sua implementação computacional. No âmbito deste tema, define-se um modelo como um conjunto de equações diferenciais, baseadas em balanços dos substratos, produtos, microrganismos e equilíbrios físico-químicos relacionados com as reações, que descrevem as transformações ocorridas durante todo o processo. No desenvolvimento dos primeiros modelos, os processos de digestão anaeróbia eram tratados quase sempre como sendo de primeira ordem, com a desintegração e hidrólise a limitar o processo, usando uma equação única para refletir os efeitos de muitos processos. A partir do avanço dos recursos computacionais e de análises mais refinadas dos processos, esses modelos foram aperfeiçoados tornando as simulações dos processos mais próximas da realidade. Os resultados advindos do trabalho permitirão aos estudiosos na área um melhor discernimento na tomada de decisão na escolha do modelo mais apropriado perante o grau de representação dos comportamentos físicos requerido. Além disso, serão realizadas análises dos modelos visando ajustes das equações na busca de uma melhor performance dos mesmos.

Palavras-chave: Modelagem Matemática, Digestão Anaeróbia, Métodos Numéricos

1. INTRODUÇÃO

1.1. Conceito de sistemas – Estados de um sistema

Sistemas físicos consistem de componentes ou elementos interconectados. O objetivo na análise de um sistema físico é para determinar seu comportamento quando ele está sujeito a entradas especificadas. A matemática é uma ferramenta potente em mãos para o projetista encontrar ampla e efetiva na análise e síntese de sistemas.

O primeiro passo na análise do sistema é obter um modelo matemático do sistema. Um modelo matemático não é nada mais do que um conjunto de equações matemáticas entre as entradas e saídas de um dado sistema. Isto é, obtido do modelo matemático, reunindo-se de uma maneira lógica os vários componentes os quais compõem o sistema. O modelo matemático dos componentes, por sua vez, é obtido através de observações experimentais e/ou com a ajuda de certos

postulados e axiomas fundamentais. Uma vez que o modelo matemático do sistema é obtido, ele pode ser resolvido para a saída do sistema por técnicas analíticas e/ou com a ajuda de computadores (Barroso et al, 1987).

Com o estudo dos sistemas se pretende aprender, projetar, trocar, conservar e se for possível, controlar seu comportamento. Nos sistemas pode-se encontrar variável não observável e variáveis observáveis, onde estas podem ser de entrada ou de saída, conforme visualizado na Fig. 1 (Bazzo et al, 1988).

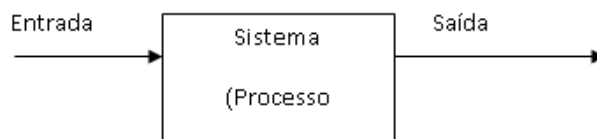


Figura 1. Noção de Sistema

A interação dos distintos componentes de um sistema está determinada por um conjunto de variáveis descritivas. As regras que especificam a interação entre componentes determinam a forma em que as variáveis descritivas variam ao longo do tempo. Para que um computador possa simular um modelo, deve conhecer as regras de interação e dependendo do modelo a simular, possivelmente se tenha que guardar os valores passados das variáveis descritivas, para calcular os valores futuros. Pode não ser necessário guardar todos os valores de todas as variáveis descritivas, ou pode que um grupo mínimo de variáveis possam prever os valores futuros de todas as variáveis do sistema. Este grupo de variáveis se denomina de variáveis de estado. Os valores das variáveis de estado em um instante de tempo t proporcionam o estado do sistema nesse instante. O estado do sistema pode variar por atividades exógenas e endógenas.

2. Processo de Digestão Anaeróbia – Sistema Biodigestor - Biogás

Dentre os processos microbiológicos que ocorrem para obtenção de energia, destaca-se a digestão anaeróbia, a qual corresponde a um processo fermentativo onde diversas espécies de bactérias transformam a matéria orgânica em uma mistura gasosa, o biogás. Atualmente, a literatura apresenta estudos matemáticos que auxiliam o entendimento dos processos de conversão de materiais orgânicos para metano e dióxido de carbono através de atividades microbiológicas, fazendo uso de modelos matemáticos. Estes modelos podem ser usados para predição de alguns parâmetros dos processos de digestão anaeróbia, os quais podem auxiliar o usuário na melhoria da eficiência do biodigestor na produção de metano.

