



18 a 21 de novembro de 2014, Caldas Novas - Goiás

MODELAGEM MATEMÁTICA PARA ANÁLISE DINÂMICA DE DISPOSITIVO ELETROMAGNÉTICO - CONTATOR

Paulo Irineu Koltermann, paulo.koltermann@ufms.br¹
Jéferson Meneguín Ortega, jeferson.ortega@ufms.br²
Valmir Machado Pereira, valmir.machado@ufms.br³
Karen Thayná da Rosa, tkaren@hotmail.com.br⁴
Vanessa Braga Rodrigues, vanessa.b.rodrigues@hotmail.com⁵
Leonardo Santos Morais, leosanmor@gmail.com⁶

¹²³⁴⁵⁶Universidade Federal de Mato Grosso do Sul 123456 – Departamento Engenharia Elétrica... Av. Costa e Silva s/n
Cx Postal - Cidade Universitária – 79070-900 Campo Grande - MS

Resumo: Contatores são dispositivos eletromecânicos compostos por um conjunto de molas, contatos e um circuito magnético. Quando uma tensão é aplicada na bobina, uma força eletromagnética atrai a parte móvel junto à parte fixa, a fim de efetuar a comutação dos contatos. Embora essas estruturas sejam bem conhecidas, um estudo dinâmico é bastante complexo, devido à presença de relutâncias variáveis. Os contatores de corrente alternada são dotados de anéis de cobre – bobina curtocircuitada, sendo seus efeitos eletromagnéticos combinados com os da bobina principal. A modelagem parte do circuito elétrico equivalente do dispositivo, do qual aplicando a Lei das Malhas das tensões e dos nós das correntes, equações diferenciais de correntes relativos à bobina principal e dos anéis de cobre são obtidas. Utilizando a 2ª Lei de Newton pode-se obter a equação de movimento do dispositivo, levando em consideração os efeitos das molas de curso e dos contatos normalmente abertos e fechados. São montadas as respectivas equações de estado/variáveis de estado e para solução das equações diferenciais é utilizado o Método de Runge-Kutta de 4ª ordem. Os parâmetros elétricos são determinados por software de elementos finitos, sendo os parâmetros mecânicos obtidos do fabricante. A interação das forças elétricas e mecânicas promovem o movimento dinâmico do contator. Os resultados obtidos pela simulação denotam bom desempenho do modelo, comparado aos valores experimentais.

Palavras-chave: Modelagem Matemática, Contator, Análise Dinâmica

1. INTRODUÇÃO

A utilização da modelagem computacional permite ao estudante estruturar determinados conceitos e dentro da concepção do fenômeno estabelecer um padrão alternativo de ensino organizado, fazendo com que ele possa colocar em prática seus conhecimentos com maior facilidade.

Para entender a natureza, através da observação dos fenômenos naturais, os cientistas, desde os tempos mais remotos, sempre procuraram por regularidades ou padrões onde pudessem ser desenvolvido modelos que podem ser entendidos como a codificação desses padrões (regularidades, arquétipos). Através de modelos, os seres humanos tem tentado descrever a natureza e tem desenvolvido ferramentas para interpretá-la ou tecnologias que ajudem a sociedade na resolução dos seus problemas, seguindo os princípios e leis que regem os fenômenos ligados à natureza.

Modelos físicos representam sistemas físicos que são descritos por variáveis mensuráveis. A visão ou imagem que o modelador tem do sistema real, tal como um contator eletromagnético, perpassa por um processo e estabelece relações entre entidades importantes que formam um modelo específico simplificado. Um modelo pode ser visto como um novo mundo construído para representar fatos, eventos, objetos, processos e fenômenos que acontecem no nosso mundo ou num mundo imaginário. Normalmente tais modelos são mais simples que o “mundo a ser modelado” e na maioria dos casos interagimos com esses modelos com o claro objetivo de melhor compreender o mundo modelado (Bazzo et al, 1988).

