

Sonia Barbosa Camargo Iglioni

organizadora

# COMPREENDER O TRABALHO DOS PROFESSORES BRASILEIROS DO ENSINO BÁSICO

uma abordagem pelos recursos



COMPREENDER O TRABALHO  
DOS PROFESSORES BRASILEIROS  
DO ENSINO BÁSICO:  
uma abordagem pelos recursos

*Conselho editorial*

André Costa e Silva

Cecilia Consolo

Dijon de Moraes

Jarbas Vargas Nascimento

Luis Barbosa Cortez

Marco Aurélio Cremasco

Rogério Lerner

**Blucher** Open Access

SONIA BARBOSA CAMARGO IGLIORI  
(organizadora)

COMPREENDER O TRABALHO  
DOS PROFESSORES BRASILEIROS  
DO ENSINO BÁSICO:  
uma abordagem pelos recursos

2021

*Compreender o trabalho dos professores brasileiros do ensino básico: uma abordagem pelos recursos*

© 2021 Sonia Barbosa Camargo Iglioni  
Editora Edgard Blücher Ltda.

*Publisher* Edgard Blücher

*Editor* Eduardo Blücher

*Coordenação editorial* Jonatas Eliakim

*Produção editorial* Kedma Marques

*Diagramação* Taís do Lago

*Revisão de texto* Samira Panini

*Capa* Laércio Flenic

*Imagem da capa* iStockphoto

---

# Blucher

Rua Pedroso Alvarenga, 1245, 4º andar  
04531-934 – São Paulo – SP – Brasil  
Tel 55 11 3078-5366  
contato@blucher.com.br  
www.blucher.com.br

Segundo Novo Acordo Ortográfico, conforme 5. ed.  
do Vocabulário Ortográfico da Língua Portuguesa,  
Academia Brasileira de Letras, março de 2009.

É proibida a reprodução total ou parcial por quaisquer  
meios, sem autorização escrita da Editora.

---

Todos os direitos reservados pela Editora  
Edgard Blücher Ltda.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Angélica Ilacqua CRB-8/7057

---

Compreender o trabalho dos professores brasileiros  
do ensino básico : uma abordagem pelos recursos /  
organizado por Sonia Barbosa Camargo Iglioni. – São  
Paulo : Blucher, 2021.  
284 p.

#### Bibliografia

ISBN 978-65-5550-080-6 (impresso)  
ISBN 978-65-5550-081-3 (eletrônico)

1. Didática - Ensino Fundamental I. Iglioni, Sonia  
Barbosa Camargo

---

21-1662

CDD 371.1

Índices para catálogo sistemático:  
1. Didática - Ensino Fundamental

---

# PREFÁCIO

*Luc Trouche<sup>1</sup>*

É com bastante prazer que eu escrevo o prefácio para esta obra, por pelo menos três razões. Primeira, porque esta obra é consagrada à educação, ao trabalho dos professores de matemática, e analisa esse trabalho a partir das interações de seus professores com os recursos de seu ensino. Na situação da crise social, sanitária, política, que atravessam um bom número de países no mundo, e o Brasil em particular, a educação desempenha ou deveria desempenhar, uma função crítica, desde que desejemos lhe conceder os meios de assegurar suas missões. Nessa situação em que as ‘fake news’ comandam certos programas governamentais, o professor de matemática, e o exame rigoroso dos fatos e dos argumentos sobre os quais eles repousam, é essencial. E enfim, nessa situação de profusão de recursos educativos sobre a *web*, a abordagem do trabalho dos professores a partir de suas interações com seus recursos é uma necessidade para compreender as metamorfoses desse trabalho.

A segunda motivação para escrever este prefácio, é o quadro teórico no qual ela se inscreve, a abordagem documental do didático. Esta abordagem, introduzida na França há uma dezena de anos (GUEUDET; TROUCHE, 2008, 2016),

---

<sup>1</sup> Professor emérito, Institut Français de l'éducation, Ecole Normale Supérieure de Lyon, França.

tem se desenvolvido em nível internacional, como evidenciou o colóquio internacional que aconteceu em *Lyon en 2018* (GITIRANA *et al.*, 2018; TROUCHE; GUEUDET; PEPIN, 2019). Esse desenvolvimento é nutrido pela diversidade linguística e cultural, como testemunha o projeto DAD-Multilingual <https://hal.archives-ouvertes.fr/DAD-MULTILINGUAL/>. São, aliás os autores desta obra que garantiram a adaptação dessa abordagem em português (TROUCHE *et al.*, 2020). Essa abordagem ‘recurso’ do trabalho dos professores é uma abordagem exigente no plano científico. É o preço a pagar se desejamos analisar o trabalho dos professores, não somente no momento de suas aulas, mas na continuidade de sua carreira, de professor debutante a professor, a professor permanente; não somente em seu curso, mas também na preparação e na revisão desse curso; não somente com seu livro didático, mas com uma diversidade de recursos disponíveis na web; não somente de modo individual, mas levando-se em conta suas interações com seus colegas e a sociedade. Essa complexidade supõe desenvolvimentos teóricos e metodológicos, e é o interesse deste livro de avançar nessas direções.

Enfim, se eu prefacio este livro com prazer, é que este prefácio se inscreve em uma colaboração a logo tempo. Em 1998 eu efetuei meu primeiro estágio de pesquisa no Brasil, na PUC de São Paulo e do Rio, no âmbito de um projeto CAPES-COFECUB, em torno da abordagem instrumental do didático. Esse foi meu primeiro encontro com Sonia Iglioni, que eu agradeço por ter me convidado a escrever este prefácio. Em 2006, houve um segundo projeto CAPES-COFECUB que abordou pela primeira vez nessa colaboração, a questão dos recursos (TRGALOVÁ *et al.*, 2010). E depois, em 2015, o convite de Franck Bellemain para a UFPE no âmbito da CAPES para um curso da Ecole des Hautes Études (TROUCHE, 2015). E o convite de Marilena Bittar para o primeiro congresso LADIMA (BELLEMAIN; TROUCHE, 2016). E a participação a partir de 2018 do projeto « Le système de documentation pour les enseignants de mathématiques dans les écoles de la campagne » no âmbito do Universal do CNPq e coordenado por Iranete Lima na UFPE (BRASIL, 2018). E por fim, o convite de Sonia Iglioni para uma conferência a distância em 2020.<sup>2</sup> Essa continuidade de colaboração foi rimada pelos acompanhamentos e delimitação dos trabalhos de tese de Elisangela Bastos (2014), Rosilângela Lucena (2018), Katiane Rocha (2019) e de Xavier Armenio, ou ainda os estágios de pós-doutoramento (Cibelle Assis, Verônica Gitirana, Sonia Iglioni e Iranete Lima), emergindo a cada vez

<sup>2</sup> Esta conferência foi a distância devido à pandemia. Esta pandemia, de fato, tornou impossível à temporada que je deveria fazer á PUC de São Paulo em 2019-2020. Sinto.

novos avanços conceituais (ver por exemplo ASSIS; GITIRANA; TROUCHE, 2018).

Todas essas colaborações resultam numerosos frutos, como o número especial da revista *Ensino da Matemática em Debate* da PUC- SP (IGLIORI, 2018) reunindo artigos sobre a abordagem documental escritos em quatro línguas ou um panorama em português das pesquisas no Brasil sobre a abordagem documental (ARMENIO; SILVA, 2017). Essa obra é um novo marco em um caminho que certamente não terminará aí ...

Todos os meus votos para que esta obra seja um recurso vivo para os professores, os formadores e os pesquisadores do Brasil !

## REFERÊNCIAS

ASSIS, C.; GITIRANA, V.; TROUCHE, L. The Metamorphosis of resource systems of prospective teacher: from studying to teaching, *in* V. Gitirana, T. Miyakawa, M. Rafalska, S. Soury-Lavergne, & L. Trouche (eds.), **Proceedings of the Re(s)ources 2018 International Conference**, p. 39-42. ENS de Lyon, 2018. Disponível em: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01764563v3/document>.

BASTOS, E. **Les représentations sociales des enseignants de mathématiques** (bourse CAPES). Co-tutelle Université Lyon 1 et UFPE, 2014. Disponível em: <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01128559>.

BRASIL. **O sistema de documentação de professores que ensinam matemática em escolas do campo**. Chamada MCTIC/CNPq Nº 28/2018 – Universal. Processo: 432993/2018-5. 2018 (em desenvolvimento).

BELLEMAIN, F.; TROUCHE, L. Compreender o trabalho dos professores na concepção e utilização de recursos no seu ensino. **Anais do I LADIMA – Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática** – Bonito-MS. Campo Grande: UFMS, 2016, p. 1-14. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/0B6OphkgfrkD3eGRlSWliVHg3YjQ/view>. Acesso: 15 jun. 2018.

GITIRANA, V.; MIYAKAWA, T.; RAFALSKA, M.; SOURY-LAVERGNE, S.; TROUCHE, L. (eds.) **Proceedings of the Re(s)ources 2018 International Conference**. ENS de Lyon, 2018. Disponível em: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01764563v3/document>.

GUEUDET, G.; TROUCHE, L. Do trabalho documental dos professores: gêneses, coletivos, comunidades: o caso da Matemática. **EM TEIA – Revista**

**de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 6, nº 3, 2015. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/2243>.

IGLIORI, S. (ed.). **Ensino da Matemática em Debate**, vol. 5, n. 2, un numéro spécial dédié à l'approche documentaire du didactique, intégrant des articles en anglais, espagnol, français et portugais. 2018. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emd/issue/view/2015/showToc>.

LUCENA, R. **Metaorquestração Instrumental: um modelo para repensar a formação de professores de Matemática**. Tese de Doutorado. UFPE. 2018.

ROCHA, K. M. **Une étude des effets du travail documentaire et collectif sur le développement professionnel des enseignants de mathématiques: apport des concepts d'expérience et de trajectoire documentaires**. 2019. 369 f. Tese (Doutorado) – Curso de Didactique Des Mathématiques, Ecole Normale Supérieure de Lyon, Lyon, 2019. Disponível em: <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-02399664/document>. Acesso em: 08 nov. 2020.

TRGALOVA, J.; TROUCHE, L.; JAHN, A. P.; LIMA, I.; SABRA, H. (2010). Sourcing and re-sourcing teachers activity. *In* PINTO, M. F.; KAWASAKI, T. F. (eds.), **Proceedings of the 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education** (Vol. 2, p. 114). Belo Horizonte, Brazil: PME.

TROUCHE, L. Dos artefatos aos instrumentos do trabalho matemático: a dualidade essencial instrumentação-instrumentalização. **Escola de Altos Estudos**, UFPE. 2015. Disponível em: <http://200.130.57.222/36-noticias/7337-ufpe-oferece-escola-de-altos-estudos-voltada-a-area-de-matematica>.

TROUCHE, L. **Atualidade da abordagem documental do didático, e necessidades de desenvolvimento**. 2020. Conférence invitée, PUC, São Paulo. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=HAbKoM73Nv4&t=631s> (vídeo em francês, sous-titres en portugais).

TROUCHE, L.; GUEUDET, G.; PEPIN, B. (eds.). **The 'resource' approach to Mathematics Education**. Springer Series Advances in Mathematics Education. Cham: Springer. 2019.

TROUCHE, L.; GUEUDET, G.; PEPIN, B.; ROCHA, K.; ASSIS, C.; IGLIORI, S. A abordagem documental do didático. **DAD-Multilingual project**. 2016. Disponível em: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02664943/document>.

XAVIER NETO, A. L.; SILVA, M. J. F. Panorama atual das pesquisas sobre a Abordagem Documental. **Revista de Produção Discente de Educação Matemática**. PUC-SP. v. 6, n. 2, p. 5-17. 2017.

---

# SUMÁRIO

**APRESENTAÇÃO .....11**

SONIA BARBOSA CAMARGO IGLIORI

**A ABORDAGEM DOCUMENTAL DO DIDÁTICO NAS PUBLICAÇÕES EM PERIÓDICOS NACIONAIS E INTERNACIONAIS .....17**

JOSIAS PEDRO DA SILVA

IRANETE MARIA DA SILVA LIMA

**O APORTE DO CONCEITO DE TRAJETÓRIA DOCUMENTAL PARA ANÁLISE DO DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA ..... 41**

KATIANE DE MORAES ROCHA

**PIBID E JOGOS MATEMÁTICOS .....65**

ELISÂNGELA BASTOS DE MÉLO ESPÍNDOLA

ALAIDE CECÍLIA DE LIMA

VITÓRIA MOURA DO NASCIMENTO

**ORQUESTRAÇÕES INSTRUMENTAIS COMO *PIVOT* DA FORMAÇÃO DOCENTE ..... 91**

ROSILÂNGELA LUCENA

**O LIVRO DIDÁTICO NA PERSPECTIVA DE RECURSO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA ..... 127**

JANAÍNA ALVES BOTELHO

CIBELLE ASSIS

<b>METODOLOGIA REFLEXIVA.....</b>	<b>149</b>
ARMÊNIO LANNES XAVIER NETO MARIA JOSÉ FERREIRA DA SILVA	
<b>ORQUESTRAÇÃO INSTRUMENTAL DE UMA SITUAÇÃO MATEMÁTICA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA .....</b>	<b>171</b>
SONIA BARBOSA CAMARGO IGLIORI MARCIO VIEIRA DE ALMEIDA	
<b>UMA PERSPECTIVA INSTRUMENTAL PARA APRENDIZAGENS SOBRE VARIÁVEIS MATEMÁTICAS COM EXCEL NO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL .....</b>	<b>197</b>
RICARDO ARAUJO DA SILVA CIBELLE ASSIS	
<b>PENSAR RECURSOS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA NA ESCOLA BÁSICA .....</b>	<b>221</b>
SONIA BARBOSA CAMARGO IGLIORI	
<b>A GÊNESE DOCUMENTAL E O CONTEXTO REMOTO NO DESENVOLVIMENTO DE UMA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES .....</b>	<b>257</b>
CELINA APARECIDA ALMEIDA PEREIRA ABAR ADRIANA DE OLIVEIRA DIAS	
<b>BREVE CURRÍCULO DOS AUTORES.....</b>	<b>277</b>

---

# APRESENTAÇÃO

*Sonia Barbosa Camargo Iglioni*

A Teoria Abordagem Documental do Didático desenvolvida por Gueudet e Trouche com colaboração de outros autores, vem sendo apoio teórico para pesquisas em torno do ensino, em especial da matemática, por toda parte do mundo. Em junho de 2018 reuniram-se em Lyon na França mais de 26 países em um congresso em torno dessa temática. O Brasil esteve presente com vários representantes.

Essa teoria foi elaborada no âmbito da Didática da Matemática, no entanto nos dias atuais outras áreas da educação têm considerado essa teoria como aporte de suas pesquisas. Isso porque «seu principal objetivo é compreender o desenvolvimento profissional dos professores por meio do estudo de suas interações com os recursos, seus usos e projetos em/para seu ensino”.

Aqui entre nós organizamos um projeto interinstitucional de estudos sobre a temática, denominado **Pesquisas Brasileiras sobre Recursos**, o qual tem por finalidade trocas de conhecimentos e experiências e outras parcerias. Durante os meses de 2020 realizamos cinco seminários, sendo o primeiro conduzido pelo pesquisador Luc Trouche. O projeto é coordenado por mim, e congrega pesquisadores das seguintes Universidades: Universidades Federais do Amazonas, do

Pernambuco, da Paraíba, do Mato Grosso do Sul e a PUC-SP. Luc Trouche é um colaborador especial.

A publicação de um livro foi entendida pelos participantes do projeto como uma oportunidade de trazer aos membros dessa sociedade, aos professores e pesquisadores questões do ensino e informações sobre pesquisas que vêm sendo desenvolvidas no entorno dessa teoria. Digo entorno, porque em consonância com a Abordagem Documental estão as Teorias da Gênese Documental e Instrumental, Orquestração Instrumental, além de um aporte metodológico que acompanha as teorias, a Metodologia Reflexiva.

Assim sendo, o objetivo deste livro é apresentar para a comunidade brasileira pesquisas voltadas para a formação do professor da escola básica desenvolvidas nessas direções mencionadas, e com isso trazer elementos, que consideramos essenciais, para contribuir com o desenvolvimento profissional do professor. Consideramos elucidativo definir como título do livro: “Compreender o trabalho dos professores brasileiros do ensino básico: uma abordagem pelos recursos”.

Esse livro foi elaborado no auge dessa Pandemia que vem ocasionando transtornos tanto do ponto de vista profissional como pessoal. Os 10 capítulos representam nossos esforços e compromisso com a educação brasileira. No que segue, os apresento, de forma sintética, visando a despertar o interesse dos leitores.

O primeiro capítulo denomina-se **“A ABORDAGEM DOCUMENTAL DO DIDÁTICO NAS PUBLICAÇÕES EM PERIÓDICOS NACIONAIS E INTERNACIONAIS”** de autoria de Josias Pedro da Silva e Iranete Maria da Silva Lima. Neste capítulo, os autores apresentam uma revisão de literatura realizada no âmbito de uma pesquisa de doutorado em andamento que objetiva compreender o sistema de documentação de professores que ensinam matemática em turmas da Educação de Jovens e Adultos do Campo e a sua relação com os ambientes de aprendizagem que eles propõem. A revisão teve por finalidade mapear as publicações em periódicos nacionais e internacionais entre 2008 e 2019 que versam sobre a Abordagem Documental do Didático (ADD), bem como o centro de interesse das pesquisas e reflexões apresentadas. O *corpus* de análise foi composto por 32 artigos, sendo 19 nacionais e 13 internacionais publicados em periódicos de reconhecida relevância para a Educação Matemática, indexados no sistema Qualis-Periódicos da Capes e na Plataforma Springer Link. Essas publicações mostram a inserção da ADD, uma abordagem de pesquisa ainda recente, nas pesquisas realizadas em diversos países, bem como o interesse pelo trabalho documental dos professores na educação básica, nos cursos de

formação inicial e continuada de professores. Entre os recursos utilizados pelos professores que participaram das pesquisas apresentadas nos artigos sobressaem os livros didáticos físicos e digitais, as fichas de exercício, os recursos digitais, a exemplo dos softwares de geometria dinâmica e dos sites que disponibilizam recursos voltados para o ensino de matemática.

Katiane Rocha é a autora do Capítulo 2 que se intitula: **“O APORTE DO CONCEITO DE TRAJETÓRIA DOCUMENTAL PARA ANÁLISE DO DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA: o estudo do caso de uma professora francesa”**. Nesse capítulo é proposta uma análise longitudinal do trabalho documental dos professores de matemática. Para tanto, a autora considerou a abordagem documental do didático e a dos princípios metodológicos associados propostos na Investigação Reflexiva. Neste quadro, foram propostos dois conceitos para analisar como o professor de matemática transforma seus conhecimentos e recursos ao longo do tempo, são eles: trajetória e experiência documental. Esses conceitos foram mobilizados na análise do caso de uma professora francesa do ensino fundamental em um período de mudanças curriculares. Na análise desenvolvida, motrou-se que a trajetória documental dessa professora é marcada por seu trabalho em diversos coletivos formais e informais. Esses coletivos são fundamentais diante das novas normas curriculares, alimentando assim, seu sistema de recursos. Em particular, o trabalho com uma colega de escola, Cindy para a preparação de planejamentos.