Nos estudos realizados por Martinhão (1981), os modelos matemáticos para biodigestores anaeróbios foram formulados a partir de observações das espécies de bactérias em seus meios, permitindo extrair daí as principais variáveis que influenciam o seu desenvolvimento. Nestes modelos são descritos como ocorre a variação do substrato em um biodigestor, sendo suposto que o crescimento de bactérias depende da quantidade de substrato, e o consumo de substrato é variável.

Para Bassanezi & Ferreira Júnior (1988), baseado na composição das bactérias que atuam na fermentação do substrato, assim como os processos de formação do biogás, foram propostos modelos que relacionam apenas duas das componentes básicas de um biodigestor: quantidade de bactérias que produzem biogás e quantidade de biogás produzido que continua no interior do biodigestor.

A conversão de materiais orgânicos para metano e dióxido de carbono através de atividades microbiológicas consiste de reações consecutivas, paralelas e independentes e envolve um vasto grupo de microorganismos perfazendo um processo biológico muito complexo.

Alguns modelos matemáticos tem sido desenvolvidos para simular este processo de conversão, mas muitos usam extensivos e complexos dados experimentais, tornando os modelos complicados e de difícil utilização. Sendo assim, têm-se buscado modelos mais simples, que possam auxiliar nos projetos de biodigestão, servindo como ferramenta para otimização dos processos e ajudando na análise de dados experimentais. Por isso, serão apresentados modelos matemáticos do processo de digestão anaeróbia fazendo uma análise comparativa, ressaltando as particularidades de cada um. Buscando, dessa forma, facilitar a compreensão de cada modelo auxiliando na melhor escolha para cada projeto.

No modelo de Monod (1949,1950), todos os processos da digestão anaeróbia são agrupados em dois processos de conversão: Primeiro, os componentes da biomassa são convertidos em ácidos voláteis por um grupo de bactérias acetogênicas. Segundo, os ácidos produzidos pelo primeiro grupo de bactérias são convertidos para metano e dióxido de carbono por outro grupo de bactérias (metanogênicas), e a cinética de digestão anaeróbia é aplicada separadamente para cada um destes grupos.

Este trabalho apresenta um estudo de modelos matemáticos para o processo de conversão usando a equação de Monod e para prever a eficiência de conversão de materiais orgânicos para metano e dióxido de carbono, em relação ao tempo de retenção.

Porém, a equação de Monod demonstra o processo de digestão anaeróbia de forma simplificada de modo que, quando o interesse é mais refinado, essa equação não mostra-se adequada pois ela não considera alguns fatores inibidores presentes no processo.

Andrews (1968) modificou a equação de Monod, procurando variáveis que satisfizessem sistemas mais complexos. Ele é citado por outros autores, entretanto sua equação ainda se torna inviável por ser desatualizada a sua data de criação, servindo assim de princípio para outras equações de autores mais recentes. Biscaro e Florentino (2008) trazem uma equação bem complexa, porém adota variáveis destinada a produção de biogás usando como matéria prima biomassa agrícola.

Ressaltando também que há outros trabalhos de outros autores como Gonçalves (2012) em sua tese de mestrado “Modelagem do processo de digestão anaeróbia da FORSU à escala industrial” que apresenta modelos matemáticos usados para a digestão anaeróbia, porém de forma abrangente, usando vários autores que se baseia em diversas equações. O que diferencia este trabalho é por se tratar apenas de autores que utilizam a equação de Monod como princípio para suas equações.

Tendo como objetivo realizar uma análise comparativa dos modelos apresentados por autores diferentes, apresenta-se ao leitor as particularidades, limitações e grau de complexidade de sua implementação computacional de cada um. Auxiliando na decisão de escolha da qual será adequada a cada projeto de pesquisadores e contribuindo para a comunidade científica acelerando o processo de conhecimento sobre o biogás.