Um outro importante aspecto dos modelos e do processo de modelagem abordado por Kurtz do Santos et al (2002) é que uma mesma realidade pode ser modelada de diferentes maneiras, representando diferentes aspectos do problema

ou diferentes visões do modelador. A diferença entre modelos e simulações é que os modelos são uma representação de estruturas, enquanto que a simulação infere um processo de interação entre as estruturas que compõem o modelo com o objetivo de criar um comportamento.

As ferramentas de modelagem vão desde o papel e lápis, até a utilização de tecnologias interativas, como o computador. O modelo computacional é dinâmico, na medida em que o modelo pode ser simulado, e os resultados desse processamento, auxiliarem na reestruturação e melhoria do modelo inicial, possibilitando, dessa forma, vislumbrar a evolução temporal dessa mesma realidade física. Sistemas de modelagem que permitem a construção de modelos que se modificam (evoluem) com o tempo são conhecidos como ferramentas de modelagem dinâmica.

A utilização da modelagem computacional é extremamente pedagógica, pois permite ao estudante estruturar determinados conceitos ou conjunto de conceitos e dentro da concepção do fenômeno estabelecer um padrão alternativo de ensino organizado. Isso faz com que ele possa colocar em prática seus conhecimentos com maior facilidade.

A questão da modelagem na pesquisa, pode ser abordada a partir de pelo menos 3 perspectivas:

- a) construção do conhecimento em física; tentativa de entender e explicar fenômenos que ocorrem no mundo real
- b) explicitação e refinamento das representações mentais sobre um conhecimento; criar a possibilidade de dar uma forma concreta a idéias abstratas, ou seja, a reconstrução dos modelos mentais sobre um determinado conhecimento (externalização dos seus modelos mentais).
- c) percepção do mundo a partir de uma visão de dinâmica de sistemas: nova forma de entender fenômenos dinâmicos, a partir de uma análise do comportamento como um todo (visão sistêmica).

A engenharia trabalha com modelos matemáticos dinâmicos. O processo de modelagem consiste em estabelecer relações entre entidades importantes de um sistema. Para cada pessoa existe um modelo base (sua visão ou imagem do sistema real) para o qual um modelo simplificado é construído. A experimentação com este modelo simplificado, acredita-se, melhora o entendimento do sistema real caracterizado por esse modelo (Fig. 1).

Quem modela deve (1) selecionar os elementos da realidade que são concebidos como importantes, e (2) decidir que relações entre esses elementos são consideradas importantes.

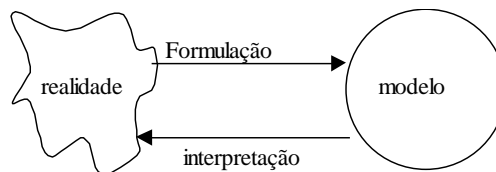


Figura 1 – Uma visão simplificada do processo de modelagem

De uma maneira simples pode-se dizer que um modelo é formulado a partir da realidade, e com base na interpretação do modelo pode-se entender melhor o fenômeno real. Deve-se identificar como se processa a causação no sistema: que variável afeta outra variável, se uma variável aumenta a outra diminui, e assim por diante.

Não existe uma receita que mostre os passos para o processo de construção e validação de um modelo, porém podemos definir algumas etapas desse processo, conforme Fig. 2:

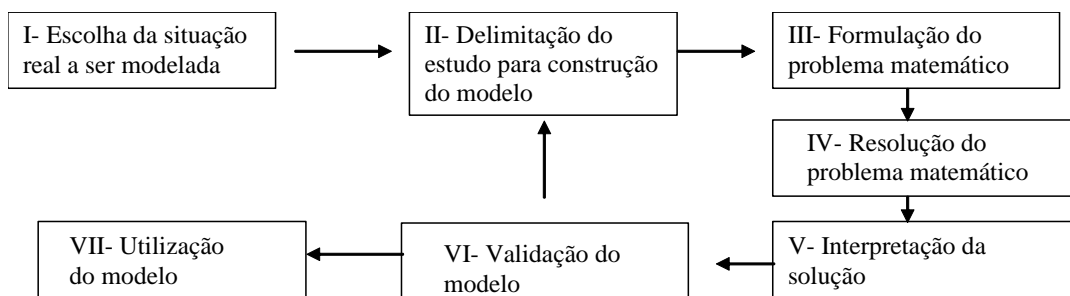


Figura 2 – Etapas do processo de modelagem

A validação do modelo baseia-se em comparar os resultados numéricos gerados pelo modelo (Barroso et al, 1987). Neste caso é necessário escolher parâmetros que estão relacionados com a experiência que representa o fenômeno físico, rodar e interpretar o modelo.

Este estudo discute o comportamento de um contator eletromecânico alimentado em tensão alternada senoidal, a partir de um modelo matemático desenvolvido que permite realizar uma análise dinâmica do mesmo, demonstrando o comportamento transitório da corrente no tempo, permitindo avaliar desde a amplitude máxima atingida pela corrente, até o tempo necessário para atingir o estado de repouso (fechamento) . Foram montadas as equações diferenciais que regem o circuito elétrico e mecânico.

2. CONTADORES DE CORRENTE ALTERNADA

2.1. Aspectos construtivos

O contator é um dispositivo eletromecânico de comutação, acionado localmente ou remotamente por uma fonte de tensão, constituído por um núcleo de material ferromagnético, bobina e contatos principais e auxiliares, sendo responsável pelo estado operacional de um circuito (ligado ou desligado). Como equipamento de manobra pode operar sob correntes nominais ou com sobrecargas pré-definidas. Sobretudo, são utilizados nos sistemas de comando em que a frequência de manobras estabelece regimes severos de operação. Com o acoplamento a Relés Térmicos, pode-se utilizá-los como protetores de motores, sendo amplamente utilizados em sistemas industriais.

A Fig. 3a e 3b apresentam um esquema ilustrando os componentes principais de um contator CA. A estrutura de um contator CA consiste de uma bobina (N_1 espiras) a qual é suprida pela tensão alternada V_1 , a qual é acoplada a um núcleo “tipo E” fixo, cujos polos possuem anéis de cobre curto-circuitados embutidos nas suas faces, e uma peça móvel suspensa por molas (molas de curso). Um conjunto de contatos (principais e auxiliares NA/NF) é preso à peça móvel, cujo movimento impele o fechamento dos contatos normalmente abertos (NA) e abertura dos contatos normalmente fechados (NF) dos mesmos. Os contatos principais tem a função de estabelecer e interromper correntes de motores e chavear cargas resistivas ou capacitivas.

Para cálculo da força mecânica que interage no circuito mecânico, são considerados os coeficientes de elasticidade de cada tipo de mola (principais, curso, NA, NF), bem como para o circuito elétrico são considerados os parâmetros elétricos do circuito equivalente montado, conforme dados de referência de contator comercial. Após a desenergização da bobina de acionamento, o retorno dos contatos principais (bem como dos auxiliares) para a posição original de repouso é garantido pelas molas de compressão, conforme ilustrado na fig. 3a.

Para a operação em corrente alternada, são colocados no contator anéis de cobre em curto-circuito que se situam sobre o núcleo fixo do mesmo, apresentado na fig. 3b, que no funcionamento evitam o efeito da vibração (força variável) por meio da passagem da CA por zero (Bastos, 2004).

O contator possui um entreferro permanente que reduz o efeito do magnetismo residual, após a interrupção da tensão de comando, evitando o colamento do núcleo (não permite o retorno ao estado de repouso aberto).