O Capítulo 3 é de autoria de Elisângela Bastos de Mélo Espíndola, Alaide Cecília de Lima e Vitória Moura do Nascimento. O título é **“PIBID E JOGOS MATEMÁTICOS: cenários do trabalho documental docente”**. No capítulo, as autoras apresentam um estudo desenvolvido no seio do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid), na licenciatura em Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco, que teve por objetivo analisar a concepção e utilização de jogos matemáticos. Expomos um levantamento de artigos referentes aos jogos produzidos no Pibid e publicados no Encontro Nacional de Educação Matemática. Ademais empreendemos esse estudo à luz da Abordagem Documental do Didático e de orquestrações instrumentais, além da Teoria Antropológica do Didático. Em particular, buscamos analisar o trabalho de duas bolsistas de iniciação à docência em relação à gênese documental de um jogo voltado para o ensino de Medidas Agrárias: um quebra-cabeça triangular. O direcionamento metodológico é baseado na investigação reflexiva, que tem como um dos seus princípios o acompanhamento das atividades docentes durante um período significativo. No presente estudo de caso, acompanhamos o trabalho

dessas bolsistas durante dezoito meses, em uma escola pública da rede estadual de Pernambuco, no Laboratório Científico de Aprendizagem, Pesquisa e Ensino (LACAPE), dentre outros lugares. Os resultados do estudo trazem à tona os recursos mobilizados para a concepção do jogo em tela, os esquemas de utilização desenvolvidos em virtude de diversas situações profissionais, que levaram esse jogo a incorporar o sistema documental dessas bolsistas. E, chama a atenção para outras possibilidades de pesquisa sobre o uso de jogos, no que concerne à prática docente e à formação inicial de professores.

Com o título **“ORQUESTRAÇÕES INSTRUMENTAIS COMO PIVOT DA FORMAÇÃO DOCENTE: vivência e reflexão teórico-prática na Metaorquestração Instrumental”** Rosilângela Lucena escreveu o quarto capítulo. Nele, a autora considera que a complexidade de se propiciar uma formação para professores de matemática que permita integração teoria-prática conjugada ao uso de tecnologias digitais como suporte à prática docente é um desafio ainda longe de ser superado. E ela indica que é no âmbito do estudo do uso de tecnologias digitais em sala de aula de matemática que emergem modelos teóricos que favorecem essa integração. E prossegue a autora. A exemplo disso, a Abordagem Instrumental, desenvolvida por Pierre Rabardel em 1995 permite analisar como o indivíduo faz uso de artefatos para aprender matemática, por meio da gênese instrumental. E, ainda, a Orquestração Instrumental, criada por Trouche em 2004, visa a favorecer o processo de gênese instrumental dos estudantes a partir de um modelo de gestão do ensino pautado em situações matemáticas integradas às tecnologias, especialmente, as digitais. Nesse contexto, Lucena, em 2018, desenvolve um modelo de formação de professores na perspectiva de favorecer a articulação da teoria-prática e integração das tecnologias digitais para o ensino de matemática, a Metaorquestração Instrumental. Este modelo fundamenta-se na Orquestração Instrumental e visa a formar seus participantes sobre a Orquestração Instrumental. Trata-se de uma composição de cinco orquestrações instrumentais, entre elas, a Orquestração Instrumental *Pivot*, foco desse texto por ser considerada o sustentáculo do modelo desenvolvido. É objetivo desse texto, discutir a Orquestração Instrumental *Pivot*, sob dois pontos de vista cruciais para a Metaorquestração Instrumental: (I) a gênese instrumental de estudantes que interagem e trabalham colaborativamente para resolver uma situação matemática proposta na *OIpivot*; (II) os eventos que emergem da experiência vivida na *OIpivot* relativos à gênese instrumental para formação de um banco de exemplos que favoreça a apreensão dos conceitos correlatos a esta temática, relevante à formação sobre a Orquestração Instrumental. A *OIpivot* é discutida

como elemento central para a criação de vivência e reflexão teórico-prática na formação docente sobre a Orquestração Instrumental.

O Capítulo 5 foi proposto por Janaína Botelho e Cibelle Assis. O título do capítulo é **“O LIVRO DIDÁTICO NA PERSPECTIVA DE RECURSO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA”**. Neste capítulo, as autoras trazem considerações a respeito do uso do livro didático no planejamento de aulas do professor de Matemática, à luz da Abordagem Documental do Didático – ADD. Para a escrita deste capítulo foi feito um “recorte” da pesquisa de dissertação de Mestrado da primeira autora e orientada pela segunda, apresentada em 2019. O objetivo principal é apresentar usos do livro didático e inferir concepções de ensino e aprendizagem por professores de Matemática quando refletem sobre a preparação ou planejamento de aulas de matemática: é um recurso suficiente para as aulas? O que utiliza dos livros (para que servem) e o que é atrativo neles para o planejamento das aulas? O capítulo é composto por seis seções.

Armênio Lannes Xavier Neto e Maria José Ferreira da Silva são os autores do Capítulo 6 intitulado **“METODOLOGIA REFLEXIVA: um olhar para a documentação de professores para introdução ao ensino de função no 1º ano do Ensino Médio”**. Este capítulo tem por objetivo abordar a relevância da metodologia de investigação reflexiva na análise da documentação de professores quando introduzem o ensino de função no 1º ano do Ensino Médio. É parte de um estudo que se encontra em andamento, com um coletivo de professores em uma formação continuada, sob a perspectiva dos quadros teóricos da Orquestração Instrumental e da Abordagem Documental do Didático. A formação continuada foi planejada de maneira a possibilitar o estudo do fenômeno da gênese documental, considerando os princípios propostos pela metodologia de investigação reflexiva e tendo como pano de fundo a apropriação de um modelo para introduzir o ensino de função no 1º ano do Ensino Médio a partir de função de uma variável real com várias sentenças matemáticas (FVSM).

O Capítulo 7 é de autoria de Marcio Vieira de Almeida e Sonia Barbosa Camargo Iglioni. Trata-se de um estudo teórico que visa a apresentar as etapas de uma hipotética Orquestração instrumental para o ensino do Teorema de Euler para os poliedros. Nesse capítulo, estão indicados os constructos da Orquestração instrumental para uma situação matemática que tem por alvo explorar diversas fases da construção da fórmula de Euler. O título do capítulo é **“ORQUESTRAÇÃO INSTRUMENTAL DE UMA SITUAÇÃO MATEMÁTICA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA”**.

**“UMA PERSPECTIVA INSTRUMENTAL PARA APRENDIZAGENS SOBRE VARIÁVEIS MATEMÁTICAS COM EXCEL NO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL”** é o título do Capítulo 8. Os autores do capítulo são Ricardo Araujo da Silva e Cibelle Assis. Eles apresentam os resultados de uma pesquisa sobre a gênese instrumental considerando uma dupla de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental ao fazerem uso do Excel (planilha eletrônica de cálculo) e a compreensão de conceitos relacionados ao objeto matemático variáveis. Buscam discutir respostas para a pergunta: Que conhecimentos podemos inferir quanto ao conceito de variáveis quando uma dupla de alunos realizam atividades no Excel? O capítulo é composto de cinco seções.

O penúltimo capítulo intitula-se : **“PENSAR RECURSOS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA NA ESCOLA BÁSICA: um trabalho coletivo de pesquisadores da educação matemática e professores”**. Este capítulo apresenta os dados de um projeto de formação de professores desenvolvido de modo cooperativo entre professores da escola básica e pesquisadores da educação matemática. A autora do capítulo é Sonia Iglioni, coordenadora do projeto de pesquisa descrito. Nele, os leitores vão poder acompanhar as fases de construção e de desenvolvimento de um projeto colaborativo.

Para finalizar, Celina Abar e Adriana de Oliveira Dias descrevem no capítulo 10, intitulado **“A GÊNESE DOCUMENTAL E O CONTEXTO REMOTO NO DESENVOLVIMENTO DE UMA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES”** no qual elas apresentam resultados parciais de um projeto de pesquisa que está sendo desenvolvido, de modo remoto, com seis professores de uma escola pública estadual de São Paulo, com a utilização da plataforma Teams da Microsoft. Essa plataforma está disponível em toda a rede estadual de São Paulo e tem como administrador, em cada escola, seu respectivo coordenador pedagógico. Com o objetivo de contribuir para a formação continuada de professores para o ensino e a aprendizagem da matemática, com a integração da tecnologia como ferramenta potenciadora de novas ideias para o ensino em ciências, o contexto da formação envolve um trabalho colaborativo entre professores e pesquisadores, com a finalidade exposta na teoria subjacente ao projeto que é a Gênese Documental. Reflexões sobre os encontros, as ações executadas e o tempo percorrido nos levaram à indagação: que estratégias são necessárias para convencer, compreender e acompanhar a prática profissional de cada um desses professores?

## **A ABORDAGEM DOCUMENTAL DO DIDÁTICO NAS PUBLICAÇÕES EM PERIÓDICOS NACIONAIS E INTERNACIONAIS**

*Josias Pedro da Silva*

*Iranete Maria da Silva Lima*

### **INTRODUÇÃO**

A atividade docente envolve a interação com uma série de recursos, cuja variedade e características influenciam o trabalho do professor em termos de combiná-los, modificá-los e transformá-los em função da finalidade da ação educativa. Este trabalho, denominado de trabalho documental (GUEUDET; TROUCHE, 2019), é realizado tanto em função dos objetivos de ensino, quanto da compreensão que o professor tem acerca das possibilidades e limites dos recursos que dispõe para o desenvolvimento das aulas.

A pesquisa que estamos desenvolvendo no quadro da Chamada Universal do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq se insere neste contexto. Ela tem por objetivo caracterizar o sistema de documentação do professor que ensina matemática em escolas do campo, por meio de uma formação reflexiva investigativa e da análise dos ambientes de aprendizagem por eles propostos. Associada a este projeto está em andamento uma pesquisa de doutorado que busca compreender como se constitui o sistema de documentação de professores que ensinam matemática em turmas da Educação de Jovens e

Adultos do Campo (EJA-Campo) e a sua relação com os ambientes de aprendizagem.

Cabe adiantar, no entanto, que neste capítulo não nos ateremos às discussões sobre o ensino na EJA-Campo (SILVA, 2017; ARROYO, 2017) tampouco à reflexão sobre os ambientes de aprendizagem (SKOVSMOSE, 2008, 2014). Nosso objetivo é apresentar a revisão bibliográfica que realizamos com a finalidade de mapear e apresentar artigos publicados em periódicos nacionais e internacionais, de 2008 a 2019, que têm a ADD no centro das discussões. Os principais elementos teóricos e conceitos que ancoram e caracterizam esta abordagem são amplamente apresentados e discutidos nos demais capítulos. Assim, optamos por dedicar este capítulo ao mapeamento das publicações e às apresentações de resumos de cada uma delas, buscando explicitar como elas contemplam o trabalho documental do professor.

Na seção que segue apresentamos os procedimentos metodológicos que utilizamos para realizar a revisão bibliográfica.

## PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS PARA CONSTRUÇÃO DO CORPUS DE ANÁLISE

Para constituir o *corpus* de análise optamos por publicações veiculadas por revistas periódicas que têm reconhecida relevância para o debate da Educação Matemática. Assim, escolhemos o sistema brasileiro de avaliação *Qualis-Periódicos* que integra a Plataforma *Sucupira*<sup>1</sup> da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela relevância para a pesquisa científica brasileira. Escolhemos também a *Springer Link*, uma plataforma que indexa periódicos reconhecidos internacionalmente no contexto da Educação Matemática. A escolha do ano de 2008 como marco inicial para o estudo foi estabelecida por ser o ano de publicação do artigo intitulado *Towards new documentation systems for mathematics teachers?* por Gueudet e Trouche (2008).

No sistema *Qualis-Periódicos* da Plataforma *Sucupira* utilizamos a palavra-chave “educação matemática” e os seguintes critérios: (a) periódicos que publicam estudos sobre Educação Matemática e com acervo on-line; (b) periódicos avaliados com conceitos *Qualis Capes* B1, A2 e A1 na área de *Ensino* no quadriênio 2013-2016, ainda o mais recente nesta plataforma; (c) periódicos que

<sup>1</sup> Disponível em: <https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/veiculoPublicacaoQualis/>

listaConsultaGeralPeriodicos.jsf. Acesso em: 28 jan. 2020.

tenham publicado *edição especial* sobre a Abordagem Documental do Didático. Para selecionar as publicações na *Springer Link*, utilizamos a palavra-chave “Mathematics Education”, como também o critério de publicar estudos sobre Educação Matemática e ter acervo on-line.

## RESULTADOS DA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A busca realizada no sistema *Qualis-Periódicos* culminou com a seleção de 18 periódicos, sendo 14 nacionais e 4 internacionais, porém, apenas 4 contêm publicações sobre a ADD no período delimitado. Na plataforma *Springer Link* identificamos publicações sobre o tema também em 4 periódicos. A busca realizada nos 8 periódicos resultou em 32 achados – 19 publicações nacionais e 13 internacionais – em um universo de 5.785 artigos, conforme apresentamos na Tabela 1:

**Tabela 1.** Periódicos que compõem o corpus de análise e o número de publicações sobre a ADD no período de 2008 a 2019

N.	Periódicos	Nº de Artigos sobre ADD
1.	Educação Matemática Pesquisa	4
2.	Educational Studies in Mathematics	3
3.	Em Teia – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana	3
4.	Ensino da Matemática em Debate	11
5.	Journal of Mathematics Teacher Education	2
6.	PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática	1
7.	RPEM – Revista Paranaense de Educação Matemática	1
8.	ZDM – Mathematics Education	7
<b>Total de publicações</b>		<b>32</b>

Fonte: Tabela construída com base no *Qualis-Periódicos* e na *Springer Link*.

Este resultado indica uma inserção importante da ADD em veículos que são relevantes para o campo pesquisado, considerando, sobretudo, a juventude desta abordagem. A seguir apresentamos, em síntese, cada um dos 32 artigos mapeados com vistas a evidenciar os principais focos de interesse. Para tanto, organizamos as publicações com base nas duas categorias temáticas que delimitamos.

## Publicações que versam sobre o trabalho documental individual do professor

O trabalho documental individual do professor é foco de discussão em 15 das 32 publicações mapeadas, conforme apresentamos no Quadro 1:

**Quadro 1.** Publicações que versam sobre o trabalho documental individual do professor

<b>Autores(as)</b>	<b>Título</b>
Gueudet e Trouche (2008)	<i>Para novos sistemas de documentação para professores de matemática?</i> <sup>2</sup>
Aldon (2010)	<i>Calculadoras de mão entre instrumento e documento</i> <sup>3</sup>
Espíndola e Trgalová (2015)	<i>Trabalho documental e Decisões Didáticas do professor de matemática: um estudo de caso</i>
Alves e Assis (2018)	<i>A integração dos recursos Livro Didático e GeoGebra: uma análise da tarefa classificação de triângulos na formação inicial do professor de matemática</i>
Espíndola, Luberiaga e Trgalová (2018)	<i>Decisões didáticas e fatores que as influenciam no ensino de razões trigonométricas</i>
Espíndola e Lira (2018)	<i>Jogos para o ensino de funções e o trabalho documental docente</i>
González-Martín, Nardi e Biza (2018)	<i>Do recurso ao documento: conteúdo scaffoldin<sup>4</sup> e organização da aprendizagem do aluno na documentação dos professores, trabalho sobre o ensino de séries</i> <sup>5</sup>
Machado Júnior, Espíndola, Trgalová e Luberiaga (2018)	<i>Abordagem Documental do Didático e o Ensino de Equação do 1º grau na Educação de Jovens e Adultos Ensino Médio</i>
Salinas-Hernández, Miranda e Moreno-Armella (2018)	<i>Diferenças na Prática Docente de dois professores – novos e especialistas – ao promover a Consciência: uma análise sociocultural por meio do uso de recursos</i>
Santacruz-Rodríguez e Sacristán (2018)	<i>Reflexão-sobre-a-ação: a seleção de recursos digitais para ensinar geometria por um grupo de professores primários</i> <sup>6</sup>

<sup>2</sup> Towards new documentation systems for mathematics teachers?

<sup>3</sup> Handheld calculators between instrument and document.

<sup>4</sup> Termo utilizado no campo da Educação para designar um conjunto de regras, orientações ou dicas fornecidas pelo professor no intuito de fazer o estudante avançar progressivamente na aprendizagem.

<sup>5</sup> From resource to document: scaffolding content and organising student learning in teachers' documentation work on the teaching of series.

<sup>6</sup> Reflexión-sobre-la-acción: la selección de recursos digitales para enseñar geometría por un grupo de profesores de primaria.

<b>Autores(as)</b>	<b>Título</b>
Souza (2018)	<i>Recursos para o Laboratório de Matemática: experiência de uma professora do Ensino Fundamental</i>
Yamamoto, Azevedo e Abar (2018)	<i>Buscando novas metodologias para o ensino e aprendizagem de estudantes do Ensino Fundamental I e Ensino Fundamental II em Matemática</i>
Wang (2018)	<i>Analisando a experiência, os recursos e o trabalho coletivo dos professores no contexto chinês e francês<sup>7</sup></i>
Espíndola (2019)	<i>Análise combinatória: recursos de um professor em diferentes níveis de sua atividade</i>
Abar (2019)	<i>Articulações teóricas sobre a abordagem documental do didático</i>

Fonte: Quadro construído com base no *Qualis-Periódicos* e na *Springer Link*.

Em sua publicação, Gueudet e Trouche (2008) propõem uma distinção entre recurso e documento inspirados na abordagem instrumental de Rabardel (1995). Eles apresentam uma pesquisa em que foram entrevistados 9 professores, 5 do *collège* (equivalente ao Ensino Fundamental) e 4 do *lycée* (equivalente ao Ensino Médio), realizadas observações nas salas de aula, bem como nas residências dos professores nos momentos de planejamento. Arquivos digitais nos computadores, planilhas, extratos de livros didáticos e agendas estão entre os recursos que foram analisados. A partir desta pesquisa, os autores destacam que o documento resulta da combinação entre os recursos e os esquemas de utilização em um processo de gênese documental que gera novos recursos que podem ser recombinados e gerar novas gêneses.