3. DESENVOLVIMENTO

Para que se possa projetar sistemas de tratamento de esgotos, torna-se necessário conhecer o comportamento da variação da composição e da concentração dos materiais no reator anaeróbio, assim como a taxa em que tais variações ocorrem. Muitas das reações que ocorrem em sistemas para tratamento de esgoto são lentas e sua cinética é considerada importante (Zaiat, 2003).

A equação geral que relaciona a taxa de variação da concentração da substância no tempo com a própria concentração, pode ser expressa por:

$$\frac{dC_A}{dt} = \pm K_A * C_A^{nr} \quad (1)$$

Onde C_A = concentração da substância reagente A (3G/l)

K_A = constante de reação (dia⁻¹)

nr= ordem da reação (para n=1 → reação de 1ª ordem, para n=2 → reação de 2ª ordem, e assim por diante)

Os principais fatores que podem afetar os valores de K_A são: temperatura, presença de catalizadores, presença de substâncias tóxicas, disponibilidade de nutrientes e fatores de crescimento e outras condições ambientais.

A cinética do crescimento biológico é muito importante para o estudo do processo de digestão anaeróbia pois a cinética descreve o comportamento do metabolismo bacteriano e assim pode-se prever a qualidade final do efluente (saída). Neste sentido, será apresentada na sequência, a formulação cinética que descreve o crescimento bacteriano, o crescimento do substrato e a utilização de substrato.

3.1. Balanço de Massa

O balanço de massa de reatores anaeróbios envolve a entrada e saída de materiais no reator e reações cinéticas de produção e consumo de substrato e biomassa. Como o balanço de massa baseia-se na lei da conservação de massa, a quantidade de material acumulado deve ser igual à quantidade de material que entra menos a quantidade que sai mais a quantidade transformada dentro de um volume qualquer.

$$\text{Acumulação} = \text{Entrada} - \text{saída} + \text{crescimento} - \text{consumo} \quad (2)$$

A expressão matemática resultante do balanço de massa é:

$$\frac{d(C * V)}{dt} = Q.C_0 - Q.C + r_p * V - r_c * V \quad (3)$$

Onde C = concentração do composto em um tempo t (mg/l)

C_0 = concentração afluente do composto (mg/l)

V = volume do reator (m³)

Q= vazão (m³/dia)

t = tempo (dia)

rp = taxa de reação de produção de compostos (mg/3*dia)

r_c = taxa de reação de consumo de compostos ($\text{mg}/^3\text{*dia}$)

Em tratamento de esgotos, considera-se como fixo o volume do reator, simplificando-se assim a equação acima:

$$V * \frac{d(C)}{dt} = Q.C_0 - Q.C + r_p * V - r_c * V \quad (4)$$

Todos os processo biológicos de tratamento de esgotos ocorrem num volume definido por limites físicos específicos. Este volume é comumente denominado reator. As modificações na composição e concentração dos compostos durante a permanência da água residuária no reator são essenciais no tratamento de esgotos. Estas mudanças são causadas por: transporte hidráulico de materiais no reator (entrada e saída) e por reações que ocorrem internamente no reator (produção e consumo).

3.2. Bactérias

A taxa de variação da biomassa no Reator como mencionado acima, pode ser expresso por:

$$\text{Total Bactérias} = \text{Total Bactérias (t-DT)} + (\text{taxa de nascimento} - \text{taxa de mortes}) * \text{DT} \quad (5)$$

$$\frac{dX}{dt} = \left(\frac{Q}{V}\right)X_0 - \left(\frac{Q}{V}\right)X - K_d X + \mu X \quad (6)$$

onde,

Q = taxa de fluxo, L/dia;

V = volume do reator, L;

X_0 = concentração da biomassa na alimentação, gVSS/L;

X = concentração de biomassa no reator, gVSS/L;

μ = taxa de crescimento específico, dia^{-1}

K_d = taxa de morte constante, dia^{-1}

3.3. Substrato

A taxa de variação da concentração do substrato no reator pode ser expresso por:

$$\frac{dS}{dt} = \left(\frac{Q}{V}\right)S_0 - \left(\frac{Q}{V}\right)S - \frac{\mu X}{Y} \quad (7)$$

Onde

S_0 = concentração do substrato no alimentador

S = concentração do substrato no afluente

Y = coeficiente de fornecimento

3.4. Relação entre a utilização do Substrato e as Bactérias

A taxa de crescimento bacteriano pode ser definida como:

$$\frac{dX}{dt} = r_g = \mu X \quad (8)$$

Onde dX/dt = taxa de crescimento bacteriano ($\text{mg}/\text{l} * \text{d}$)

μ = taxa de crescimento específico (d^{-1})

X = concentração de microorganismos (mg/l)

Esta equação é válida tanto para um sistema descontínuo como para sistemas contínuos.