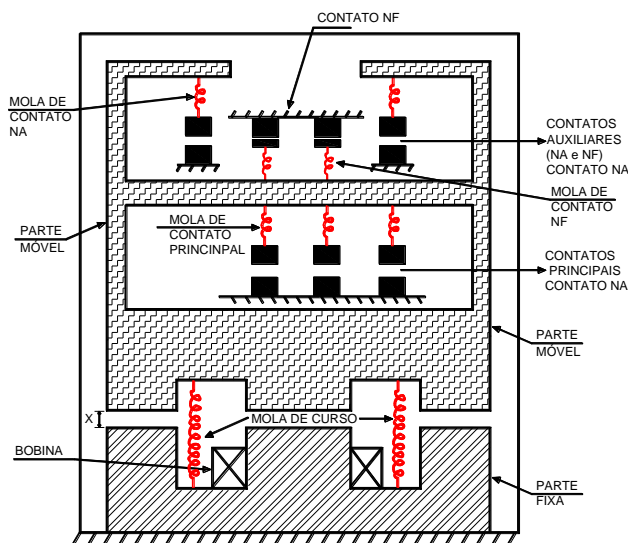


Figura 3a – Desenho esquemático do Contator CA

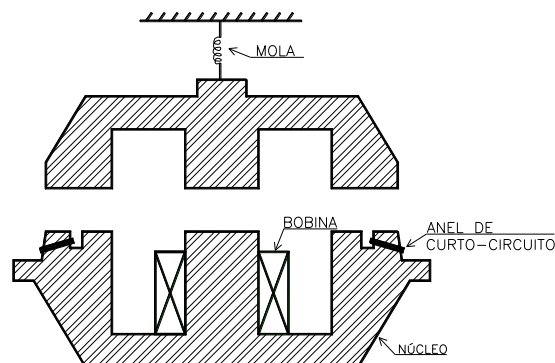


Figura 3b - Aspectos construtivos do Contator CA

3. MODELAGEM DINÂMICA DE UM CONTATOR CA

No funcionamento, a bobina eletromagnética é alimentada em tensão formando um campo magnético que se concentra no núcleo fixo, fazendo surgir uma força que atrai o núcleo móvel. O Comando da bobina é efetuado por meio de uma botoeira acionada à distância, cujos elementos de comando estão ligados em série com a bobina. A velocidade de fechamento dos contadores é resultado da força proveniente da bobina e da força mecânica das molas de separação que atuam em sentido contrário ao movimento.

Para estudo e análise do comportamento dinâmico do contator CA, equações diferenciais ordinárias são formuladas na forma vetorial. O sistema de equações, como mostrado na Eq. (1) descreve o comportamento do contator, incluindo o movimento mecânico (posição, velocidade e aceleração), corrente do circuito e fluxo magnético, sendo resolvido por método de integração numérica Runge-kutta de 4ª ordem) (Koltermann et al, 1992, Bassanezi et al, 1988).

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}u \quad (1)$$

Onde

$\dot{\mathbf{X}} = [\dot{x} \quad \dot{x}]$: vetor de estado

$\mathbf{X} = [x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_i \quad i_1 \quad i_i]$: posição e correntes

$u = V_m \sin(\omega t + \varphi)$: tensão na bobina

A : Sistema matricial incluindo massa e impedâncias elétricas

B : Matriz de entrada

A matriz **A** e a matriz de entrada **B** dependem dos parâmetros físicos do contator. Depois de serem impostas as condições iniciais no vetor de estado, o comportamento do contator é calculado recursivamente, pela excitação da tensão da bobina, como entrada do sistema.

A fig. 4 apresenta o circuito elétrico equivalente referido à bobina principal, onde, “ R_1 e R'_2 ” representam as resistências da bobina e do anel de cobre fechado, “ L_{d1} , L_{md1} e L_{d2} ” representam as indutâncias de dispersão da bobina e do anel de cobre fechado e “ L_{m1} ” representa a indutância mútua entre a bobina principal e o anel de cobre (Rahman et al, 1997).