Aldon (2010) apresenta um estudo no qual investigou a introdução de calculadoras complexas nas aulas de matemática de uma turma do último ano do *lycée* (Ensino Médio) e, para isso, se ancorou na ADD e na Teoria das Situações Didáticas. O pesquisador observou aulas em que as calculadoras eram introduzidas e realizou entrevistas com a professora da referida turma. Além disso, a professora construiu um diário de bordo das aulas que foram observadas. Com relação à ADD, um dos resultados da pesquisa revela que em um domínio privado, a função atribuída à calculadora pelos alunos e professora não é compartilhada. Como consequência, segundo o autor, há uma separação entre a gênese documental para professor e dos alunos.

<sup>7</sup> Analysing teachers' expertise, resources and collective work throughout chinese and french windows.

Espíndola e Trgalová (2015) trazem uma pesquisa sobre a relação entre o trabalho documental e a tomada de decisões didáticas por um professor de matemática que ensinava em Escola de Referência em Ensino Médio (EREM) situada no Recife. O estudo foi realizado em uma turma do 1º ano quando o professor trabalhava as funções exponenciais. Os dados foram produzidos por meio da observação de aula, gravação em vídeo, entrevistas com o professor e um diário de campo. As pesquisadoras acentuam que as orientações e os conhecimentos do professor acerca das avaliações externas e vestibulares norteiam a seleção de recursos. Além disso, as escolhas didáticas do professor estão ligadas a fatores epistêmicos, como suas concepções sobre a estrutura da aula tradicional, quase sempre configurada pela tríade definição-exemplos-exercícios.

Alves e Assis (2018) discutem sobre a integração entre dois recursos: o livro didático e o *software* Geogebra. Elas analisaram um documento produzido pela primeira autora no contexto de um trabalho de conclusão de curso de licenciatura em matemática que resultou da preparação de uma atividade de ensino sobre triângulos que foi vivenciada em 2016 por uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de Guarabira na Paraíba. Os resultados mostram que, embora o livro didático tenha desempenhado um papel importante na escolha da atividade, a integração com o *software* possibilitou a ampliação das possibilidades das atividades trabalhadas a partir do livro didático.

O artigo de Espíndola, Luberiaga e Trgalová (2018) versa sobre as decisões didáticas que uma professora do 1º ano do Ensino Médio tomou no desenvolvimento do seu trabalho documental. Os dados foram coletados em uma escola integral sediada no Recife por meio da observação do planejamento e execução de 10 aulas sobre razões trigonométricas e de duas entrevistas com a professora. Os resultados apresentados evidenciam que as decisões didáticas da professora são influenciadas tanto pelos tipos de tarefas e técnicas requeridas nas atividades, quanto pela relação que ela conserva com os alunos.

A pesquisa apresentada por González-Martín, Nardi e Biza (2018) abordou o uso de recursos para o ensino de séries de números reais por professores que ensinavam em classes equivalentes ao Ensino Médio no Brasil. Os pesquisadores buscaram compreender como a relação pessoal dos professores com o conteúdo matemático e com o seu ensino interagia com o uso de um livro-texto. Para isso, entrevistaram cinco professores que utilizam o mesmo livro didático e atuavam em três instituições de ensino diferentes no Quebec – Canadá. Os resultados da pesquisa mostram que, embora os objetivos dos professores em relação ao ensino

do conteúdo matemático se assemelhem, os trabalhos documentais diferem entre si. Para os autores, isso se dá porque as decisões didáticas são guiadas por diferentes invariantes operacionais e, mesmo quando são as mesmas, a relação pessoal do professor com os conteúdos pode levá-los a utilizar diferentes regras de ação.

A publicação de Machado Júnior, Espíndola, Trgalová e Luberiaga (2018) versa sobre o trabalho documental realizado por um licenciando em matemática durante a sua vivência no estágio supervisionado e pelo professor-supervisor que o recebeu em sua turma. Os dados da pesquisa foram coletados durante dois meses e envolveu a preparação e vivência, pelo estagiário, de uma aula sobre equação do 1º grau em uma turma do 2º módulo da EJA-Ensino Médio em uma escola pública estadual do Recife, com orientação da professora do estágio. A pesquisadora utilizou o jornal de bordo, entrevistas semiestruturadas realizadas com o estagiário, o professor-supervisor e a professora orientadora do estágio, além da observação da aula ministrada pelo estagiário que foi gravada em vídeo. O estudo evidenciou a influência do trabalho documental do professor-supervisor na forma como o estagiário utilizou os recursos disponíveis. Assim, recursos digitais e fichas de exercícios que se constituíam em recursos-filho para o supervisor, tornaram-se recursos-mãe para o estagiário.

Espíndola e Lira (2018) analisaram oito coleções de livros didáticos do 1º ao 3º ano aprovados no âmbito do Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLEM). O objetivo do estudo foi mapear os jogos matemáticos propostos nas obras e as possibilidades de uso em sala de aula. Os pesquisadores também realizaram entrevistas com três professores que atuavam em escolas da Região Metropolitana de Recife em Pernambuco. Dois entre os jogos identificados – *Tiras de Propriedades para Funções* e *Família de Funções* – foram apresentados aos professores no momento da entrevista. Os jogos foram escolhidos em função do conteúdo matemático que os professores estavam trabalhando em suas aulas no momento da pesquisa. Os autores ponderam que os jogos ainda são pouco indicados nos livros didáticos para o Ensino Médio, à exceção daqueles voltados para o ensino das funções e da probabilidade. A maior parte dos jogos propostos nos livros analisados estavam no manual do professor. Os professores que trabalharam com os dois jogos propostos pelos pesquisadores expressaram a necessidade de realizar algumas adaptações. Para os autores, os jogos propostos são os recursos-mãe, ao passo que os jogos adaptados são os recursos-filho.

Salinas-Hernández, Miranda e Moreno-Armella (2018) apresentam um recorte de uma pesquisa sobre a prática utilizada por dois professores de Física, em

uma escola secundária: um iniciante e um experiente no ensino. Os pesquisadores gravaram dez sessões, em áudio e vídeo, com o professor experiente e doze com o professor iniciante, totalizando 16 h e 20 h de observação, respectivamente. Os resultados da pesquisa revelam trabalhos documentais diferentes: enquanto o professor iniciante priorizou a seleção de exercícios de livros, o professor experiente buscou outras possibilidades para organizar o ensino, a exemplo da utilização de recursos digitais.

Santacruz-Rodríguez e Sacristán (2018) refletem sobre o trabalho documental de um grupo de 30 professores interessados pelo uso de recursos digitais para ensinar geometria. Entre eles, 2 professores selecionaram e trabalharam previamente com um recurso digital em suas aulas que foram gravadas em áudio e vídeo. Após, esses professores se reuniram com os demais para compartilhar suas experiências com relação aos critérios que utilizavam para selecionar recursos digitais. Os autores observaram que os professores não costumavam refletir, em retrospectiva, sobre suas ações de ensino e, por isso, foi necessária a intervenção dos pesquisadores para provocar discussões acerca da seleção de recursos digitais para ensinar geometria.

Souza (2018) narra uma experiência vivenciada junto a uma professora do 5º ano do Ensino Fundamental sobre a produção e a adaptação de um recurso para ensinar as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com números naturais. A autora relata que a professora buscou seu auxílio para trabalhar as dificuldades de seus alunos referentes a essas operações. Assim, ela sugeriu uma atividade para ser trabalhada com grupos de alunos que denominou *Corrida das quatro operações* e atividade composta por dezesseis problemas matemáticos. Souza (2018) considera que a vivência dessa experiência favoreceu a sua própria reflexão sobre a importância do trabalho documental do professor para o desenvolvimento da autonomia do professor quanto à seleção, adaptação ou à produção de recursos para o ensino de matemática.

Yamamoto, Azevedo e Abar (2018) apresentaram um projeto de pós-doutorado em desenvolvimento na época da publicação que versa sobre o trabalho documental de dois professores que atuavam, respectivamente, no *Pimary School* (escola primária) e *Secondary School* (escola secundária) em Singapura. As entrevistas realizadas com os professores revelaram que eles tinham conhecimento e domínio das tecnologias digitais e costumam utilizá-las em suas aulas, a exemplo dos softwares, além de recursos como os livros didáticos.

O artigo de Wang (2018) trata dos sistemas de recursos de três professores de uma escola secundária de Xangai, na China, que participam de grupos

de pesquisa em ensino (*Teaching Research Group – TRG*) e tinham 8 anos, 18 anos e 23 anos de experiência com o ensino. A pesquisadora realizou entrevistas semiestruturadas em um estudo-piloto no quadro de sua pesquisa de doutorado e acompanhou o trabalho dos professores durante seis meses. Os resultados da pesquisa mostram que o trabalho dos professores tem características comuns no que concerne à combinação de recursos e ao trabalho coletivo, mesmo que seus sistemas de recursos apresentem diversas diferenças.

Espíndola (2019) apresentou um estudo sobre o sistema de recursos de um professor de matemática do 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública de Pernambuco, para ensinar a análise combinatória. Apoiada na ADD e no modelo de Níveis de Atividade do Professor (MARGOLINAS, 2005), a autora observou as aulas durante dois meses, realizou entrevistas e analisou o mapa de recursos produzido pelo professor. Os resultados apontam para a existência de diferentes recursos relativos à análise combinatória, associados aos diferentes níveis da atividade do professor e destacou uma atividade impressa chamada “táxi e combinatória” vivenciada pelo professor com seus alunos em sala de aula.

Abar (2019) apresenta uma reflexão teórica que versa sobre o trabalho documental do professor de matemática e sua relação com seus conhecimentos e, para isso, parte da classificação de conhecimentos do professor proposta por Shulman (1986) e inclui os conhecimentos tecnológicos discutidos por Mishr e Koehler (2006). Para a autora, o fato de os conhecimentos dos professores influenciarem a escolha dos recursos, transformando-os em documentos, pode favorecer a inovação em sala de aula.

## Publicações que versam sobre o trabalho documental coletivo

A dimensão coletiva do trabalho documental é discutida em 17 dos 32 artigos que constituem o corpus de pesquisa, conforme representado no quadro que segue.

**Quadro 2.** Publicações que versam sobre o trabalho documental coletivo

Autores(as)	Título
Gueudet e Trouche (2011)	<i>Métodos avançados de formação de professores de matemática: um exemplo em geometria dinâmica</i> <sup>8</sup>
Gueudet, Sacristán, Soury-Lavergne e Trouche (2012)	<i>Caminhos on-line na formação de professores de matemática: novos recursos e novas habilidades para educadores de professores</i> <sup>9</sup>

<sup>8</sup> Mathematics teacher education advanced methods: an example in dynamic geometry.

<sup>9</sup> Online paths in mathematics teacher training: new resources and new skills for teacher

<b>Autores(as)</b>	<b>Título</b>
Gueudet, Pepin e Trouche (2013)	<i>Trabalho coletivo com recursos: uma dimensão essencial para a documentação dos professores</i> <sup>10</sup>
Pepin, Gueudet e Trouche (2013)	<i>Reabastecimento do trabalho e das interações dos professores: uma perspectiva coletiva sobre os recursos, seu uso e transformação</i> <sup>11</sup>
Visnovska e Cobb (2013)	<i>Vídeo em sala de aula no programa de desenvolvimento profissional de professores: perspectiva da gênese da documentação da comunidade</i> <sup>12</sup>
Gueudet e Trouche (2015)	<i>Do trabalho documental dos professores: gêneses, coletivos, comunidades: o caso da Matemática</i>
Gueudet, Pepin, Sabra e Trouche (2015)	<i>Design coletivo de um livro eletrônico: documentação coletiva dos professores</i> <sup>13</sup>
Rocha e Trouche (2015)	<i>Da produção coletiva de livros didáticos digitais aos usos feitos por professores de matemática: o caso do grupo francês Sésamath</i>
Pepin, Xu, Trouche e Wang (2016)	<i>Desenvolvendo uma compreensão mais profunda da experiência do ensino de matemática: um exame dos sistemas de recursos de três professores de matemática chineses como janelas para o seu trabalho e experiência</i> <sup>14</sup>
Pepin, Gueudet e Trouche (2017)	<i>Refinando a capacidade de criação de professores: interações dos professores de matemática com os recursos digitais do currículo</i> <sup>15</sup>
Psycharis e Kalogeria (2017)	<i>Estudar o processo de se tornar um educador de professores em matemática aprimorada por tecnologia</i> <sup>16</sup>
Sayah (2018)	<i>Análise da Estrutura de um Sistema de Recursos: reflexão sobre a modelagem deste sistema, a abordagem documental no centro da análise</i> <sup>17</sup>

educators.

<sup>10</sup> Collective work with resources: an essential dimension for teacher documentation.

<sup>11</sup> Re-sourcing teachers' work and interactions: a collective perspective on resources, their use and transformation.

<sup>12</sup> Classroom video in teacher professional development program: community documentational genesis perspective.

<sup>13</sup> Collective design of an e-textbook: teachers' collective documentation.

<sup>14</sup> Developing a deeper understanding of mathematics teaching expertise: an examination of three Chinese mathematics teachers' resource systems as windows into their work and expertise.

<sup>15</sup> Refining teacher design capacity: Mathematics teachers' interactions with digital curriculum resources.

<sup>16</sup> Studying the process of becoming a teacher educator in technology-enhanced Mathematics.

<sup>17</sup> Analyser la structure d'un système de ressources: réflexion autour de la modélisation de ce système, l'approche documentaire au coeur de l'analyse.

<b>Autores(as)</b>	<b>Título</b>
Lima e Trgalová (2018)	<i>Trabalho Coletivo de Professores de Matemática: um olhar na perspectiva da gênese documental</i>
Rocha e Trouche (2018)	<i>A trajetória documental: uma análise da história da integração de recursos na prática do professor de matemática</i>
Xavier Neto e Silva (2018)	<i>Abordagem documental: Esquemas de uso no trabalho coletivo de professores para o ensino de Sequências Numéricas</i>
Parra e Gueudet (2019)	<i>Um estudo de caso sobre o trabalho documental coletivo de professores: os intervalos de flutuação<sup>18</sup></i>
Xavier Neto, Silva e Trouche (2019)	<i>A construção de atividades para o ensino de sequências numéricas: uma análise pela lente da Abordagem Documental do Didático</i>

Fonte: Quadro construído com base no *Qualis-Periódicos* e na *Springer Link*.

Gueudet e Trouche (2011) abordam desenvolvimento profissional de docentes franceses no âmbito do programa de formação continuada *Pairform@nce*, desenvolvido pelo sistema de educação da França para apoiar a integração das TIC nas aulas de matemática. O trabalho envolveu duas professoras cursistas do programa e enfocou nas interações com os recursos disponíveis para o planejamento e execução de atividades investigativas em um ambiente de geometria dinâmica. Os autores realizaram entrevistas com as professoras e tiveram acesso aos recursos que elas utilizaram na preparação das atividades que lhes foram solicitadas na formação. Além disso, utilizaram o diário de bordo por elas produzido e analisaram a interação entre os participantes da formação nos fóruns on-line. Os resultados da pesquisa mostram que após treze semanas de formação, as professoras passaram a utilizar múltiplas representações no planejamento das aulas, no intuito de facilitar a compreensão dos estudantes. Os autores ressaltam o início de uma gênese documental e a evidência de evoluções nos conhecimentos profissionais das professoras em relação ao uso de ambientes tecnológicos de geometria dinâmica e ao ensino baseado na investigação.

A publicação de Gueudet, Sacristán, Soury-Lavergne e Trouche (2012) trata das interações entre professores formadores e os recursos que eles desenvolvem para o trabalho nas ações formativas em uma plataforma colaborativa on-line no âmbito do *Pairform@nce*. Participaram da pesquisa 7 professores formadores, organizados em dois grupos de 3 e 4 membros cada um. O artigo aborda o processo de implementação de recursos do tipo “percurso formativo”, em que um

<sup>18</sup> Un estudio de caso sobre el Trabajo Documental Colectivo de profesores: Los intervalos de fluctuación.

grupo implementava o recurso desenvolvido pelo outro. Um dos recursos permitia a proposição de atividades voltadas às necessidades dos alunos em função do nível de conhecimento e o outro, possibilitava a investigação em um ambiente de geometria dinâmica. Os dados foram coletados a partir do acompanhamento on-line e de diários de bordo que resultaram da observação e da análise das interações dos participantes na plataforma on-line. Os autores destacam que a formação no contexto do *Pairform@nce* demanda o que eles nominam de *competências-chave* que estão relacionadas à manutenção do trabalho colaborativo e aos registros das atividades desenvolvidas. Destacam também que um recurso do tipo “percurso formativo” pode ser desenvolvido por especialistas em um determinado tema e que a sua implementação pode contribuir para o desenvolvimento de *competências específicas* pelos formadores que o utilizam.

Gueudet, Pepin e Trouche (2013) apresentam um estudo sobre a dimensão coletiva do trabalho com recursos que foi realizado com duas professoras, uma na França e outra na Noruega. Como instrumentos de coleta de dados utilizaram a entrevista, a construção dos mapas de recursos pelas professoras, o diário de bordo e gravações de vídeos. Os pesquisadores tiveram acesso aos recursos utilizados pelas professoras na preparação das aulas. Os resultados indicam que, embora não sendo comum, as duas professoras planejaram as aulas com a participação de outros colegas com quem costumavam compartilhar recursos como arquivos digitais, atividades ou livros de referência. Estes resultados demonstram que aspectos coletivos estão sempre presentes no trabalho documental, mesmo que as comunidades de prática ainda fossem escassas.

Pepin, Gueudet e Trouche (2013) também publicaram um artigo sobre o trabalho coletivo dos professores com os recursos que dispõem e a influência desse trabalho no desenvolvimento profissional. Os autores refletem sobre as interações dos professores com os recursos que dispõem em termos de *design* e uso, como também em termos de aprendizagem e desenvolvimento profissional. Com base em resultados de estudos, os autores destacam que alguns recursos favorecem o trabalho coletivo e que o desenvolvimento e a qualidade dos recursos constituem questões importantes a serem analisadas, principalmente quando se trata dos novos recursos ligados às Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC).

A publicação de Visnovska e Cobb (2013) traz a análise de vídeos que retratam episódios vivenciados em aulas de matemática e que foram utilizados como meio para apoiar o desenvolvimento profissional de um grupo de 10 professores que ensinam em uma escola do sudeste dos Estados Unidos da América, em classes equivalentes ao Ensino Médio no Brasil. A produção de dados foi rea-

lizada por meio da observação dos encontros de formação, da participação dos professores nos episódios discutidos por eles, dos registros individuais e coletivos produzidos também pelos professores e de entrevistas. Os autores destacam que a análise dos vídeos pelos professores influenciou o trabalho documental do coletivo, de modo que passaram a reconhecer os colegas como aliados para buscarem meios de melhor contribuir com a aprendizagem dos alunos. Os autores ressaltam que esta é uma característica das comunidades colaborativas de professores.