A taxa de crescimento específico (μ) é uma medida de como rapidamente a população das bactérias está crescendo. Quando maior o valor de (μ), maior a taxa de crescimento. A relação da taxa de concentração do substrato e a taxa de crescimento específico pode ser expresso pela equação de Monod (1949,1950) como:

$$\mu = \mu_{\max} \frac{C_s}{K_s + C_s} \quad (9)$$

Onde :

μ = taxa de crescimento específico (d^{-1})

C_s = concentração do substrato limitante (mg/l)

μ_{\max} = taxa de crescimento específico máximo, d^{-1}

K_s = constante de saturação (mg/l)

A constante de saturação K_s é definida como a concentração de substrato onde a taxa de crescimento específico será igual a metade de crescimento específico máxima ($\mu=0,5 \mu_{\max}$)

Por muitos anos ela foi utilizada por grande parte da comunidade científica, no entanto esse método apresenta algumas limitações, pelo fato de não ser considerado fatores de inibição no desenvolvimento da população das bactérias, sendo entretanto, a referência básica para o aprimoramento efetuado a partir daí, por outros pesquisadores, os quais incluíram novos parâmetros nessa equação, destinados a análise do comportamento resultantes de fatores inibidores na produção de biogás, buscando uma melhor reprodução do processo de digestão anaeróbia.

4. ANÁLISE COMPARATIVA

Marcelo Zaiat (2003), em sua Dissertação “Desenvolvimento e análise de biorreatores anaeróbios contendo células imobilizadas para tratamento de águas residuárias” para a USP (Universidade de São Paulo), apresenta-nos três equações, duas partindo da equação de Monod de acordo com a Eq. (1) e uma de primeira ordem. Abaixo estão as duas equações usadas pelo autor partindo da Equação de Monod, motivo pelo qual é a ênfase desta pesquisa:

4.1. Equação apresentada em função da velocidade de degradação da matéria orgânica.

Pode ser aplicada para uma faixa limitada de concentrações de substrato.

$$R_s = \frac{C_x}{Y_{x/s}} \mu_{\max} \frac{C_s}{K_s + C_s} = R_{\max} \left(\frac{C_s}{K_s + C_s} \right) \quad (10)$$

onde,

R_{\max} – velocidade máxima de degradação da matéria orgânica;

$Y_{x/s}$ – fator de crescimento ou a produção bruta de microrganismos por unidade de massa de substrato;

C_x – concentração de microrganismos;

R_s – velocidade de consumo da matéria orgânica pelos microrganismos.

4.2. Equação apresentada por Zaiat - Andrews (1968)

É utilizada para uma faixa de concentração de substrato elevado e, por tal fato pode-se observar a inibição de crescimento celular. Dessa forma, Andrews modificou a equação para um modelo de inibição por excesso de substrato, derivado da cinética enzimática, o que pode representar adequadamente a velocidade específica de crescimento celular como:

$$\mu = \mu_{\max} \frac{C_s}{K_s + C_s + \frac{C_s^2}{K_{is}}} \quad (11)$$

onde,

K_{is} - constante de inibição por excesso de substrato.

Pelo autor essa expressão prevê que, a alta concentração de substrato, isto é, quando C_s for muito maior que K_s , haverá diminuição da velocidade específica de crescimento.

Outros trabalhos que apresentam equações a partir da de Monod, Eq. (1) são as autoras Adriana Biscaro e Helenice Florentino. Em seu artigo “Modelagem Matemática para determinação da eficiência da redução de ST e SV na biodigestão anaeróbica” para a revista Energia para a Agricultura (2008). Elas apresentam duas equações: a princípio a

primeira obtém como resultado a concentração de microrganismos no efluente, já a segunda traz como resultado uma modelagem matemática para a porcentagem de produção de biogás baseado nos sólidos totais e sólidos voláteis.