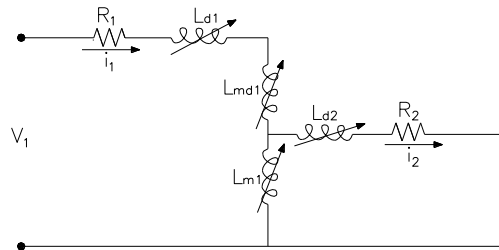


Figura 4 - Circuito Elétrico Equivalente do Contator CA

Nessa análise, a tensão da bobina é assumida como sendo senoidal, como apresentado na Eq. (2):

$$V_1 = V_m \sin(\omega t + \varphi) \quad (2)$$

Todas as indutâncias variáveis presentes no modelo elétrico (função do movimento), nesta modelagem, são encontradas por Software de elementos finitos, tomando os valores de fluxo correspondentes para diversos valores de distâncias do entreferro (distância percorrida), reproduzindo o comportamento não linear esperado. O processo ocorre tendo como referência uma curva ajustada a partir de método de mínimos quadrados sendo suas grandezas referidas ao circuito primário (bobina).

O método de elementos finitos (MEF) é um método largamente empregado para análise de movimento de equipamentos eletromecânicos, pela sua eficiência no cálculo da força e distribuição dos campos magnéticos. Entretanto o MEF para análise em 3D, requer um longo tempo de processamento.

De acordo com o tensor de Maxwell (Bastos, 2004) a força eletromagnética instantânea que produz o movimento de fechamento do contator pode ser expressa em Newton/face de polo, como mostrado na Eq. (3):

$$F = \frac{(B_m \sin \omega t)^2}{2\mu_0} = \frac{(\phi_m \sin \omega t)^2}{2\mu_0 S} \quad (3)$$

Onde “ B_m ” e “ ϕ_m ” são a indução magnética máxima e fluxo magnético máximo no entreferro respectivamente, “ S ” é a área da face do pólo do núcleo magnético e “ μ_0 ” a permeabilidade magnética do ar.

Na face do pólo do núcleo magnético sem a presença de anel, a força instantânea é:

$$F_1 = \frac{\phi_1^2 \sin^2 \omega t}{2\mu_0 S_1} \quad (4)$$

A força instantânea produzida pela face do pólo do núcleo magnético onde se encontra o anel fechado de cobre é:

$$F_2 = \frac{\phi_{21}^2 \sin^2 \omega t}{2\mu_0 S_{21}} + \frac{\phi_{m1}^2 \sin^2(\omega t - \alpha)}{2\mu_0 S_{22}} \quad (5)$$

Expandindo “ $\sin^2 \omega t$ ” e reunindo os termos, a expressão torna-se:

$$F_2 = \frac{\phi_{21}^2}{2\mu_0 S_{21}} + \frac{\phi_{m1}^2}{2\mu_0 S_{22}} + \frac{\phi_{21}^2 \cos 2\omega t}{2\mu_0 S_{21}} - \frac{\phi_{m1}^2 \cos(2\omega t - 2\alpha)}{2\mu_0 S_{22}} \quad (6)$$

Onde “ ϕ_{21} ” e “ ϕ_{m1} ” são os fluxos na seção externa e interna (S_{21} e S_{22}) do anel respectivamente; “ α ” é o ângulo entre os dois fluxos (bobina e anel cobre fechado).

A força resultante no pólo do anel é dada por dois componentes os quais individualmente atingem valor mínimo nulo, porém possuem como resultante um valor mínimo não nulo (soma sinais defasados). Os primeiros dois termos de (6) correspondem à componente média da força e os dois últimos a componente alternada. A força eletromagnética instantânea total é dada por $F_e = F_1 + F_2$.

O fluxo magnético resultante produz a força eletromagnética que impele a parte móvel a se movimentar contra a força restritiva imposta pelas molas, fechando os contatos elétricos.

Os contatos do contator se abrirão caso a força eletromagnética média total em regime permanente seja menor ou igual que a força mecânica total provida pelas molas. O contator requer, contudo, uma “tensão mínima” que possa promover a “força mínima” necessária à manutenção da condição de fechamento dos contatos principais que alimentam a carga (Djokic et al, 2000, Yatchev, 2003).