Gueudet e Trouche (2015) trazem uma discussão teórica sobre o trabalho que o professor desenvolve ao interagir com os recursos que ele dispõe. Os autores ressaltam que a atividade de selecionar, combinar e transformar os recursos com uma intenção didática consiste no trabalho documental do professor. É por meio dele que aos documentos são produzidos em um processo duplo de instrumentação/instrumentalização que caracteriza a gênese documental. Destacando as comunidades de prática, embora também se refiram ao trabalho individual do professor, os autores tratam dos aspectos coletivos do trabalho documental e a sua relação com o desenvolvimento profissional do professor.

O artigo de Gueudet, Pepin, Sabra e Trouche (2015) apresenta uma pesquisa sobre a criação coletiva de um livro didático, em formato e-book, por 14 membros da associação *Sésamath*, que objetivou compreender os fatores que influenciam as decisões por eles tomadas acerca dos conteúdos escolhidos e da estrutura adotada, bem como as consequências do projeto para o coletivo. Os pesquisadores se interessaram, em particular, pelo capítulo do livro que trata das funções e para coletar os dados tiveram acesso às discussões do grupo no *chat* e aos recursos físicos e digitais que foram fornecidos pelos participantes. Os resultados apresentados no artigo revelam que o sistema de documentação sobre as funções de cada membro influenciou na produção do livro. As tensões geradas na atividade de produzir o livro possibilitou o desenvolvimento de novos conhecimentos profissionais e novas regras de ação. Além disso, a estrutura tecnológica do livro, embora possibilitasse diferentes abordagens, foram moldadas às convicções dos professores em relação ao ensino e a aprendizagem de função.

Rocha e Trouche (2015) trazem uma discussão sobre a produção colaborativa de recursos por professores da associação *Sésamath* e a utilização de livro didático digital, um dos recursos, por uma professora da *sixième* (equivalente ao 6º ano do Ensino Fundamental) em uma escola de Lyon, França. Os pesquisadores observaram as aulas da professora durante três meses e acompanharam o seu trabalho documental a partir dos arquivos disponibilizados no *Dropbox*. Os

autores descrevem as etapas do trabalho colaborativo, ressaltando o esforço da cooperativa *Sésamath* em produzir recursos para atender as necessidades dos professores. No período observado, a professora utilizou apenas um livro didático digital, dentre os recursos disponibilizados pela cooperativa. Porém, a pesquisa mostra que na sua prática também utilizava recursos disponibilizados pelo IREM (Instituto de Pesquisa sobre o Ensino de Matemática) em seu sistema de recursos. Para os autores, estas escolhas da professora dão indícios de que o desenvolvimento profissional da professora é influenciado por iniciativas coletivas.

Pepin, Xu, Trouche e Wang (2016) apresentam um estudo sobre os sistemas de recursos de três professores de matemática chineses, que foi desenvolvido em uma escola da cidade de Suzhou – China, em que os alunos apresentaram bons desempenhos nas avaliações externas em comparação com os estudantes do ocidente. A pesquisa objetivou compreender a relação entre os sistemas de recursos dos professores e o seu conhecimento sobre o ensino de matemática. Para isso, foram realizadas duas entrevistas semiestruturadas com cada professor participante e a observação do trabalho documental que eles desenvolviam dentro e fora da sala de aula. Os autores destacam que os recursos tecnológicos, como computadores e sites, ocupam um lugar de destaque no sistema de recursos dos professores investigados e que eles também utilizam recursos disponibilizados pelos colegas e pelos alunos. Além disso, o trabalho coletivo que realizavam e o compartilhamento de recursos foram elementos cruciais para o desenvolvimento profissional, principalmente quando se tratava de professores iniciantes.

Pepin, Gueudet e Trouche (2017) discutem o processo de *design* de recursos digitais por professores de matemática, definido pelas transformações dos recursos disponíveis, considerando que a capacidade de criação do professor está ligada à forma como ele compreende e modifica um ou mais recursos. O artigo apresenta os conceitos de *professor design* e *capacidade de design do professor*, em termos de como o professor compreende e transforma os seus recursos, e busca aprofundar a discussão a partir de dados empíricos produzidos em dois espaços de trabalho coletivo: a associação *Sésamath* e o *PRIMAS*, um projeto da União Europeia. O processo de *design* nesses espaços ocorreu durante a preparação e vivência de uma aula por uma professora. Os resultados deste estudo revelam que a interação dos professores com os recursos digitais favorece a capacidade de *design* dos professores, sobretudo, quando eles se organizam em coletivos. Para os autores, embora o trabalho coletivo favoreça oportunidades de criação e transformação, o processo interação entre os pares exige a mobilização

de diferentes conhecimentos sobre *design*, bem como o aprimoramento em razão da natureza mutável dos materiais utilizados.

O artigo de Psycharis e Kalogeria (2017) traz uma pesquisa realizada com estudantes estagiários de um curso de formação de professores formadores desenvolvido pela Universidade de Atenas na Grécia, cujo foco consistia no uso de tecnologias digitais no ensino da matemática. A formação oferecida incluía o estágio supervisionado nos *Centers for Teacher Education Support* (CTES). O estudo envolveu 16 professores (estagiários) com formações acadêmicas variadas e experientes com o ensino em turmas equivalentes ao Ensino Médio no Brasil, porém, nenhum deles tinha experiência com formação de professores. Os pesquisadores analisaram os registros escritos pelos estagiários durante as sessões reflexivas, os planejamentos que eles elaboraram em relação para as aulas no CTES, os documentos produzidos ao planejarem as aulas, além de relatórios de atividades. O estudo revelou a existência de três tipos de documentos nas propostas de aula dos estagiários – o explicativo, o instrutivo e o facilitador – que estão associados aos papéis que eles exerceram durante as aulas. Os autores destacam também que a observação reflexiva da prática profissional de outros formadores favoreceu a transição dos estagiários para o nível profissional.

Lima e Trgalová (2018) apresentam os resultados de uma pesquisa realizada no âmbito de um estágio pós-doutoral em que buscaram compreender como os professores escolhiam, dentre recursos disponíveis, aqueles que consideravam mais pertinentes para ensinar o conceito de simetria axial, e como os transformavam. O estudo foi realizado com um coletivo de três professores que ensinavam matemática em turmas de *sixième* (equivalente ao 6º ano do Ensino Fundamental) em um colégio situado em vasta área geográfica rural da França, e que atuavam em uma escola. O coletivo de professores se formou espontaneamente com a finalidade de melhorar o ensino por meio da implementação de uma progressão em espiral (BARTOLUCCI, 2004). Para coletar os dados, foram realizadas entrevistas e criado um espaço on-line no qual os professores disponibilizavam os recursos que utilizaram para preparar coletivamente as aulas sobre a simetria axial, a exemplo de mensagens eletrônicas, fichas de atividades e artigos consultados. Segundo o depoimento dos próprios professores, o trabalho coletivo não consistiu apenas na divisão de tarefas, mas exerceu também o papel de legitimar a mudança de metodologia junto aos pais dos alunos. Para as autoras, o trabalho documental realizado evidenciou uma dinâmica que se apoia sobre a dialética individual<>coletivo e que os papéis exercidos por cada professor no coletivo alternavam em função da noção matemática trabalhada.

A publicação de Sayah (2018) aborda a estrutura do sistema de recursos do professor com destaque para seus aspectos estáticos e dinâmicos. Utilizando a metodologia da investigação reflexiva, a autora acompanhou uma professora francesa integrante da *Sésamath*, realizou entrevistas e analisou representações esquemáticas do seu sistema de recursos. A pesquisadora argumenta que o sistema de recursos da professora evoluiu no período do acompanhamento, à medida que passou a incorporar os recursos do *Sésamath* produzidos coletivamente.

Rocha e Trouche (2018) apresentam uma parte da pesquisa de doutorado quando ainda estava em desenvolvimento, que tratava do acompanhamento da atividade de uma professora do *collège* na França que utiliza recursos do *Sésamath*. Apoiados na metodologia de investigação reflexiva, os autores refletem sobre as contribuições do trabalho coletivo para a trajetória documental da professora que tiveram acesso por meio de entrevistas, gravações de aulas em áudio e vídeo, recursos disponibilizados e diário de bordo. Os autores ressaltaram o impacto produzido pelo trabalho coletivo, por exemplo, na construção de metarecursos que estruturavam as aulas da professora.

Xavier Neto e Silva (2018) abordaram a construção de um documento por três professores da uma escola pública da cidade de São Paulo com a finalidade de introduzir as sequências numéricas no 1º ano do Ensino Médio. Utilizando também a Metodologia de Investigação Reflexiva, os pesquisadores realizaram três encontros de formação continuada, tudo foi filmado e foram aplicados questionários. A pesquisa revela que o trabalho documental coletivo realizado pelos professores provocou a mobilização de esquemas que resultou na produção de um documento constituído de duas atividades.

Parra e Gueudet (2019) apresentam uma pesquisa sobre o trabalho documental coletivo que duas professoras de matemática em que utilizaram os recursos que dispunham (extratos do livro didático, fichas de atividades, avaliação escrita) para preparar e vivenciar uma aula sobre intervalos de flutuação. O estudo foi desenvolvido em uma turma da *première* no *lycée* (equivalente ao 2º ano do Ensino Médio) de uma escola da cidade em Rennes na França. Os pesquisadores realizaram entrevistas semiestruturadas gravadas em áudio e analisaram dos recursos utilizados pelas professoras para planejar a aula. Os resultados mostram que as professoras realizaram um importante trabalho documental e geraram documentos que resultaram da combinação de diversos recursos que foram amplamente transformados e adaptados. Os autores ressaltam que na gênese documental, a instrumentalização foi mais preponderante do que a instrumentação, o que pode ter relação com a experiência profissional das professoras.

O artigo de Xavier Neto, Silva e Trouche (2019) aborda a relação entre o sistema de recursos dos professores e a construção de documentos em um ambiente coletivo de formação continuada, a partir da construção de um conjunto de atividades sobre sequências numéricas. O estudo apresenta os resultados de 3 entre 12 professores que participaram da pesquisa, cujos dados foram coletados por meio das observações de oito encontros formativos que foram gravados em áudio, além da análise dos mapas de recursos produzidos pelos professores. Os resultados da pesquisa apontam que os recursos mobilizados pelos professores originaram um documento composto por um conjunto de quatro atividades sobre as sequências numéricas. Para os autores, este processo de gênese documental foi influenciado pela trajetória documental de cada professor e pelos documentos curriculares das instituições de ensino.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

As publicações que compõem o corpus de análise apresentado deste capítulo trazem discussões teóricas, resultados de pesquisas e de experiências que colocam em evidência a relevância dos estudos sobre o trabalho documental individual e coletivo do professor.

Das 32 publicações mapeadas, 15 têm foco no trabalho individual do professor e 17, no trabalho coletivo. Quando particularizamos as publicações internacionais, que somam 13, observamos a predominância das pesquisas que contemplam o trabalho documental coletivo, ao passo que as pesquisas nacionais enfocam mais o trabalho individual. O trabalho documental dos professores em formação continuada também desponta entre as pesquisas e evidencia o interesse dos pesquisadores sobre como estes professores escolhem, produzem, modificam e utilizam os recursos em suas aulas e também nas ações formativas.

A maioria das pesquisas apresentadas foi realizada com professores da educação básica, inclusive da Educação de Jovens e Adultos (MACHADO JÚNIOR et al., 2018). No entanto, as publicações contemplam também pesquisas cujo interesse é a formação inicial de professores de matemática (ALVES; ASSIS, 2018) e a formação de professores formadores (PSYCHARIS; KALOGERIA, 2017), embora não sejam majoritárias no corpus analisado.

Este estudo bibliográfico coloca em evidência a inserção da ADD no cenário mundial, dado que as pesquisas publicadas foram desenvolvidas em diversos países: Brasil, Canadá, China, Estados Unidos da América, França, Grécia e Noruega. A inserção se caracteriza também pela diversidade e relevância dos

periódicos que mapeamos (*Cf. Tabela 1*). As pesquisas desenvolvidas no Brasil concentraram-se mais em Pernambuco e São Paulo, o que se justifica em razão da cooperação já consolidada entre pesquisadores da Didática da Matemática franceses e brasileiros e, no caso da ADD, entre pesquisadores franceses, paulistas e pernambucanos, como destaca Luc Trouche no prefácio deste livro.

O estudo evidencia a relevância dos artigos teóricos publicados pelos pesquisadores Luc Trouche, Ghislaine Gueudet e Birgit Pepin, tanto nos periódicos nacionais quanto internacionais, que contribuem notadamente para nortear as pesquisas desenvolvidas com a lente da ADD.

No que concerne aos recursos que são utilizados pelos professores nas aulas de matemática, aqueles que mais sobressaem são os livros didáticos físicos e digitais, as fichas de exercício, os recursos digitais, a exemplo dos *softwares* de geometria dinâmica e dos sites que disponibilizam recursos voltados para o ensino de matemática. Isto ocorre independentemente do país onde a pesquisa foi realizada, porém, os recursos digitais foram mais citados nas pesquisas realizadas com coletivos de professores franceses.

Os resultados das pesquisas apresentadas consolidam a pertinência da utilização da Metodologia da Investigação Reflexiva, na medida em que ela permite ao professor investigado analisar e criticar suas próprias escolhas. A pertinência reside também no fato de esta metodologia favorecer um acompanhamento longitudinal do trabalho do professor, permitindo uma melhor compreensão das escolhas e interações do professor com os recursos no processo de gênese documental.

As discussões e as pesquisas apresentadas pelos autores e autoras das publicações trazidas neste estudo corroboram com a pertinência da ADD para o desenvolvimento das pesquisas em Educação Matemática e, em particular, da Didática da Matemática, que investigam o trabalho documental individual e coletivo dos professores.

Concluindo este capítulo, destacamos que a riqueza das discussões presentes nos artigos e a diversidade das pesquisas contribuíram para melhor situarmos nossas pesquisas em andamento na temática investigada. Nossa expectativa é, portanto, que este estudo subsidie também a realização de outras pesquisas que se interessam pelo trabalho documental do professor, principalmente, daqueles que ensinam matemática.

## REFERÊNCIAS

- ABAR, C. A. A. P. Articulações teóricas sobre a abordagem documental do didático. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 21, n. 5, p. 217-229, 2019. Disponível em: <http://revistas.pucsp.br/emp/article/download/45494/pdf>. Acesso em: 13 out. 2020.
- ALDON, G. Handheld calculators between instrument and document. **ZDM Mathematics Education**. v. 42, p. 733-745, 2010. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/225161209\\_Handheld\\_calculators\\_between\\_instrument\\_and\\_document](https://www.researchgate.net/publication/225161209_Handheld_calculators_between_instrument_and_document). Acesso em: 13 out. 2020.
- ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e aprendizagem em educação matemática**. Tradução de Orlando Figueiredo. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.
- ALVES, E. S.; ASSIS, C. F. C. A integração dos recursos Livro Didático e Geogebra: uma análise da tarefa classificação de triângulos na formação inicial do professor de matemática. **Ensino de Matemática em Debate**, São Paulo, v. 5, n. 3, p. 342-366, 2018. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/issue/view/2015/showToc>. Acesso em: 26 out. 2020.
- ARROYO, M. G. **Passageiros da noite. Do trabalho para a EJA: itinerários pelo direito a uma vida justa**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2017. BARTOLUCCI, A. (2004), Décloisonner les chapitres en maths en collège: progression d'année spiralee. **Journées nationales de l'APMEP**, Orléans 2004. Disponível em: <http://www.apmep.fr/IMG/pdf/atelierL20.pdf>. Acesso em: outubro de 2020.
- BELLEMAIN, F.; TROUCHE, L. Compreender o Trabalho do Professor com os Recursos de seu ensino, um questionamento didático e informático. **Caminhos da Educação Matemática em Revista/Online**, v. 9, n. 1, 2019.
- ESPÍNDOLA, E. B. M. Análise combinatória: recursos de um professor em diferentes níveis de sua atividade. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 21, n. 5, p. 289-299, 2019.
- ESPÍNDOLA, E. B. M.; TRGALOVÁ, J. Trabalho Documental e Decisões Didáticas do Professor de Matemática: um estudo de caso. **EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana** – v. 6, n. 3 – 2015.
- ESPÍNDOLA, E. B. M.; TRGALOVÁ, J. Análise combinatória: recursos de um professor em diferentes níveis de sua atividade. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.21, n.5, p. 289-299, 2019. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/45506>. Acesso em: 13 out. 2020.

ESPÍNDOLA, E. B. M.; LUBERIAGA, E.; TRGALOVÁ, J. Decisões didáticas e fatores que as influenciam no ensino de razões trigonométricas. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v. 20, n. 3, p. 263-279, 2018.

ESPÍNDOLA, E. B. M.; LIRA, F. A. L. Jogos para o ensino de funções e o trabalho documental docente. **Ensino de Matemática em Debate**, São Paulo, v. 5, n. 3, p. 414-437, 2018. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/issue/view/2015/showToc>. Acesso em: 05 nov. 2020.

GONZÁLEZ-MARTÍN, A. S.; NARDI, E.; BIZA, I. From resource to document: scaffolding content and organising student learning in teachers' documentation work on the teaching of series. **Educational Studies in Mathematics**, v. 98, n. 3, p. 231-252, 2018.

GUEUDET, G., PEPIN, B., & TROUCHE, L. Collective work with resources: an essential dimension for teacher documentation. **ZDM – Mathematics Education**, v. 45, n. 7, p. 1003-1016, 2013. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s11858-013-0527-1>. Acesso em: 13 out. 2020.

GUEUDET, G., PEPIN, B., SABRA, H., & TROUCHE, L. Collective design of an e-textbook: teachers' collective documentation. **Journal of Mathematics Teacher Education**. v. 19, n. 2-3, p. 187-203, 2015. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10857-015-9331-x>. Acesso em: 13 out. 2020.

GUEUDET, G.; SACRISTÁN, A. I.; SOURY-LAVERGNE, S.; TROUCHE, L. Online paths in mathematics teacher training: new resources and new skills for teacher educators. **ZDM – Mathematics Education**, v. 44, p. 717-731, 2012. Disponível em: [https://www.academia.edu/1574406/Online\\_paths\\_in\\_mathematics\\_teacher\\_training\\_new\\_resources\\_and\\_new\\_skills\\_for\\_teacher\\_educators](https://www.academia.edu/1574406/Online_paths_in_mathematics_teacher_training_new_resources_and_new_skills_for_teacher_educators). Acesso em: 13 out. 2020.

GUEUDET, G.; TROUCHE, L.; PEPIN, B. Documentational Approach to Didactics. In S. Lerman (Ed.), **Encyclopedia of Mathematics Education**. N.Y.: Springer, 2018. Disponível em: [https://www.academia.edu/37155540/Documentational\\_approach\\_to\\_didactics](https://www.academia.edu/37155540/Documentational_approach_to_didactics). Acesso em: 21 nov. 2019.