4.3. Equação apresentada pelas autoras expressa em função da própria concentração de bactérias em um dado instante no reator.

Resulta na concentração de microrganismos no efluente:

$$X = \frac{(S_0 - S)Y}{1 + K_d \theta} \quad (12)$$

onde,

X- Concentração de microrganismos no reator;

S_0 - concentração do substrato limitante no efluente;

S- concentração de substrato ou nutriente limitante;

Y- coeficiente de produção celular;

K_d - coeficiente de respiração endógena;

θ - tempo de retenção hidráulica, $\theta = V/Q$ (tendo V = volume do reator, e Q = taxa de fluxo ou vazão).

4.4. Equação do modelo matemático - duas equações que resulta na eficiência da digestão

Expressa a porcentagem de biogás produzida baseada nos sólidos totais (E) e sólidos voláteis (E_v):

$$E = \frac{(c_o a_o 100 - S_2 - X_1 - X_2)}{c_o 10000} 100 \quad (13)$$

e

$$E_v = \left(\frac{(c_o a_o 100 - S_2 - X_1 - X_2)}{c_o c_a 10000} 100 \right) 100 \quad (14)$$

onde,

c_o - concentração de resíduos no afluente para qual é dado em %;

a_o - concentração de sólidos voláteis;

X_1 - fase 1 da concentração de microrganismo no reator;

X_2 - fase 2 da concentração de microrganismo no reator;

S_2 - fase 2 do substrato em sua fase de formação do ácido;

O terceiro autor é Diener Volpin Ribeiro Fontoura (2004) onde em seu trabalho “Contribuição à modelagem matemática do Reator Anaeróbico Horizontal de Leito Fixo (RAHLF) para tratamento de águas residuárias” da UFSCAR (Universidade Federal de São Carlos), ele apresenta três equações de outros autores a ser utilizada e faz sua própria análise.

4.5. Equação escrita por Foresti (1994)

O mesmo apresenta três equações, porém, somente uma se origina da equação de Monod.

$$\left(\frac{dX}{dt} \right) = X\mu = \frac{\mu_m SX}{K_s + S} \quad (15)$$

onde,

X – concentração de microrganismos;

S – concentração de substrato;

μ - velocidade específica de crescimento;

μ_m - velocidade específica máxima de crescimento celular (constante);

K_s - constante de saturação do substrato.

Fontoura declara que esta primeira equação não é adequada para representar este comportamento, visto que ela não prevê esta inibição de crescimento do substrato.

4.6. Equação expressa por Fontoura e Grady (1999)

Essa equação modifica a equação de Andrews, que se baseia em Monod, representa em duas equações a variação da taxa específica de crescimento microbiano em condições onde algum substrato de caráter inibitório está presente no meio de cultura. Grady analisa o gráfico da função de Andrews apresentada no trabalho de Fontoura, e a modifica em função de uma taxa máxima específica de crescimento microbiano:

$$\mu^* = \frac{\mu_m}{2 \left(\frac{K_s}{K_i} \right)^{0,5} + 1} \quad (16)$$

$$S_s^* = (K_s K_i)^{0,5} \quad (17)$$

onde,

μ^* - taxa máxima específica de crescimento microbiano;

S_s^* - curva de concentração de substrato;

K_i - relação contendo μ^* e S_s .

Assim, todos os autores foram apresentados e suas equações analisadas e descritas, contendo sua destinação, suas variáveis e grau de complexidade, facilitando a compreensão de cada modelo e auxiliando na melhor escolha para cada projeto. Para que todos possam identificar o método de execução da análise das equações que foram descritas, o próximo tópico contém as informações necessárias.

5. Resultados

Segue abaixo, como resultado obtido durante o desenvolvimento da pesquisa, uma tabela de análise comparativa com os trabalhos e suas equações, sendo elas dos mesmos autores ou não.