Assume-se que o núcleo magnético do contator trabalha na região linear da curva de saturação, sendo os fluxos obtidos proporcionais às correntes “ i_1 e i_2 ” calculadas a partir do circuito elétrico equivalente.

Aplicando a lei das malhas de Kirchoff, o seguinte sistema de equações é obtido:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + j\omega L_d & -j\omega L_{m1} \\ -j\omega L_{m1} & R'_2 + j\omega L'_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}'_2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Onde $L_d = L_{d1} + L_{d2}$

Fazendo algumas transformações algébricas na Eq. (7), obtêm-se as equações de estado para as correntes i_1 e i_2 (x_1 e x_2) respectivamente:

$$\begin{bmatrix} L_{m1} + L_d & -L_{m1} \\ -L_{m1} & L_{m1} + L'_d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_1 & 0 \\ 0 & -R'_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} \\ B_{21} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Na Eq. (9) a matriz $[A]$ é a inversa da matriz de indutâncias $[L]$ multiplicada pela matriz de resistência $[R]$. A cada passo de tempo uma nova matriz de indutâncias é calculada.

A partir da 2ª Lei de Newton, tem-se a equação mecânica do movimento dada por:

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} = F_e - F_m - B \frac{dx}{dt} \quad (10)$$

Onde, “ F_e ” e “ F_m ” representam a força eletromagnética e mecânica resultantes (bobina e conjunto de molas) respectivamente; “ B ” é o coeficiente de amortecimento; “ M ” é a massa da parte móvel e “ x ” o deslocamento.

Da formulação mecânica, conforme Eq. (10), são determinadas as equações de estado para o deslocamento e velocidade. Esse sistema, dado pela Eq. (11) é resolvido por integração passo-a-passo no tempo.

$$\begin{cases} \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{1}{M} (F_e - F_m - B \cdot x_4) \end{cases} \quad (11)$$

A força mecânica é obtida pela resultante da soma de todas as forças devidas às molas de curso, principal, NA e NF.

A força magnética promovida pela bobina principal oscila entre o valor máximo e zero duas vezes por ciclo conforme fig. 6, onde a força magnética de atração varia com o quadrado da corrente (fluxo), enquanto que a força média corresponde à metade do valor máximo.

Com a composição do fluxo da bobina com o fluxo do anel de curto-circuito, ocorre a existência de duas forças defasadas no tempo, do que a força eletromagnética resultante se eleva para acima do eixo zero (valor sempre positivo), fazendo com que não ocorra vibração, quando da passagem da tensão pelo valor zero. Portanto a força resultante depende da interação do fluxo que atravessa a face do polo do anel de cobre, que estabelece a tensão induzida no mesmo. A corrente do anel está diretamente ligada à sua impedância, sendo a resistência do mesmo o fator de maior influência na mesma.

4. CONCLUSÕES

Os contadores alimentados em corrente alternada são muitos suscetíveis às variações de tensão, influenciando a sua operação. Atualmente com a degradação da qualidade de energia elétrica, é muito importante contar com ferramentas de simulação para prever comportamentos durante situações adversas. Este artigo descreve uma modelagem matemática para simulação dinâmica e análise do desempenho do contator de corrente alternada podendo ser observado a performance do mesmo no período transitório e regime permanente. Para o desenvolvimento do trabalho, na metodologia foi utilizado o método de elementos finitos para determinação das indutâncias variáveis presentes no circuito elétrico equivalente. Os resultados da modelagem são consistentes e estima-se que a metodologia possa ser muito útil para avaliação de dispositivos eletromecânicos, comumente presente nas instalações industriais.