GUEUDET, G.; TROUCHE, L. Towards new documentation systems for mathematics teachers? **Educational Studies in Mathematics**, v. 71, n. 3, p. 199-218, 2008.

GUEUDET, G.; TROUCHE, L. Mathematics teacher education advanced methods: an example in dynamic geometry. **ZDM – Mathematics Education**, vol. 43, n. 3, p. 399-411, 2011. Disponível em: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00605493/document>. Acesso em: out. 2020.

GUEUDET, G.; TROUCHE, L. Do trabalho documental dos professores: gêneses, coletivos, comunidades: o caso da Matemática. **EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**. Vol. 6, n. 3, 2015. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/2243>. Acesso em: 13 out. 2020.

LIMA, I.; TRGALOVÁ, J. Trabalho Coletivo de Professores de Matemática: um olhar na perspectiva da gênese documental. **Ensino de Matemática em Debate**, São Paulo, v. 5, n. 3, p. 289-304, 2018. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/issue/view/2015/showToc>. Acesso em: 26 out. 2020.

MACHADO JÚNIOR, S. R. N.; ESPÍNDOLA, E. B. M.; TRGALOVÁ, J.; LUBERIAGA, E. Abordagem Documental do Didático e o ensino de equação do 1º grau na Educação de Jovens e Adultos Ensino Médio. **RPEM**, v. 7, n. 13, p. 270-294, 2018. Disponível em: <http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/article/view/1561>. Acesso em: 13 out. 2020.

MARGOLINAS, C. La situation du professeur et les connaissances en jeu au cours de l'activité mathématique en classe. *In*: SIMMT, E.; DAVIS, B. (eds.). **Actes 2004 de la rencontre annuelle du groupe canadien d'étude en didactique des mathématiques**. Edmonton: CMESG/GCEDM, 2005. p. 1-21.

PARRA, V.; GUEUDET, G. Un Estudio de Caso sobre el Trabajo Documental Colectivo de Profesores: los intervalos de fluctuación. **PNA- Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática**. v. 13, n. 3, p. 172-196, 2019. Disponível em: <https://revistaseug.ugr.es/index.php/pna/article/view/pna.v13i3.8040>. Acesso em: 13 out. 2020.

PEPIN, B.; XU, B.; TROUCHE, L.; WANG, C. Developing a deeper understanding of mathematics teaching expertise: an examination of three Chinese mathematics teachers' resource systems as Windows into their work and expertise. **Educational Studies in Mathematics**, v. 94, p. 257-274, 2016. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-016-9727-2>. Acesso em: 13 out. 2020.

PEPIN, B.; GUEUDET, G.; TROUCHE, L. Re-sourcing teachers' work and interactions: a collective perspective on resources, their use and transformation. **ZDM – Mathematics Education**, v. 45, n. 7, 929–943, 2013. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s11858-013-0534-2>. Acesso em: 13 out. 2020.

PEPIN, B.; GUEUDET, G.; TROUCHE, L. Refining teacher design capacity: Mathematics teachers' interactions with digital curriculum resources. **ZDM –**

**Mathematics Education**, v. 49, n. 5, p. 799-812, 2017. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s11858-017-0870-8>. Acesso em: 13 out. 2020.

PSYCHARIS, G.; KALOGERIA, E. Studying the process of becoming a teacher educator in technology-enhanced Mathematics. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 21, n. 6, p. 631-660, 2017. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10857-017-9371-5>. Acesso em: 13 out. 2020.

RABARDEL, P. **Les hommes et les technologies: une approche cognitive des instruments contemporains**. Paris, Armand Colin, 1995.

ROCHA, K. M.; TROUCHE, L. Da produção coletiva de livros didáticos digitais aos usos feitos por professores de matemática: o caso do grupo francês Sésamath. **EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**. v. 6, n. 3, 2015. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/index.php/emteia/article/view/2246>. Acesso em: 13 out. 2020.

ROCHA, K. M.; TROUCHE, L. A Trajetória Documental: uma análise da história da integração de recursos na prática do professor de matemática. **Ensino de Matemática em Debate**, São Paulo, v. 5, n. 3, p. 321-341, 2018. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/issue/view/2015/showToc>. Acesso em: 26 out. 2020.

SALINAS-HERNÁNDEZ, U.; MIRANDA, I.; MORENO-ARMELLA, L. Diferenças na Prática Docente de dois professores – novos e especialistas – ao promover a Consciência: uma análise sociocultural por meio do uso de recursos. **Ensino de Matemática em Debate**, São Paulo, v. 5, n. 3, p. 275-288, 2018. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/issue/view/2015/showToc>. Acesso em: 26 out. 2020.

SANTACRUZ-RODRÍGUEZ, M.; SACRISTÁN, A. I. Reflexão-sobre-a-ação: a seleção de recursos digitais para ensinar geometria por um grupo de professores primários. **Ensino de Matemática em Debate**, São Paulo, v. 5, n. 3, p. 262-274, 2018. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/issue/view/2015/showToc>. Acesso em: 26 out. 2020.

SAYAH, K. Análise da Estrutura de um Sistema de Recursos: reflexão sobre a modelagem deste sistema, a abordagem documental no centro da análise. **Ensino de Matemática em Debate**, São Paulo, v. 5, n. 3, p. 383-379, 2018. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/issue/view/2015/showToc>. Acesso em: 26 out. 2020.

SILVA, J. P. Ensino de função afim em turmas de Educação de Jovens e Adultos do Campo – EJA Campo Ensino Médio. **Dissertação** (Mestrado). Programa de

Pós-graduação em Educação Contemporânea do Centro Acadêmico. Caruaru – PE: Universidade Federal de Pernambuco, 2017.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica**. Campinas, SP: Papirus, 2008.

SKOVSMOSE, O. **Um convite à Educação Matemática Crítica**. Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo. Campinas, SP: Papirus, 2014.

SOUZA, F. E. S. Recursos para o Laboratório de Matemática: experiência de uma professora do Ensino Fundamental. **Ensino de Matemática em Debate**, São Paulo, v. 5, n. 3, p. 398-413, 2018. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/issue/view/2015/showToc>. Acesso em: 26 out. 2020.

TROUCHE, L.; GUEUDET, G.; PEPIN, B. **A abordagem documental do didático**. DAD-Multilingual, 2020. hal-02664943v2. Disponível em: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02664943v2>. Acesso em: 13 out. 2020.

VERGNAUD, G. The Theory of Conceptual Fields. **Human Development**. N. 52, p. 83-94, 2009.

VISNOVSKA, J.; COBB, P. Classroom video in teacher professional development program: community documentational genesis perspective. **ZDM – Mathematics Education**, v. 45, n. 7, p. 1017-1029, 2013. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s11858-013-0523-5>. Acesso em: 13 out. 2020.

WANG, C. Analisando a experiência, os recursos e o trabalho coletivo dos professores no contexto chinês e francês. **Ensino de Matemática em Debate**, São Paulo, v. 5, n. 3, p. 367-382, 2018. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/issue/view/2015/showToc>. Acesso em: 26 out. 2020.

XAVIER-NETO, A. L. Abordagem Documental: Esquemas de Uso no Trabalho Coletivo de Professores para o Ensino de Sequências Numéricas. **Ensino de Matemática em Debate**, São Paulo, v. 5, n. 3, p. 438-452, 2018. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/issue/view/2015/showToc>. Acesso em: 26 out. 2020.

XAVIER NETO, A. L.; SILVA, M. J. F.; TROUCHE, L. A construção de atividades para o ensino de sequências numéricas: uma análise pela lente da Abordagem Documental do Didático. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v. 21, n. 5, p. 300-314, 2019. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/45554>. Acesso em: 13 out. 2020.

YAMAMOTO, E. M.; AZEVEDO, V. L. A.; ABAR, C. A. A. P. Buscando novas metodologias para o ensino e aprendizagem de estudantes do Ensino Fundamental

I e Ensino Fundamental II em Matemática. **Ensino de Matemática em Debate**, São Paulo, v. 5, n. 3, p. 305-320, 2018. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/issue/view/2015/showToc>. Acesso em: 26 out. 2020.

# O APORTE DO CONCEITO DE TRAJETÓRIA DOCUMENTAL PARA ANÁLISE DO DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

## O ESTUDO DO CASO DE UMA PROFESSORA FRANCESA

*Katiane de Moraes Rocha*

### INTRODUÇÃO

Gueudet e Trouche (2008), no âmbito da Abordagem Documental do Didático evidenciaram o papel dos recursos para e no trabalho do professor, sendo esse considerado como o responsável pela própria produção e utilização de recursos. Nessa perspectiva, o professor não é somente um utilizador de recursos, mas sim, um *criador* ou *designer* de recursos, considerando que mesmo o mais simples uso passa por um processo de ressignificação do professor, que agrega ao recurso seus conhecimentos. Neste capítulo, nós nos apropriamos dessa perspectiva para refletir sobre como essa produção e utilização de recursos se transformam ao longo da carreira de um professor de matemática.

Apresentamos aqui alguns elementos que foram trabalhados em um estudo de doutorado (ROCHA, 2019), no período de 2015-2019, financiado pelo CNPq e realizado na França. Nesse estudo propomos dois conceitos que serão tratados neste texto: *trajetória e experiência documentais*. Intuitivamente, a trajetória

documental dos professores é uma maneira de explicitar as transformações na produção de recursos dos professores ao longo do tempo; e a experiência documental de mostrar como essa transformação foi capitalizada pelo professor. Nós temos como hipótese que a trajetória documental de um professor nos permite compreender certas práticas na sua aula, assim como, questões em torno de seu desenvolvimento profissional.

Para essa discussão, organizamos este capítulo em quatro partes: *referencial teórico*, no qual apresentamos os quadros que fundamentaram a conceptualização dos conceitos de trajetória e experiência documental, bem como, suas respectivas definições; *escolhas metodológicas* exibindo as ferramentas metodológicas elaboradas tanto para coleta quanto para a análise de dados; *análise de dados* explorando os dados coletados no acompanhamento do trabalho de uma professora do ensino fundamental francês; enfim, algumas *considerações finais* sobre o trabalho desenvolvido.

## REFERENCIAL TEÓRICO

Esta seção está dividida em quatro partes. Primeiro, apresentamos alguns conceitos oriundos da Abordagem Documental do Didático (GUEUDET; TROUCHE, 2008): recursos, documentos, sistemas de recursos, metarrecursos e recursos-mãe. Em seguida, apresentamos nossos pressupostos sobre o desenvolvimento profissional dos professores baseado nos estudos de Pastré (2011). Na sequência, discutimos sobre a importância da dimensão coletiva do trabalho do professor, mobilizando para isso alguns conceitos propostos por Fleck (1934). Por fim, definimos os conceitos de trajetória e experiência documental e apresentamos o objetivo de pesquisa tratados neste texto.

### A abordagem documental do didático

Com a proliferação dos recursos digitais, os recursos disponíveis aumentaram drasticamente: novos modos de digitalização (USB, disco rígido, PDF, vídeo, internet etc.) e modos de comunicação (chat, e-mail, fórum etc.), entre outros. Esse fenômeno destacou a importância dos recursos para a prática docente. Nesse contexto, Gueudet e Trouche (2008) evidenciaram a complexidade em torno do uso de recursos pelos professores, que vai além da integração de um artefato em sua prática, englobando um trabalho de criação e/ou adaptação de um conjunto de recursos. Essas reflexões deram origem à Abordagem Documental do Didático (GUEUDET; TROUCHE, 2008). Nessa abordagem, todo o trabalho feito pelo professor para criar ou adaptar um recurso é denotado de *trabalho*

*documental*, sendo esse considerado como o cerne da atividade profissional dos professores.

Nessa perspectiva, a escolha do termo *recurso* em vez de *artefato* (como proposto por RABARDEL, 1995) busca enfatizar a variedade de artefatos usados pelos professores em seu trabalho. Este termo é definido em um sentido muito amplo contendo tudo o que os professores utilizam em seu trabalho (GUEUDET; TROUCHE, 2008). Gueudet e Trouche (2008) distinguem o que é utilizado pelo sujeito como mediador de sua ação, *recursos*, do que é construído pelo sujeito, *documentos*. Desse modo, o documento é subjetivo e construído pelo sujeito durante sua ação mobilizando um ou um conjunto de recursos.

Os recursos produzidos pelos sujeitos vão compor o que Gueudet e Trouche (2008) denotam por *sistema de recurso*. Esse sistema não é apenas uma lista de recursos, pois os recursos possuem vínculos e estão relacionados. É importante enfatizar que só podemos acessar uma parte desse sistema, pois ele é dinâmico e vivo estando em constante evolução. Essa dinâmica do sistema de recursos e a sua heterogeneidade tornam a sua análise muito complexa. No sistema de recursos de um professor, por exemplo, diferentes recursos podem ser usados para a mesma classe de situações e, ao mesmo tempo, o mesmo recurso pode ser usado para várias classes de situações. Nesse sentido, algumas questões a serem colocadas são: quais são os aspectos do sistema de recursos dos professores que nos permitem compreender seu trabalho documental? Quais são as características estruturantes deste sistema? A identificação de alguns aspectos desse sistema permite compreender melhor algumas características do trabalho documental dos professores e da sua atividade em sala de aula. Além disso, a análise temporal das transformações nesse sistema de recursos também nos permite ver transformações na atividade dos professores ao longo do tempo. Os sistemas de recursos são, portanto, uma janela para analisar o que muda e o que é estável no trabalho documental dos professores.

Neste artigo mobilizamos outros dois conceitos propostos no âmbito da Abordagem Documental do Didático: o conceito de *metarrecurso* e o de *recurso-mãe*. O conceito de *metarrecurso* foi proposto por Prieur (2016, p. 75) para designar um conjunto de princípios que norteiam a concepção de outros recursos exigindo do sujeito “uma postura reflexiva sobre o trabalho documental a ser realizado ou sobre seus efeitos”. O conceito de *recurso-mãe* proposto por Hammoud (2012) designa “todos os recursos iniciais que o professor mobiliza para preparar um determinado curso” (p. 46). Esses dois conceitos nos parecem

relevantes para analisar as relações entre as interações dos professores com os recursos e seu desenvolvimento profissional.

## **Desenvolvimento profissional de professores: aprendizagem para e por meio da ação**

O processo de transformação de recursos em documentos é denotado por Gueudet e Trouche (2008) de *gênese documental*. Essas gêneses são processos de longo prazo e a cada gênese documentos diferentes são criados, fornecendo material para novos recursos. Gueudet e Trouche destacam que “qualquer gênese documental, para um professor, é portadora de desenvolvimento profissional” (2008, p.15). Podemos também refletir sobre esse processo pensando no que Rabardel (2005) denominou de *atividade produtiva e construtiva*, pois é agindo sobre o real – *atividade produtiva* – que o sujeito se transforma – *atividade construtiva*. Assim, entendemos o desenvolvimento profissional “como [a] construção de si, como a apropriação de todos os eventos vividos por um sujeito para dar-lhes sentido para si” (PASTRÉ, 2011, p. 118). Esses eventos vão constituir a experiência do sujeito, que se define como a acumulação e apropriação do passado pelo mesmo (PASTRÉ, 2011).

Pastré (2011) defende que o desenvolvimento profissional não se restringe somente às situações de formação, muito além disso, ele vai acontecer também quando o sujeito realiza o seu trabalho. Segundo o autor, o sujeito se desenvolve para fazer e fazendo o seu trabalho. Nessa perspectiva, o sujeito é visto como alguém que se adapta, ao longo do tempo, diante de um conjunto de situações. Retomando o referencial de Rabardel (2005), Pastré (2011) situa o sujeito como *sujeito capaz*, ou seja, um sujeito que primeiro diz “eu posso” antes de dizer “eu sei”. Isso situa o conhecimento como algo que orienta a ação. Esta aprendizagem adquirida por meio do trabalho é importante e difícil de analisar porque não podemos separar completamente a atividade e aprendizagem “da” e “na” atividade. Conseqüentemente, para profissões em que o nível de prescrição da atividade é baixo, só por meio da análise da atividade dos sujeitos é que podemos identificar as situações que os profissionais enfrentam e os conhecimentos construídos. Esse é o caso da profissão docente em geral, em particular dos professores de matemática, que enfrentam um conjunto de diferentes situações no seu trabalho cotidiano: alunos com diferentes dificuldades, organização do tempo, organização dos conteúdos etc... É a análise de seu trabalho que pode nos ajudar a entender como esse profissional se desenvolve.

Pastré (2005) propõe um estudo exploratório para refletir sobre a construção da experiência e o desenvolvimento do sujeito por meio da ação, partindo do princípio de que “a ação deixa rastros em quem a realizou” (p. 240). Ele destaca que a análise da experiência do sujeito põe em questão dois aspectos: primeiro, “do que ela é feita”, ou seja, quais são os eventos vividos pelo sujeito, quais os recursos a que ele teve acesso, as pessoas que conheceu, entre outros; assim como, “quem” constrói essa experiência, ou seja, como os eventos são vividos. Essas questões o levam a refletir sobre o passado vivido pelo sujeito e a forma como se apropria do passado. Nessa apropriação e construção de si, o sujeito vivencia dois movimentos: de um lado há uma *fidelidade conservadora*, na qual o sujeito imputa os eventos como inscritos em uma continuidade “o predomínio da continuidade sobre as rupturas” (PASTRÉ, 2005, p. 256); do outro, há uma *fidelidade criativa*, na qual o sujeito constrói um elo entre os eventos vividos como rupturas que mantêm uma coerência na construção de si “o sujeito consegue construir o sentido que pretende dar a essas rupturas” (PASTRÉ, 2005, p. 256). E foi a busca por compreender o impacto dos eventos vividos pelo sujeito na gênese documental vivida ao longo do tempo que deu origem aos conceitos de experiência e trajetória documental.

## A dimensão coletiva do trabalho documental

Fleck (1934) considera que “o ato cognitivo não é de forma alguma o processo individual de uma consciência teórica existente de qualquer maneira”; é o resultado da atividade social, uma vez que o estado de conhecimento do momento excede os limites impostos por um indivíduo” (p. 73). Segundo Fleck, um conhecimento é consistente com o que é aceito por um coletivo como verdadeiro “alguém reconhece algo [...] como parte constituinte de um ambiente cultural específico” (1934, p. 74).

E é nessa perspectiva que Fleck (1934) define um *coletivo de pensamento* como sendo “a comunidade de pessoas que trocam ideias ou que interagem intelectualmente, portanto, temos nela um vetor do desenvolvimento histórico de um domínio do pensamento, de um determinado estado de conhecimento e de um estado de cultura, isto é, de um determinado *estilo de pensamento*” (FLECK, 1934, p. 73). Por uma questão de economia, adotaremos o termo coletivo quando falarmos de coletivos no sentido geral, e usaremos o termo coletivo de pensamento quando nos referirmos a um coletivo específico ou quando quisermos enfatizar um vínculo com o referencial teórico adotado. Observe que um coletivo de pensamento está associado a um estilo de pensamento, pois os dois conceitos

são indissociáveis: para Fleck, assim que duas ou mais pessoas trocam ideias, existe um coletivo de pensamento e um estilo de pensamento associado.