Tabela 1 – Análise comparativa das equações do processo de digestão anaeróbia

Autor do Trabalho	Autor da equação	Resultado esperado	Variáveis acrescentadas à equação de Monod
Marcelo Zaiat	-	Velocidade de degradação da matéria orgânica, podendo ser aplicada para uma faixa limitada de concentrações de substrato	Velocidade máxima de degradação da matéria orgânica; fator de crescimento; concentração de microrganismos; velocidade de consumo da matéria orgânica pelos microrganismos
	Andrews	Observação da inibição de crescimento celular através de uma faixa de concentração de substrato elevado	Constante de inibição por excesso de substrato
Adriana Biscaro e Helenice Florentino	-	Determinação a concentração de microrganismos no efluente	Concentração de microrganismos no reator; concentração do substrato limitante no efluente; concentração de substrato ou nutriente limitante; coeficiente de produção celular; coeficiente de respiração endógena; tempo de retenção hidráulica
		Determinação da eficiência da digestão, ou seja, a porcentagem de biogás produzida baseada nos sólidos totais (E) e sólidos voláteis (E_p)	Concentração de resíduos no afluente para qual é dado em %; concentração de sólidos voláteis; as duas fases da concentração de microrganismo no reator; fase 2 do substrato em sua fase de formação do ácido;
Diener Volpin Ribeiro Fontoura	Foresti	Determinação da concentração de microrganismos	Concentração de microrganismos; constante de saturação do substrato.
	Grady / Andrews	Avaliação da variação da taxa específica de crescimento microbiano em condições onde existe algum substrato de caráter inibitório	Taxa máxima específica de crescimento microbiano; curva de concentração de substrato; relação contendo μ^* e S_s .

6. Conclusão

A velocidade de crescimento de microorganismos, de consumo de substratos e de formação de produtos podem ser estudados mediante modelagem matemática, utilizando modelos que representem adequadamente a dinâmica destes processos. O estudo da cinética de populações microbianas é de suma importância para que os projetistas e operadores de Sistemas de Saneamento possam melhorar o gerenciamento dos reatores anaeróbios e intervir nos mesmos para obtenção de maior eficiência no processos de digestão anaeróbia, e consequente maior otimização de produção de Biogás. A sensibilidade do comportamento junto aos diversos parâmetros, tais como, composição do PH, e outros dificulta o desempenho dos modelos. Neste trabalho buscou-se avaliar os diversos modelos cinéticos que consideram o crescimento de populações bacterianas. Deste modo, através de uma tabela de análise comparativa foi apresentada as diversas características de cada modelo, mencionando as particularidades que tratam de inclusão de novos parâmetros, visando a melhoria da performance do modelo, principalmente voltadas às questões de inibição de crescimento. Essa análise propicia uma maior capacidade de decisão quanto ao tipo de modelo, a ser usado, conscientes de suas limitações e robustez de seus resultados, além de contribuir para o avanço da pesquisa sobre a utilização de reatores anaeróbios, e consequente obtenção de biogás, hoje tido como alternativa na geração de energia elétrica.

7. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem pelo suporte financeiro do projeto - Chamada Pública MCT/MCIDADES/FINEP/Ação Transversal - Saneamento Ambiental e Habitação – 06/2010 Rede Biogás - Finep / CAPES - Convênio 01.13.0092.00