REFERÊNCIAS

- Barroso, L.C., Araújo Barroso, M.M., Campo Filho, F.F, Bunte de Carvalho, M.L., Maia, M.L. 1987. *Cálculo Numérico (com aplicações)*. S. Paulo, Brasil: Ed. Harbra. 367 p.
- Bastos, J. P. A. 2004, *Eletromagnetismo para Engenharia: Estática e Quase-Estática* Editora da UFSC, Florianópolis, Brasil (396pp).
- Bassanezi, R. C.; Ferreira Junior., W. C. 1988, *Equações diferenciais com aplicações*. São Paulo: Harbra, 572p.
- Bazzo, W. A., Vale Pereira, L. T, 1988, *Introdução à Engenharia*, Florianópolis/SC, Brasil, Editora da UFSC, 177 p.
- Djokic, S. Z. Milanovic J. V. and Kirschen, D. S. 2000, "Sensitivity of AC Coil Contactors to Voltage Sags, Short Interruptions, and Undervoltage Transients," *IEEE Trans. On Industry Applications*, vol. 36, NO 2, pp. 697-704 .
- Koltermann P. I., Assumpção Bastos J. P. and. Arruda, S. R 1992, "A model for Dynamic Analysis of AC Contactor," *IEEE Trans. on Mag.*, vol. 28, No. 2, pp. 1348-1350, March. 1992..
- Kurtz dos Santos, A.C, Cho, Y, Araújo, I.S. Gonçalves, G.P., 2002, *Modelagem Computacional utilizando STELLA – considerações teóricas e aplicações em gerenciamento, física e ecologia de sistemas*, Rio Grande/RS, Brasil, Editora da Furg, 138 p.
- Rahman, A. Arkadan, A. and Jo, M, Vander Heiden, J. 1997 "The coupled Problem in Electromagnetic AC Contactors," *IEEE Trans. On Magnetism*, vol. 33, NO 2, pp. 1630-1633, March. .
- Yatchev, I., 2003, "Coupled Field Problems in Electrical Apparatus," *FACTA UNIVERSITATIS, Series: Mechanics, Automatic Control and Robotics*, vol 3, NO 15, pp. 1089-1101.

RESPONSABILIDADE AUTORAL

“Os autores Paulo Irineu Koltermann, Jéferson Meneguim Ortega, Valmir Machado Pereira, Karen Thayná da Rosa, Vanessa Braga Rodrigues e Leonardo Santos Moraes são os únicos responsáveis pelo conteúdo deste trabalho”.

MATHEMATICAL MODELING FOR DYNAMIC ANALYSIS OF ELECTROMAGNETIC DEVICE - CONTACTOR

Paulo Irineu Koltermann, paulo.koltermann@ufms.br¹
Jéferson Meneguín Ortega, jeferson.ortega@ufms.br²
Valmir Machado Pereira, valmir.machado@ufms.br³
Karen Thayná da Rosa, tkaren@hotmail.com.br⁴
Vanessa Braga Rodrigues, vanessa.b.rodrigues@hotmail.com⁵
Leonardo Santos Morais, leosanmor@gmail.com⁶

¹²³⁴⁵⁶Universidade Federal de Mato Grosso do Sul 123456 – Departamento Engenharia Elétrica... Av. Costa e Silva s/n
Cx Postal - Cidade Universitária – 79070-900 Campo Grande - MS

Abstract. Contactors are electromechanical devices composed of a set of springs, contacts and a magnetic circuit. When a voltage is applied to the coil, an electromagnetic force attracts the movable part with the fixed part, in order to effect the switching contacts. Although these structures are well known, a dynamic study is rather complex due to the presence of variable reluctance. AC contactors are fitted with copper rings - short circuit coil, and its electromagnetic effects combined with the primary coil. The modeling of the electrical equivalent circuit of the device, which meshes by applying the Law of voltage and current, differential equations related to the current principal and copper coil rings are obtained. Using Newton's 2nd Law can obtain the equation of motion of the device, taking into account effects of springs and of course open and normally closed contacts. Their equations of state / state variables and solution of differential equations is used the Runge-Kutta 4th order are assembled. The electrical parameters are determined by finite element software and mechanical parameters obtained from the manufacturer. The interaction of electrical and mechanical forces promote the dynamic movement of the contactor. The results obtained by the simulation model denote good performance compared to the experimental values.

Keywords: Dynamic Analysis, Mathematical Modeling, Contactor