Fleck (1934) especifica que o estilo de pensamento “é caracterizado pelos *pontos comuns dos problemas que interessam a um coletivo* de pensamento, pelos *juízos* que este considera dados como dados, pelos *métodos* aos quais se aplica para desenvolver conhecimento” (p. 173, grifo nosso). Esse estilo de pensamento é condicionado pelo desenvolvimento histórico da época e pelo contexto cultural. É um estilo de pensamento que determinará o que é verdadeiro para um coletivo, mas não necessariamente verdadeiro para outro. Fleck (1934) argumenta que o indivíduo desconhece o estilo de pensamento do coletivo de pensamento, uma vez que esse estilo possui um aspecto funcional que forma a base do coletivo. Quanto mais o estilo de pensamento se estabiliza para um sujeito, mais ele é inconsciente ao se tornar uma verdade absoluta. É por isso que não podemos identificar os coletivos de pensamento na origem de cada estilo de pensamento.

Consideremos agora o trabalho de um professor, ele está inserido em um estabelecimento escolar, e participa de vários coletivos de pensamento: coletivos de professores de uma determinada disciplina e outras disciplinas, coletivos com certos colegas, coletivos de trocas momentâneas, ou mesmo trocas coletivas entre professores que lecionam em uma determinada turma. Dentro desses coletivos, os professores vão construir e alimentar o próprio trabalho documental. Nossa hipótese é que a compreensão da atividade de um indivíduo só pode ser alcançada analisando sua atividade social.

A definição de coletivo de pensamento dá um sentido muito amplo ao conceito de coletivo, o que nos permite levar em conta a diversidade de coletivos aos quais os professores podem estar inscritos. Fleck (1934) enfatiza a existência de coletivos momentâneos e estáveis. Nessa perspectiva, as características dos coletivos terão um papel importante na análise dos estilos de pensamento.

Nos interessamos por *coletivos de pensamento de produção de recursos* e buscamos analisar os estilos de pensamentos pautado nos três pontos propostos por Fleck (1934): *métodos* empregados pelo coletivo, os *juízos comuns* formulados pelos membros desse coletivo de pensamento para resolver *um problema que interessa ao coletivo*. Designamos por *métodos* de um coletivo de pensamento suas ações e sua organização para produzir seus recursos (“*o que fazemos*”, “*como o fazemos*”); e *juízo comum* tudo o que é considerado importante e compartilhado – identificado por um ou mais membros do coletivo – sobre o trabalho documental para o ensino de matemática. O *problema que*

*interessa ao coletivo* são as classes de situações que os indivíduos enfrentam juntos: preparar uma progressão comum, preparar uma avaliação comum...

Propomos identificar o estilo de pensamento de coletivos de pensamento de produção de recursos por meio de três dimensões: *métodos, julgamentos e recursos produzidos*. O estilo de pensamento vive em cada membro do coletivo, porém cada membro pode articular uma parte desse estilo que reconhece como comum. Os membros dos coletivos se apropriam da experiência construída no coletivo e o último, se apropria de parte da experiência de cada um de seus componentes. É o mesmo para as interações entre o sistema de recursos de um indivíduo e o do coletivo. Consideramos o sistema de recursos de um coletivo, todos os recursos resultantes de uma reificação (termo importado do arcabouço de Wenger (1998)) que são identificados por um ou mais membros do coletivo de pensamento como vinculados ao trabalho documental desse coletivo.

### **Os conceitos de trajetória e experiência documental**

Primeiramente, escolhemos a palavra trajetória pela ideia de movimento ligado a ela. Retemos como especificidade do conceito de trajetória documental a tríade de *eventos, trabalho documental e ensino de matemática*. Em segundo lugar, olhando as definições propostas no dicionário Larousse (a seguir) encontramos outros aspectos ligados a esse termo que satisfazem a conceitualização que propomos.

- Linha descrita no ar ou no espaço por um corpo em movimento e, em particular, pelo centro de gravidade de um projétil;
- Curva descrita por um ponto móvel, em relação a uma determinada referência;
- Toda a carreira de uma pessoa.

No que diz respeito às duas primeiras definições, mantemos duas ideias: a ideia de movimento, uma vez que a trajetória como a adotamos designa um movimento de ir e mudar algo; a ideia de ponto de partida e de chegada, pois em uma trajetória passamos de um ponto A a um ponto B. Escolhemos então a palavra trajetória, porque ela reúne as ideias de movimento, decisão e mudança de estado. Comparada à terceira definição, nossa visão da trajetória é mais aberta, pois pode representar o tempo de uma carreira inteira como um período dessa carreira. Além disso, optamos por não utilizar o termo carreira, pois engloba toda a vida profissional de uma pessoa, ao mesmo tempo que nos interessamos pelo desenvolvimento profissional ligado ao ensino de matemática.

Diante do exposto, definimos primeiro a experiência documental como o acúmulo e apropriação pelo professor de sua história de trabalho documental. Essa experiência é construída e transformada por meio de *atividades construtivas e produtivas*, pois é por meio da sua atividade que o sujeito se constrói. Definimos a trajetória documental (TD) de um professor “como um percurso (que expressa continuidades e mudanças) que articula os eventos profissionais (individuais e/ou coletivos) vivenciados pelo professor e as transformações em seu trabalho documental ao longo do tempo” (ROCHA, 2019, p. 73). Esses *eventos profissionais* podem ser identificados pelos professores, designados, neste caso, como *eventos reflexivos* ou identificados nos momentos de análise pelos pesquisadores designados como *eventos inferidos*. Esses eventos são marcadores de um momento específico em que houve uma transformação no trabalho documental dos professores. É muito importante ressaltar que a análise da trajetória documental dos professores não busca identificar todos os eventos vivenciados pelos professores, pois tal trabalho seria impossível. Procuramos, então, encontrar eventos “chaves” que nos permitam mostrar as transformações nesse trabalho. Também neste sentido, procuramos identificar eventos que revelem rupturas (*fidelidade criativa*) no trabalho documental dos professores, desencadeando uma nova forma de criação de recursos, que chamamos *eventos simbólicos de transição*. A identificação desses eventos está ligada à modelagem da trajetória dos professores por períodos, para os quais podemos inferir uma orientação no trabalho dos professores para *uma família de atividades*; essa orientação é chamada de *dominante documental (fidelidade conservadora)*. O conceito de *família de atividades* foi definido por Rabardel e Bourmaud (2005) sendo que uma família de atividades reúne várias classes de situações, por exemplo: buscar recursos, acumular recursos, revisar/adaptar recursos, disseminar recursos, dentre outros. Por exemplo, no início de uma carreira, parece consistente (e constatado em nossos dados) pensar que um professor tem sua ação orientada para a criação de novos recursos para o seu ensino.

Diante do exposto, neste capítulo mobilizamos esses dois conceitos com o objetivo de *investigar as relações entre trajetória documental de uma professora de matemática e as transformações em seu sistema de recursos ao longo do tempo*. Para tanto, elaboramos e aplicamos algumas ferramentas metodológicas que apresentamos na próxima seção.

## ESCOLHAS METODOLÓGICAS

Nesta seção, nós apresentamos: inicialmente, os princípios e ferramentas metodológicas mobilizadas no trabalho; em seguida, expomos alguns elementos da nossa metodologia de análise de dados; enfim, apresentamos alguns aspectos sobre o terreno de pesquisa.

### Princípios e ferramentas metodológicas

Nossa pesquisa é baseada nos princípios da investigação reflexiva (TROUCHE; GUEUDET; PEPIN, 2018). Retomamos rapidamente os cinco princípios gerais propostos desse quadro, que sustentam a análise da trajetória documental dos professores: *acompanhamento de longa duração* que favorece a observação de várias situações pertencentes à mesma classe e/ou a realização de entrevistas distintas em intervalos de tempo espaçados; *acompanhamento em todos os lugares* o que permite o acesso aos diversos momentos em que ocorre o trabalho documental dos professores; *ampla coleção de recursos materiais usados*, permitindo guardar vestígios do material usado e criado pelos professores ao longo do tempo; *o acompanhamento reflexivo* que instiga a reflexão dos professores sobre o próprio trabalho documental, sendo que esta reflexão permite a capitalização da experiência por parte dos professores, que irão se apropriar da experiência vivida para alimentar ou transformar os seus conhecimentos; e *o confronto permanente do professor com a materialidade do seu trabalho* que nos permite ter acesso a novos elementos da prática do professor, podemos, por exemplo, questionar “de onde veio um recurso” ou “como foi concebido”, e isso pode nos revelar transformações no trabalho documental ao longo do tempo.

Esse confronto é fundamental para completar a análise do pesquisador, permitindo que certos aspectos implícitos da prática docente sejam revelados. Uma ferramenta muito específica de investigação reflexiva para fazer esse confronto é a *Representação Esquemática do Sistema de Recursos* pelo professor (RESR). Os professores são convidados a representar elementos de seu sistema de recursos. Esta ferramenta permite que os professores reflitam sobre o seu trabalho documental. Ela é fundamental no nosso trabalho, mais que a utilizar nós também propomos algumas adaptações. Nesse sentido, nós modificamos três pontos. Em primeiro lugar, ao invés da *representação esquemática*, preferimos usar a expressão *mapeamento*, pois denota o processo dinâmico e ativo de representar algo, proporcionando meios para explorar um território desconhecido (ROCHA, 2018). Em seguida, distinguimos dois tipos de mapas: primeiro é o *mapeamento reflexivo*, que diz respeito à criação de mapas pelos próprios professores; o segun-

do é o *mapeamento inferido* feito pela pesquisadora para representar elementos do trabalho documental dos professores. Falaremos, portanto, de *mapeamento reflexivo do sistema de recursos* (MRSR) e *mapeamento inferido do sistema de recursos* (MISR) (ROCHA, 2018). Por fim, transpomos esta ferramenta da análise dos sistemas de recursos para a análise das trajetórias documentais dos professores. Estamos, portanto, integrando duas novas ferramentas à metodologia: o *mapeamento reflexivo da trajetória documental* (MRTD) e o *mapeamento inferido da trajetória documental* (MITD).

A experiência documental dos professores se constrói estabelecendo relações entre o trabalho documental individual e coletivo, o que nos leva a desenvolver um método que leve em conta essas duas dimensões. Assim, procuramos nos discursos dos professores eventos ao longo do tempo que estão ligados ao trabalho coletivo dos professores e seu impacto no trabalho documental dos professores.

De maneira geral, nossa coleta de dados contém entrevistas, observação do planejamento de aula e de algumas aulas dos professores, e nós apresentamos na próxima seção alguns elementos da análise desses dados.

## Metodologia de análise de dados

Nesse artigo mobilizaremos os dados de algumas entrevistas e do momento do planejamento coletivo de aula. Assim sendo, expomos brevemente alguns elementos de análise destes dois tipos de dados.

Nossa análise das entrevistas é análise temática (BLANCHET; GOTMAN, 1992), que “consiste em percorrer todo o corpus. A unidade de divisão é o tema que representa um fragmento do discurso. Cada tema é definido por uma grade analítica desenvolvida empiricamente. O método de fragmentação é estável de uma entrevista para a outra” (p. 95). Para tanto, transcrevemos todas as entrevistas realizadas com os professores. O primeiro passo na preparação dos dados foi fazer uma revisão completa da transcrição destacando: os *recursos* citados pelos professores; elementos relacionados aos usos e/ou criação de recursos para tentar identificar elementos dos usos que podem nos auxiliar na identificação do *conhecimento*; *coletivos*; elementos relacionados a características que podem nos ajudar a identificar elementos do *estilo de pensamento* do coletivo; elementos relacionados aos *eventos*. Uma vez destacado o texto, construímos um arquivo para cada entrevista que contém: um índice com todos os *recursos*, *coletivos* e *eventos* identificados na transcrição; uma tabela com recursos e trechos das falas dos professores em relação a esse recurso; uma tabela com os coletivos e tre-

chos das falas dos professores que lhes correspondem. Portanto, se precisarmos analisar o recurso “X” ou o evento “E”, podemos buscá-los primeiro no índice e depois buscar trechos da fala do professor correspondente.

Em relação à identificação de *eventos simbólicos de transição*, primeiro identificamos no conjunto de dados um evento em que se destaca. Esta demarcação pode ser feita de várias maneiras, por exemplo, o sujeito atribui uma grande importância a este evento em comparação com outros; o evento desencadeia outros eventos; ou o evento está associado a uma grande quantidade de recursos. Portanto, este evento é considerado um candidato ao status de evento simbólico de transição. A validação será feita se e somente se uma mudança de *dominante documental* for deduzida na passagem do evento En. O dominante documental é inferido pela análise do discurso, associados aos eventos que precedem e seguem En determinando também a família de atividade do dominante. Os dominantes documentais nos permitirão segmentar a trajetória em períodos.

No que diz respeito à relação entre o trabalho documental individual e coletivo, em nossa análise questionamos os professores sobre as influências do trabalho coletivo ao longo de sua carreira. Para cada coletivo identificado pelos professores como parte de sua trajetória, coletamos dados que nos deram pistas sobre seu *método de trabalho, julgamentos comuns e recursos*: para coletivos formais, coletamos documentos em sites ou fornecidos pelos professores; para os coletivos informais, questionamos os professores sobre esses três pontos.

Para a análise dos mapas reflexivos do sistema de recursos (MRSR), feitos pelos professores para determinados períodos de sua trajetória documental, importamos e adaptamos alguns elementos propostos por Hammoud (2012), analisando: (1) a *estrutura geral do mapa*, neste caso identificamos os recursos presentes e suas características; (2) a *localização ou posição dos termos no mapa*, buscando identificar a presença ou ausência de hierarquia, presença ou ausência de relação entre a localização dos termos na folha; (3) os *termos influenciado e termos influenciando*, buscando assim identificar a presença de recursos (ditos “influenciando”) que irão influenciar a criação de outros recursos (ditos “influenciado”); (4) o *agrupamento de termos*, que designa a presença de uma categorização dos recursos apresentados pelos professores (semelhanças e diferenças). Esses elementos nos ajudam a levar em consideração os aspectos visuais relacionados ao mapa, que nos mostram os elementos estruturais do sistema de recursos.

Para a análise dos dados relativos ao trabalho coletivo apresentados durante as entrevistas, procedemos da seguinte forma: primeiro, identificando os coleti-

vos mencionados pelos professores; a seguir, identificamos os trechos em que os professores fornecem mais detalhes sobre os coletivos e recursos associados; a seguir, inferimos nos discursos elementos do método de trabalho e julgamentos que os professores consideram comuns. No caso do método de trabalho, este leva em consideração as características de cada coletivo: associativo, papel dos membros, entre outros.

Na próxima seção apresentamos alguns elementos sobre o nosso terreno de pesquisa.

## **O terreno de pesquisa**

Nossa pesquisa foi realizada em um momento de mudanças curriculares no ensino fundamental francês, reforma de 2016. Nessa reforma, novas normas curriculares e novos conteúdos foram propostos para todas as disciplinas, em particular para o ensino de matemática. Destacamos aqui três grandes mudanças que impactaram o trabalho do professor de matemática: o ensino fundamental é pensado em ciclos de três anos e não mais anualmente, exigindo assim uma coordenação entre os professores dos diferentes anos; uma carga horária destinada ao trabalho interdisciplinar com os alunos com temas que articulam as diferentes disciplinas; no caso da matemática, a inclusão do tema algoritmo e programação no ensino de matemática. Essas mudanças exigiram que os professores criassem novos recursos, tornando esse período ainda mais propício à análise das transformações no trabalho documental dos professores.

A escolha dos sujeitos de pesquisas seguiu alguns critérios, chamamos a atenção aqui para três deles: professores com uma longa carreira para ter acesso a uma longa trajetória; experiência de trabalho com colega muito próximo, *companheiro documental* (WANG, 2019); professores com perfis diferentes em relação ao trabalho coletivo fora da escola. Assim, encontramos uma professora, Anna, em março de 2016 e a seguir Viviane em junho de 2017. Anna e Viviane têm perfis diferentes em relação ao trabalho coletivo fora da escola, como desejável. De fato, Viviane não participa de coletivos oficiais fora da escola, enquanto Anna participa de vários. Neste artigo, apresentamos um trecho do caso de Anna que acompanhamos há mais tempo.

Anna é professora do ensino fundamental desde 1991, mudando de escola três vezes. Desde 2005 está no colégio CA localizado no centro de Lyon, que faz parte da rede LÉA (sigla para: Lugares de Educação Associados ao Instituto Francês de Educação) desde 2010. Anna participa de vários coletivos fora da escola, citamos aqui três: Sésames

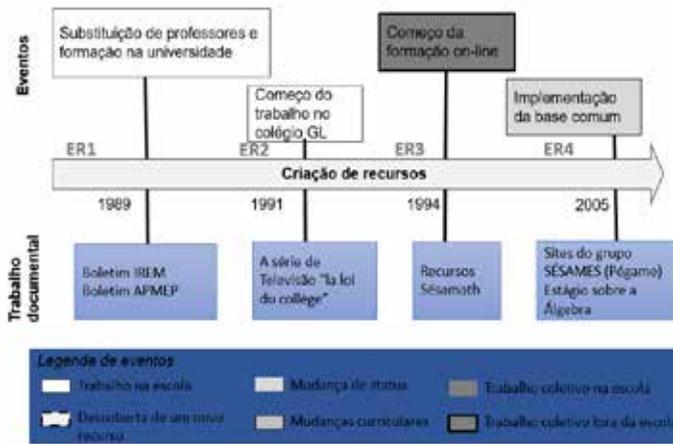
(Situações de Ensino Científico: Atividades de Modelização, de Avaliação, de Simulação relativos ao ensino de Álgebra – para mais detalhes ver Rocha e Trouche (2016)) que produz recursos para o ensino da álgebra no ensino fundamental e médio; IREM (Instituto de Pesquisa do Ensino de Matemática) no qual ela produz recursos em parceria com professores e pesquisadores para diversos tópicos do ensino de matemática; APMEP (Associação de Professores de Matemática do Ensino Público) discutindo questões sobre o ensino de matemática e disponibilizando recursos para professores associados. Acompanhamos o trabalho de Anna de março de 2015 a março de 2018. Fizemos entrevistas, observações sobre a preparação da aula e sua aula. Iniciamos o nosso acompanhamento no ano anterior à implementação da mudança curricular, o que nos permitiu ter mais elementos desse período de transição. Na próxima seção apresentamos uma parte da análise de dados relativos ao trabalho da Anna.