REFERÊNCIAS

- Andrews, J. F. 1968 Mathematical Model for the Continuous Culture of Microorganisms Utilizing Inhibitory Substrates. Biotech. and Bioeng, Vol X, pp 707-723.
- Bassanezi, R. C.; Ferreira Junior., W. C. 1988, *Equações diferenciais com aplicações*. São Paulo: Harba, 572p.
- Bazzo, W. A., Vale Pereira, L. T, 1988, *Introdução à Engenharia*, Florianópolis/SC, Brasil, Editora da UFSC, 177 p.
- Barroso, L.C., Araújo Barroso, M.M., Campo Filho, F.F, Bunte de Carvalho, M.L., Maia, M.L. 1987. *Cálculo Numérico (com aplicações)*. S. Paulo, Brasil: Ed. Harbra. 367 p.
- Biscaro, Adriana e Florentino, Helenice. 2008. Modelagem Matemática para determinação da eficiência da redução de ST e SV na biodigestão anaeróbica. Revista Energia para a Agricultura.
- Fontoura, Diener V. R. 2004. Contribuição à modelagem matemática do Reator Anaeróbico Horizontal de Leito Fixo (RAHLF) para tratamento de águas residuárias. São Carlos, Brasil.
- Foresti, E. 1994. Fundamentos do processo de digestão anaeróbia. In: Vinhas, M.; Soubes, M.; Borzacconi, L.; Muxi, L. (Eds) Taller y Seminario Latino Americano – Tratamiento Anaeróbico de Aguas Residuales, 3, Montevideo, Anales. Montevideo, Uruguay, p. 97-123.
- Gonçalves, Celso D. C. 2012. Modelação do processo de digestão anaeróbia da Forsu à escala industrial. Lisboa, Portugal.
- Grady, C.P.; Daigger, G.; Lim, H. 1999. Biological Wastewater Treatment. 2. Ed. [s.l.]: Marcel Dekker.
- Martinhão, N. 1981 Dinâmica Populacional e Exploração de Recursos Renováveis. 116f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.
- Monod, J. 1949. The Growth of Bacterial Cultures. Annual Review of Microbiology, 3: 371-394
- Monod, J. 1950. La Technique de culture continue: Theorie ET applications. Annales de L'Institute Pasteurs, 79: 340-410
- Zaiat, Marcelo. 2003. Desenvolvimento e análise de biorreatores anaeróbios contendo células imobilizadas para tratamento de águas residuárias para. São Paulo, Brasil.

RESPONSABILIDADE AUTURAL

“Os autores Paulo Irineu Koltermann, Jéferson Meneguín Ortega, Valmir Machado Pereira, Karen Thayná da Rosa, Vanessa Braga Rodrigues e Leonardo Santos Moraes são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho”.

COMPARATIVE STUDY OF MATHEMATICAL MODELS INVOLVING THE PROCESS OF ANAEROBIC DIGESTION

Paulo Irineu Koltermann, paulo.koltermann@ufms.br¹
Jéferson Meneguín Ortega, jeferson.ortega@ufms.br²
Valmir Machado Pereira, valmir.machado@ufms.br³
Karen Thayná da Rosa, tkaren@hotmail.com.br⁴
Vanessa Braga Rodrigues, vanessa.b.rodrigues@hotmail.com⁵
Leonardo Santos Morais, leosanmor@gmail.com⁶

¹²³⁴⁵⁶Universidade Federal de Mato Grosso do Sul 123456 – Departamento Engenharia Elétrica... Av. Costa e Silva s/n
Cx Postal - Cidade Universitária – 79070-900 Campo Grande - MS

Abstract. *In the context of the Clean Development Mechanism (CDM), anaerobic reactors are characterized as systems essential for the use of organic waste generated mainly in the urban sewage treatment plants, and can contribute to energy self-sufficiency of facilities, reducing electricity consumption the use of biogas to generate electricity. Much of the ignorance that surrounds the process of anaerobic digestion is due to the lack of explanatory models of the process, which leads many responsible for decision making in the waste treatment area, consider it as a delicate process, controlled by rules empirical unclear, forgetting the many advantages inherent in its application, which can be demonstrated by the existence of an associated model. The objective is to conduct a comparative analysis of the various models currently adopted, featuring its peculiarities, limitations and complexity of their computational implementation. Under this theme, we define a model as a set of differential equations, based on the balance sheets of substrates, products, microorganisms and physic-chemical balances related reactions, which describe the changes occurring throughout the entire process. In the development of the first model, the anaerobic digestion processes were often treated as a first order decay and hydrolysis to limit the process by using a single equation to reflect the effects of many processes. From the advancement of computational resources and more refined analyzes of processes, these models have been improved making the simulations closer to real life processes. The proceeds of the work will allow scholars in the area a better discernment in decision making in choosing the most appropriate to the level of representation required physical model behaviors. Furthermore, analyzes of models aiming adjustments equations in search of a better performance of same shall be held.*

Keywords: *Mathematic Modeling, Anaerobic Digestion, Numerical Methods*