## ANÁLISE DE DADOS

Nesta seção, apresentamos uma análise dos três períodos da trajetória documental de Anna. Para tanto, nos baseamos nas entrevistas feitas com a Anna, em particular, uma entrevista na qual Anna criou dois mapas para o seu sistema de recurso – um para o início da carreira (aproximadamente 1991-1996) e outro relativo aos cinco últimos anos de sua carreira (aproximadamente 2012-2017) – e as entrevistas nas quais ela mapeou e revisou sua trajetória documental. Apresentaremos aqui em detalhes os dois eventos simbólicos de transição e os três dominantes identificados. Para cada período iremos focar em três pontos: a dominante documental do período, o trabalho coletivo no período e os elementos estruturantes do seu sistema de recursos.

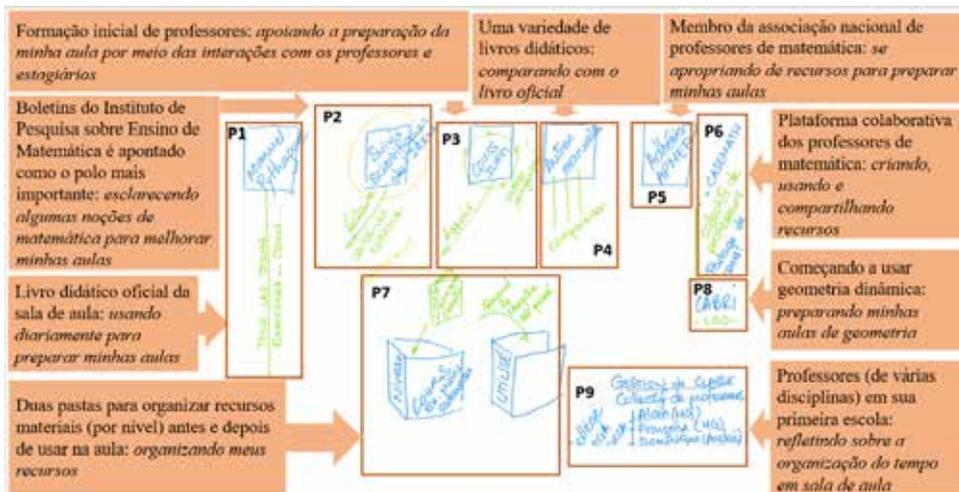
Anna apresentou 18 eventos reflexivos nas duas entrevistas analisadas: (1) quatro eventos relacionados à vida institucional; (2) um evento relacionado a mudanças escolares; (3) oito eventos ligados à vida coletiva dentro e fora do estabelecimento escolar; (4) um evento relacionado à categoria mudança de status do professor; e (5) quatro eventos relacionados à descoberta de um novo recurso”. Gostaríamos de ressaltar que a maioria dos eventos do mapeamento está relacionada ao trabalho coletivo de Anna, o que nos permite perceber que o trabalho coletivo parece ter um lugar importante no desenvolvimento profissional de Anna.

**Figura 1** – Estrato do MRTD de Anna (1989-2005)



O primeiro período é marcado pelo início da carreira de Anna, que enfatiza “no começo você tem pressa mesmo. Existe uma certa urgência de criar, de ter recursos, tem sempre medo de não saber fazer etc. então você está realmente com pressa e usa as coisas prontas”. É neste período que inferimos a dominante documental de “criação de recursos” para o ensino fundamental.

**Figura 2** – MRSR de Anna (1991-1996, ROCHA, 2018)



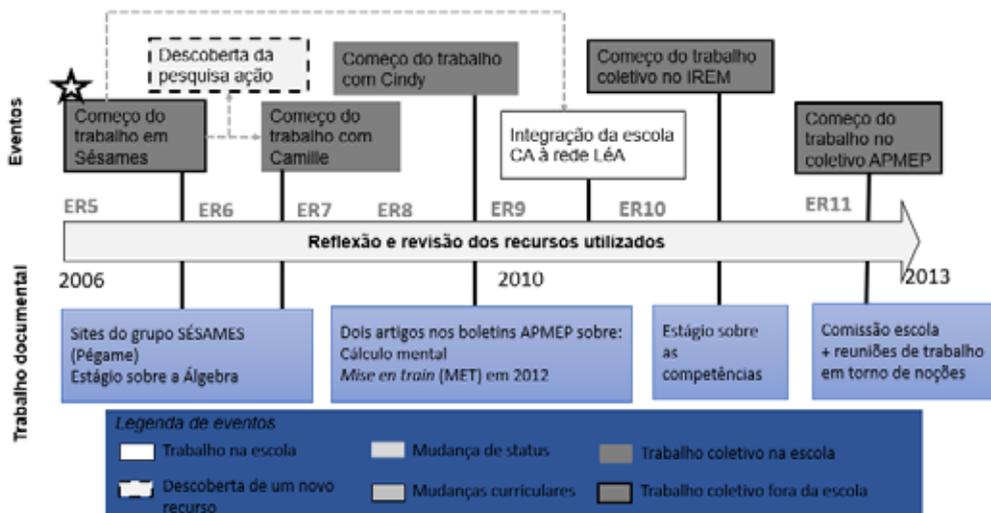
Chamamos a atenção na Figura 1 para os eventos relacionados ao trabalho dentro da escola. Quando articulamos o MRTD (Figura 1) e o MRSR (Figura 2) observamos três pontos:

- Em primeiro lugar, o uso frequente de livros didáticos fornecidos pela escola (ER2, P1 e P4). Anna expôs um ponto muito importante de sua experiência documental neste período, que é: “*Sim, acho que no início você tem que ... você se apoiar em algo. Acho que você se apoia em alguém que conhece bem e em suas aulas. Ou você confia no seu livro didático, por isso escolhemos um livro*”. Veremos que este recurso é muito importante no início da carreira, entretanto, o seu status muda ao longo da carreira (rupturas).
- Destacamos, também, nessas duas figuras o início de um trabalho coletivo fora do estabelecimento, quando Anna ingressou na associação Sésamath para compartilhar e discutir com outros colegas (ER3 e P6). Esta abertura do trabalho documental fora da escola estará presente também em outros períodos da sua carreira (continuidades).
- Por fim, constata-se a presença de recursos de “acompanhamento científico do IREM” (depois substituídos por brochuras do IREM) que são recursos que proporcionam aconselhamento didático sobre determinados conceitos. Este recurso fez com que Anna reestruturasse algumas de suas progressões e a acompanha ao longo de sua carreira.

Esse primeiro período que corresponde ao início de carreira de Anna em sua memória é marcado assim como um momento de intensa criação de recursos e sem um tempo para refletir e amadurecer as escolhas feitas.

O segundo período é marcado pela dominante documental de “reflexão e revisão dos recursos utilizados” e pelo evento simbólico de transição “começo de trabalho no coletivo Sésames” (em 2006). Esse coletivo é considerado como evento simbólico de transição, por três razões: primeiro, observamos no discurso da professora a importância deste evento, ela disse “*foi quando comecei no Sésames. Olha, então, foi uma grande mudança, de qualquer maneira, porque era sobre a Álgebra e eu não sabia muito sobre Álgebra*”; em segundo lugar, esse evento gerou diversos outros eventos elencados pela professora na sua trajetória documental (Figura 3); enfim, esse evento teve um forte impacto no sistema de recurso de Anna.

Figura 3 – Extrato do MRTD de Anna (2006-2013)



Nesse segundo período, destacamos o trabalho coletivo de Anna com Cindy e como elemento estruturante de seu sistema de recurso a *Mise en Train* (MET) (ROCHA; TROUCHE, 2016). O trabalho com Cindy, Sésames e MET são três pontos interligados no trabalho documental de Anna. De fato, temos que Cindy participa de Sésames, sendo que no interior desse coletivo junto com a Anna (e demais colegas) criaram o recurso MET. Rocha (2016) apresentou diferentes elementos sobre esse recurso, aqui mencionamos três: esse recurso é dito um metarrecurso, pois fornece critérios para a criação de recursos; os recursos desse tipo são usados no começo da aula para aquecer os alunos; as situações devem favorecer a pesquisa pelos alunos, permitindo-o ser autônomo na construção de seu próprio conhecimento. Ele foi criado inicialmente para o ensino da Álgebra (campo de estudo de Sésames) e depois Anna e Cindy aplicaram os princípios para os outros campos da matemática. Além disso, ele foi usado em formações ministradas pelas duas professoras e também foi explorado em artigos escritos pelos professores. Apresentamos a seguir alguns elementos do estilo de pensamento do coletivo Anna-Cindy.

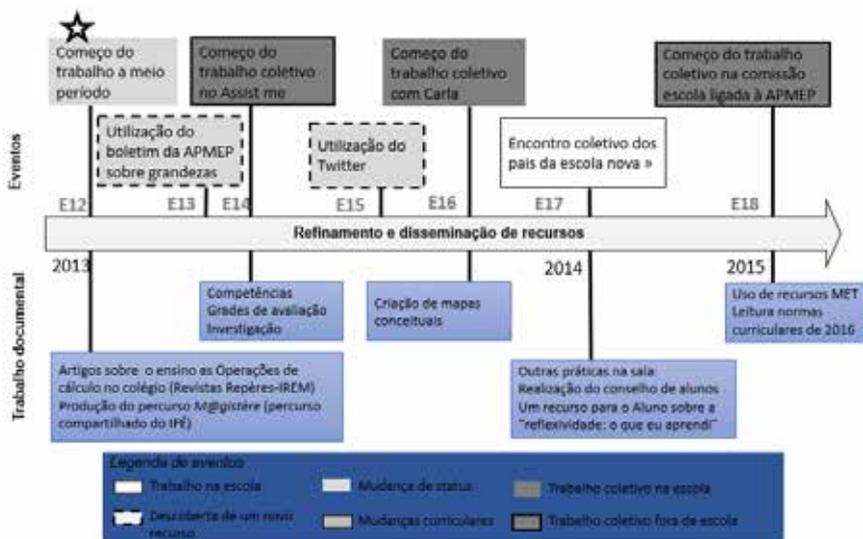
- *Método de criação de recursos:* as professoras trabalham na mesma escola e no coletivo Sésames, então discutem no grupo de recursos para álgebra. Para preparar as aulas, elas trabalham juntas para tomar as grandes decisões e depois cada uma prepara sua aula. Elas fazem o planejamento anual junto com os colegas de escola. Elas criam formações usando os recursos pessoais e aqueles criados no coletivo Sésames;

- *Alguns elementos do sistema de recursos do coletivo*: compartilham recursos on-line via plataforma Dropbox; elas usam os mesmos planejamentos e livros didáticos; elas usam recursos do Sésames, como o recurso MET; recursos para formação; artigos científicos para divulgar o trabalho delas;
- *Julgamentos comuns*: para ambas as professoras, as reflexões sobre o ensino da álgebra são importantes; trabalham com pesquisa-ação; procuram situações didáticas para que os alunos sejam autônomos.

Anna e Cindy trabalham juntas desde 2006 e têm o hábito de criar uma grande parte dos recursos juntas, assim, mobilizando o termo proposto por Wang (2019), Cindy e Anna são *companheiras documentais*.

O terceiro e último período analisado da trajetória documental de Anna é marcado pela dominante documental “refinamento e disseminação de recursos” e pelo evento simbólico de transição “começo do trabalho a meio período” (em 2013, ver Figura 4). Anna começou a trabalhar meio período na escola e meio período no Instituto Francês de Educação. Esse trabalho no instituto estava ligado à criação de uma formação on-line para professores do ensino fundamental, mobilizando recursos concebidos no coletivo Sésames. Esse evento abriu caminho para outros eventos citados na sua trajetória documental, em particular, esse evento aproximou ainda mais Anna dos trabalhos de pesquisadores ligados à educação matemática.

Figura 4 – Extrato do MRTD de Anna (2013-2015)



Nesse período, chamamos atenção para o trabalho coletivo de Anna na comissão escola ligada à APMEP. Nessa comissão, eles buscavam preparar e organizar recursos relativos às mudanças curriculares de 2016. Elencamos, a seguir, alguns elementos inferidos do estilo de pensamento desse coletivo.

- *Método de criação de recursos*: os professores do ensino fundamental e médio se reuniam três vezes por ano para refletir sobre os recursos de apoio ao ensino em ciclos; eles reuniram um conjunto de recursos (utilizando a ferramenta Padlet <https://fr.padlet.com/>, que permite guardar e organizar links de sites favoritos) para auxiliar na implementação do programa de 2016 que disponibilizaram no site do grupo.
- *Alguns elementos do sistema de recursos do coletivo*: Padlet com todos os recursos da reforma de 2016; slides em MET; uma pasta compartilhada no Dropbox; o site da associação APMEP;
- *Julgamentos comuns*: é importante criar recursos para auxiliar na implementação do ensino em ciclos; os recursos de reforma estão espalhados on-line, então pode ser útil reunir esses recursos em um link para que todos os professores possam encontrá-los mais facilmente.

Essa comissão permitiu à Anna disseminar os seus próprios recursos, além disso, ela pôde reorganizar uma parte de seus recursos em relação com a reforma de 2016. De fato, Anna evidencia a importância de reorganizar os recursos relativos a essa reforma, pois um fenômeno particular ligado a esse momento foi a abundância de recursos disponibilizados. Cabe ressaltar aqui que muitos recursos foram propostos por meio: dos novos livros didáticos, dos sites oficiais do governo, dos sites de coletivos oficiais, formações de professores, por meio de contas no Twitter ligadas à educação etc... Na Figura 5 apresentamos um mapa feito pela Anna para representar uma parte de seu sistema de recurso.



*transformações em seu sistema de recursos ao longo do tempo*, podemos observar no caso de Anna que a identificação de dois eventos simbólicos de transição nos permite ver uma reorganização no seu sistema de recurso. De fato, quando Anna entra em Sésames ela renova uma grande parte de seus recursos para o ensino de Álgebra. Muito além disso, a entrada dela nesse coletivo vai gerar recursos para a formação de professores e também afeta outros campos da matemática. O recurso MET acumula uma parte de sua experiência acumulada em Sésames. O segundo evento simbólico de transição nos permite ver o movimento gradativo que levou Anna a participar de vários outros projetos de pesquisa.

Identificamos também na trajetória documental e no sistema de recursos impactos das evoluções tecnológicas, progressivamente nos dois primeiros períodos e intensamente no último período. Podemos citar, o uso da rede social Twitter e recursos associados a ela que têm um papel importante na sua busca por recursos. Novos recursos digitais impactaram o trabalho documental de Anna tanto na busca como na organização e disseminação dos seus recursos. Isso ficou evidente diante das mudanças curriculares visto que muitos recursos foram disponibilizados on-line em diversos sites diferentes e também muitos recursos digitais foram propostos aos professores.

Em relação ao trabalho coletivo, observamos que Anna alimenta a sua prática em diversos coletivos formais fora da escola. Em particular, o coletivo Sésames, que como apresentado anteriormente é um motor de desenvolvimento profissional para Anna. Entretanto, o trabalho de Anna também é fortemente influenciado pela sua parceria com professores da sua escola ou que ela encontrou fora da escola, coletivos informais. Nesse artigo apresentamos o trabalho com sua companheira documental Cindy, que mostra como esse coletivo contribui para o seu trabalho documental. Esse coletivo informal é um exemplo de como a prática docente não é uma prática individual, mas sim, faz parte de um ato social do professor com outros atores da educação.

Finalizamos este capítulo deixando em aberto duas problemáticas a serem trabalhadas em relação à trajetória documental. A primeira é de analisar a trajetória documental do professor de matemática em relação a um recurso ou campo do ensino de matemática (Geometria, Álgebra, entre outros). Acreditamos que dessa forma poderemos ter mais acesso às relações entre o trabalho documental e as transformações dos conhecimentos relativos à matemática. A segunda problemática é relativa ao trabalho com professores brasileiros e com perfis diferentes para podermos ter acesso a diferentes trajetórias. Como podemos notar neste capítulo, Anna tem um perfil particular, como formadora e também muito

próxima à pesquisa em educação matemática. Ela não representa o professor ordinário francês e nem brasileiro. De um lado, o perfil de Anna foi interessante por ser rico em dados e complexo a ser analisado. De outro lado, esse perfil é bem específico, dificultando generalizações sobre os dados analisados. Assim, acreditamos que a busca por novas trajetórias poderá enriquecer e transformar o quadro conceitual e metodológico proposto neste texto, como expõe Pastré “*podemos dizer que o que aprendemos com a vida depende principalmente do que passamos. E existe tantas trajetórias quantas as experiências vividas [...]*” (2011, p. 107).

## REFERÊNCIAS

BLANCHET, A.; GOTMAN, A. **L’entretien: l’enquête et ses méthodes**. Paris: Nathan, 1992.

FLECK, L. **Genèse et développement d’un fait scientifique**. Paris: Editions Les Belles Lettres, 2005.

GUEUDET, G.; TROUCHE, L. Do Trabalho documental dos professores: gênese, coletivos, comunidade. O caso da matemática (Tradução de Katiane de Moraes Rocha). **EM TEIA: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**. 6, p. 1-43, 2008.

HAMMOUD, R. **Le travail collectif des professeurs en chimie comme levier pour la mise en oeuvre de démarches d’investigation et le développement des connaissances professionnelles**: contribution au développement de l’approche documentaire du didactique. 2012. 184 f. Tese (Doutorado) – Curso de Sciences de L’Education – Spécialité : Didactique de La Chimie, Sciences de L’éducation, Psychologie, Information et Communication, Université Claude Bernard Lyon 1 e Université Libanaise, Lyon, 2012. Disponível em: <https://www.theses.fr/2012LYO10211/document>. Acesso em: 08 nov. 2020.

PASTRÉ, P. Genèse et identité. *In*: RABARDEL, P.; PASTRÉ, P. (org.). **Modèles du sujet pour la conception**: dialectiques activités développement. Paris: Octarès, 2005. p. 231-260.

PASTRÉ, P. **La didactique professionnelle**. Approche anthropologique du développement chez les adultes. Paris: Presses universitaires de France, 2011, 318 p.

PRIEUR, M. **La conception codisciplinaire de métaressources comme appui à l’évolution des connaissances des professeurs de sciences**: es connaissances

qui guident un travail de préparation pour engager les élèves dans l'élaboration d'hypothèses ou de conjectures. 2016. 457 f. Tese (Doutorado) – Education, Éducation, Psychologie, Information et Communication, Université Claude Bernard Lyon 1, Lyon, 2016. Disponível em: <https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01364778v2/document>. Acesso em: 08 nov. 2020.

RABARDEL, P. **Les hommes et les technologies: une approche cognitive des instruments contemporains**. Paris: Armand Colin, 1995.

RABARDEL, P. Instrument, activité et développement du pouvoir d'agir. *In*: PASTRÉ, P.; RABARDEL, P. (ed.). **Entre connaissance et organisation: l'activité collective**. Paris: La Découverte, 2005. p. 251-265.

RABARDEL, P.; BOURMAUD, G. Instruments et systèmes d'instruments. *In*: RABARDEL, P.; PASTRÉ, P. (dir.). **Modèles du sujet pour la conception. Dialectiques activités développement**. Toulouse: Octarès, 2005. p. 211-229.

ROCHA, K. M.; TROUCHE, L. A trajetória documental: uma análise da história da integração de recursos na prática do professor de matemática. *In*: SIMPÓSIO LATINO-AMERICANO DE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA, 1, 2016, Bonito, MS. **Atas do...** Campo Grande: Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, 2016.

ROCHA, K. M. Um estudo das transformações na prática do Professor oriundas da sua interação com os recursos: o aporte do conceito da trajetória documental. *In*: SIMPÓSIO LATINO-AMERICANO DE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA, 2, 2018, Jarinu. **Atas do...** São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2018.

ROCHA, K. M. **Une étude des effets du travail documentaire et collectif sur le développement professionnel des enseignants de mathématiques: apport des concepts d'expérience et de trajectoire documentaires**. 2019. 369 f. Tese (Doutorado) – Curso de Didactique Des Mathématiques, Ecole Normale Supérieure de Lyon, Lyon, 2019. Disponível em: <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-02399664/document>. Acesso em: 08 nov. 2020.

TROUCHE, L.; GUEUDET, G.; PEPIN, B. Documentational approach to didactics. *In*: LERMAN, S. (ed.). **Encyclopedia of Mathematics Education**. New York: Springer, 2018.

WANG, C. **An investigation of mathematics teachers' documentation expertise and its development in collectives: two contrasting cases in china and france**. 2018. 225 f. Tese (Doutorado) – Curso de Sciences de L'Éducation, Ecole Doctorale Education, Psychologie, Information Et Communication, Ecole

Normale Supérieure de Lyon Et East China Normal University, Lyon, 2019.  
Disponível em: <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-02275820/document>. Acesso em: 08 nov. 2020.

WENGER, E. **Communities of Practice: Learning, Meaning, and Identity**. Cambridge University Press, 1998.



# PIBID E JOGOS MATEMÁTICOS

## CENÁRIOS DO TRABALHO DOCUMENTAL DOCENTE

*Elisângela Bastos de Mélo Espíndola*

*Alaide Cecília de Lima*

*Vitória Moura do Nascimento*

### INTRODUÇÃO

O Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid) desde que foi lançado pelo Ministério da Educação pela Portaria Normativa nº 38, de 12 de dezembro de 2007, tem contribuído de forma significativa à formação docente e à Educação Matemática. Haja vista, o considerável número de relatos de experiências, comunicações orais ou pôsteres publicados no Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM).

No período de 2010 a 2019, identificamos 161 artigos publicados nos anais do ENEM (contendo “Pibid” em seus títulos). Dentre estes, constatamos que 21 (apêndice A) são relacionados à criação, elaboração ou adaptação de jogos matemáticos<sup>19</sup> e à sua utilização em sala de aula, com a intenção didática de favorecer a aprendizagem dos alunos em Matemática (apêndice B). Podemos ver no quadro a seguir que a maior parte dos jogos é voltada para a unidade temática “Números”, em detrimento de “Probabilidade e Estatística”.

---

<sup>19</sup> Dentre os trabalhos publicados nos anais do ENEM (2010-2019), com “Pibid” em seus títulos, filtramos aqueles contendo “jogos” nos títulos desses ou nas palavras-chave.

**Quadro 1.** Jogos propostos no Pibid – ENEM (2010-2019) por unidade temática

Unidades temáticas	2010	2013	2016	2019
Números	1	25	11	14
Geometria	0	7	0	0
Álgebra	2	3	1	3
Grandezas e Medidas	0	2	0	0
Probabilidade e Estatística	0	0	0	0
Total	3	37	12	17

Fonte: autoria própria.

Sobre os 69 jogos desenvolvidos no Pibid (Quadro 1), cerca de 45% foram utilizados nos anos finais do Ensino Fundamental (EF); 33% nos anos iniciais do EF e 22% no Ensino Médio (EM); sendo: 54% no Nordeste; 40% no Sudeste; 7% no Sul; 7% no Centro-Oeste e 4% no Norte.

Os jogos apresentados no ENEM, são frutos de adaptações de baralhos, dominós, bingos, jogo da memória, trilhas, tabuleiros, quebra-cabeças, pega-varetas, dentre outros. Por exemplo, Silva *et al.* (2013), no Pibid do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (IFRN), propõem o *Baralho Matemático* voltado para o ensino de operações com números decimais. De outro modo, Santos *et al.* (2013), no Pibid da Universidade Federal de Sergipe (UFS), desenvolveram o *Baralho Notável* para o ensino de produtos notáveis. No Quadro 2, podemos perceber como se diferencia a descrição do material e regras de cada um desses baralhos.

**Quadro 2.** Adaptação de baralhos

Baralho Matemático	Baralho Notável
Material: 52 retângulos pequenos em cartolina, sendo 26 com perguntas e 26 com as respectivas respostas.	Material: Cartas confeccionadas.
Regras: <i>Os cartões são distribuídos igualmente entre os jogadores.</i> Combina-se uma forma de ver quem começa o jogo (par ou ímpar, por exemplo). <i>Quem começa, coloca uma carta na mesa com uma pergunta ou resposta. Cada jogador verifica em sua mão se tem a carta que combina com a que está na mesa, e quem tiver apanha as duas para si.</i> Se nenhum outro jogador encontrar a carta que combina em um tempo determinado, ela ficará para quem jogou. Continua o jogo quem pegou a carta da mesa. Ganha o jogo quem, no final, tiver conseguido mais cartas.	Regras: <i>Cada jogador ficará com 6 cartas, sendo 2 delas destinadas à formação do produto notável e as outras 4 para a formação do Trinômio associado. O primeiro jogador retira uma carta do monte e coloca na mesa. Se interessar a algum jogador, este pode trocar a carta por uma de sua mão. Se não, joga o próximo e o jogo segue até que alguém consiga formar seu produto notável e seu Trinômio associado.</i>

Fonte: autoria própria.

Tal como ocorreu, nos baralhos (Quadro 2), o *Jogo Pega-Varetas* foi adaptado por Silva, Santos e Arrais (2016), no Pibid da Universidade Estadual de Maringá (UEM), com base nas regras do jogo convencional: resgatar varetas sem movimentar nenhuma outra. A diferença consiste em como calcular a pontuação obtida, pois não necessariamente quem consegue mais varetas é o vencedor, mas quem observa as melhores formas de agrupamento, obtém maiores pontos (a cada três varetas da mesma cor – troca por 25 pontos; duas varetas de cores iguais – troca por 10; duas varetas de cores diferentes – troca por 15; uma vareta apenas não pode ser trocada).

Por sua vez, Santos, Santos e Feitoza (2016), no Pibid da Universidade Federal de Sergipe (UFS), propõem o *Produto de Varetas*, junto a uma pilha de cartas contendo números e um valor (primo) para cada uma das cores das varetas (amarela, vermelha, azul, verde e preta) com os valores 2, 3, 5, 7 e 11, respectivamente. Cada jogador puxa uma carta da pilha e deve fatorar/decompor o número que aparecer e retirar da pilha somente as varetas cujo produto resulta no número da carta que tirou. Apenas uma tentativa é permitida por vez. Vence quem conseguir completar o maior número de cartas.

Os exemplos supramencionados sobre os baralhos e pega-varetas, dentre outros relatos acerca de jogos produzidos no Pibid, suscita-nos a buscar melhor entender como esses jogos são adaptados de outros já existentes. Que outros recursos são mobilizados? Quais cenários didáticos são elaborados para seu uso? Como impactam na formação docente de bolsistas desse programa? Nessa direção, de acordo com Gueudet e Trouche (2015, p. 8), “consideramos que a unidade do trabalho do professor é a concepção (que se alimenta dos recursos disponíveis) da matéria de seu ensino, para ele, para os alunos, para os coletivos, grupos e instituições dos quais ele participa”.

Grosso modo, percebemos que os jogos desenvolvidos no Pibid são apresentados em artigos (ENEM, 2010-2019), sobretudo, como “produtos”, com exposição dos materiais e das regras que os constituem. Isto é, não percebemos uma descrição ou análise mais detalhada do “processo” de concepção desses jogos. Por tais aspectos, empreendemos um acompanhamento de bolsistas de iniciação à docência (doravante IDs) em suas atividades de elaboração e utilização de jogos, em particular, produzidos no Pibid, da Licenciatura em Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE), sob o intento de desencilhar seu trabalho documental.

Para tanto, tomamos a Abordagem Documental do Didático (ADD) como um suporte teórico que nos possibilita analisar o trabalho dos professores; bem

como de IDs, dentro e fora da sala de aula, por meio das gêneses documentais. Na ADD, as diferentes gêneses documentais são consideradas como a trama do trabalho documental docente. “Este trabalho documental é um motor da evolução dos sistemas de recursos dos professores e um motor do seu desenvolvimento profissional, via evolução dos seus esquemas” (BELLEMAIN; TROUCHE, 2019, p. 118-119).

Adiante, tecemos algumas considerações sobre a articulação entre os quadros teóricos da ADD (GUEUDET; TROUCHE, 2009) e da Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 2002). E, discorreremos sobre alguns tipos de orquestrações instrumentais (TROUCHE, 2004; DRIJVERS *et al.*, 2010). Posteriormente, apresentamos os procedimentos metodológicos baseados na metodologia reflexiva, desenvolvida no seio da ADD, que subsidiou o estudo de caso sobre o jogo Quebra-cabeça Triangular das Medidas Agrárias (QTMA).

## MOMENTOS DIDÁTICOS, SITUAÇÕES PROFISSIONAIS DO PROFESSOR E ORQUESTRAÇÕES INSTRUMENTAIS

Segundo Gueudet e Trouche (2010), a ADD se alimenta de vários quadros teóricos. Aqui pomos em relevo o modelo dos momentos didáticos proposto na Teoria Antropológica do Didático (TAD) (CHEVALLARD, 2002) relacionado ao sistema de situações profissionais do professor.

Na TAD, além da definição do conteúdo matemático a ser ensinado, o professor propõe o encaminhamento do estudo desse conteúdo; ou seja, uma organização didática. Nessa teoria, uma organização matemática (OM) é constituída de:  $[T, \tau, \theta, \Theta]$ , um tipo de tarefa  $T$ , uma técnica  $\tau$  que permite realizar uma tarefa do tipo  $T$ , uma tecnologia  $\theta$  que fornece um discurso racional (*logos*) sobre as técnicas e, enfim, a teoria  $\Theta$  pela qual se fundamenta a tecnologia, e o papel desta última em relação às técnicas.

De acordo com Chevallard (2002), na organização didática, quaisquer que sejam os caminhos do estudo de um tema matemático, certos tipos de situações são necessariamente presentes, mesmo de maneira variável. Dessa forma, sem uma ordem temporal, esse autor propõe quatro grupos relacionados a seis momentos didáticos:

- Grupo I – Atividade de estudo e de pesquisa: 1. *Momento do primeiro encontro com T*; 2. *Momento de exploração de T e de emergência da técnica t*; e 3. *Momento de construção do bloco tecnológico-teórico  $[\theta, \Theta]$ .*

- Grupo II – Sínteses: 4. *Momento de institucionalização.*
- Grupo III – *Exercício e problemas*: 5. *Momento de trabalho da organização matemática (e em particular, da técnica).*
- Grupo IV – Controles: 6. *Momento de avaliação.*

O primeiro momento didático é o do encontro com a OM que está em jogo no cenário didático. Esse primeiro encontro (ou reencontro) pode ocorrer de diversas maneiras, porém, uma dessas maneiras será a partir de pelo menos um tipo de tarefa T, que constitui a OM proposta. O segundo momento é o da exploração dos tipos de tarefas e da elaboração de técnicas relativas a esse tipo de tarefas. O terceiro momento é o da constituição do entorno tecnológico-teórico relativo às técnicas exploradas anteriormente. O quarto momento é o do trabalho da técnica que deve torná-la mais eficaz e mais confiável (o que exige retocar a tecnologia elaborada até então). O quinto momento é o da institucionalização, ou seja, o de oficializar os elementos da OM. O sexto momento, é o da avaliação, que se articula com o momento da institucionalização e permite relançar o estudo, suscitar a reposição de algum momento e talvez, do conjunto do trajeto didático.

Com base em Gueudet e Trouche (2010), os momentos didáticos (CHEVALLARD, 2002), podem ser relacionados a atividades finalizadas. Essas atividades se conectam com a parte “recurso dos documentos”. Nessa direção, Besnier (2016), considera que as categorias dos momentos didáticos, correspondem a objetivos e classes de situações da atividade profissional do professor (Quadro 3). Para as quais, podemos associar recursos recombinaados, regras de ação e invariantes operatórios e produzir elementos de representação de documentos desenvolvidos pelos professores com diferentes objetivos.

**Quadro 3.** Momentos didáticos e situações profissionais do professor

<b>Momentos didáticos</b>	<b>Situações profissionais do professor</b>
Grupo I – Atividade de estudo e de pesquisa	Conceber e pôr em prática momentos de introdução e descoberta
Grupo II – Sínteses	Conceber e pôr em prática momentos de síntese
Grupo III – Exercício e problemas	Conceber e pôr em prática momentos de aprendizagem e de exercício
Grupo IV – Controles	Conceber e pôr em prática momentos de avaliação

Fonte: Chevallard (2002); Besnier (2016).

Em sua tese, *Conception d’un jeu-situation numérique et son appropriation par des professeurs [...]*, Rousson (2017), retoma os momentos mencionados no

Quadro 3 (1. O primeiro encontro com a tarefa; 2. Exploração do tipo de técnica e elaboração de uma técnica de resolução; 3. Trabalho da técnica de resolução; e 4. Avaliação), relacionando-os a tipos de orquestrações instrumentais coletivas (OIC) ou individuais (OII). Segundo Rousson (2017, p. 155), “as orquestrações instrumentais são o fruto das escolhas em termos de organização dos artefatos disponíveis e de gestão da classe”. No tipo OIC, os alunos têm um tempo para discutir a tarefa uns com os outros e/ou com o professor. Enquanto, no tipo OII, os alunos trabalham individualmente, em dupla ou em grupos para resolver a tarefa (DRIJVERS *et al.*, 2010; ROUSSON, 2017).

Em virtude da tarefa que é solicitada ao aluno, dentre possíveis OIC, tomamos por suporte os tipos, a saber: demonstração técnica; explicação pelo professor; orientação e explicação do professor, discussão entre os atores. Sobre a OII, destacamos aquela denominada “trabalho e acompanhamento” (ROUSSON, 2017).

A OIC “demonstração técnica”, por exemplo, concerne ao momento em que o professor mostra como se utiliza um compasso ou as funcionalidades técnicas de um artefato digital. Na OIC “explicação pelo professor” – diferentemente da anterior, a explicação vai além dos aspectos técnicos de utilização do artefato e envolve o conteúdo matemático. Na OIC “orientação e explicação pelo professor”, ele explica aos alunos um conteúdo matemático, mas chega a propor questionamentos. O tema da discussão é limitado e comandado pelo professor. Enquanto, na OIC “discussão entre atores” – a discussão é mais livre e menos regulada do que no tipo de orquestração anterior. Nesta OI, ocorrem discussões (entre o professor e os alunos ou entre os alunos) a fim de melhorar a compreensão da tarefa. Particularmente, na OII “trabalho e acompanhamento”, os alunos trabalham individualmente ou em pequenos grupos com o artefato. Enquanto isso, o professor circula entre eles para auxiliá-los.

Neste cenário, pelos procedimentos metodológicos explicitados a seguir, buscamos estudar: Quais recursos foram mobilizados e esquemas de utilização foram desenvolvidos, por IDs, na concepção e utilização em sala de aula do jogo Quebra-cabeça Triangular das Medidas Agrárias (QTMA)?

### **Procedimentos metodológicos**

O presente estudo, decorrido no seio do Pibid da UFRPE, baseia-se em princípios da investigação reflexiva, desenvolvida no seio da ADD (GUEUDET; TROUCHE, 2010). Para tanto, realizamos o acompanhamento das atividades em um período significativo. Ou seja, durante dezoito meses de vivência de uma

dupla de IDs no Pibid, buscamos acompanhar as suas atividades e assim identificarmos os elementos da evolução do seu trabalho documental. Em particular, sobre os últimos quinze meses, esse estudo foi voltado ao processo de concepção e utilização do jogo *Quebra-cabeça Triangular das Medidas Agrárias* (QTMA).

Sobre o acompanhamento em diversos lugares (dentro e fora da sala de aula) – sublinhamos os locais: sala de aula de duas turmas do 9º ano do Ensino Fundamental da Escola Estadual Ministro Jarbas Passarinho (Camaragibe-PE); Laboratório Científico de Aprendizagem, Pesquisa e Ensino (LACAPE) e sala do Pibid, lotados respectivamente nos departamentos de Educação e de Matemática da UFRPE.

Na investigação reflexiva, outro aspecto a ser levado em conta é a ampla coleta de dados. Assim, buscamos levantar, possivelmente, todos os recursos utilizados e produzidos no trabalho documental das IDs, acerca do referido jogo por meio de mapeamento do sistema de recursos, relatórios mensais, entrevistas e videogravações.

Por fim, destacamos o acompanhamento reflexivo; isto é, a mobilização do olhar das IDs sobre o seu próprio trabalho documental a fim de estimular suas reflexões e possibilitar compreenderem melhor a estrutura dos seus próprios recursos. E, levar ao pesquisador identificar como e de que forma as IDs se apropriaram dos recursos em tela. De forma que a análise dos dados ocorreu de forma contínua durante todo o processo da coleta de informações.

## O TRABALHO DOCUMENTAL DAS IDS NA ELABORAÇÃO DO QTMA

A ADD leva em conta a variedade de recursos que podem ser envolvidos no trabalho do professor. De acordo com Gueudet e Trouche (2015, p. 8) “acreditamos que o professor, em seu trabalho documental, dispõe de um conjunto de recursos de diversas naturezas, que darão origem, para uma determinada classe de situações, durante um processo de gênese documental, a um documento”. Assim, inicialmente, destacamos o desenvolvimento de uma sequência didática (SD)<sup>20</sup> sobre Medidas Agrárias, que antecedeu à construção do QTMA.

---

<sup>20</sup> A SD no sentido atribuído por Zabala (1998 p. 18): “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos”.

#### Quadro 4. Síntese da Sequência didática Medidas Agrárias

Público: alunos do 9º ano do EF.
Material necessário: Calculadora, papel, lápis, cópias de atividades impressas em papel e jogo QTMA.
Metodologia
1ª etapa: Levantamento prévio dos alunos e discussão sobre unidades de medidas agrárias e sua relação com o sistema métrico decimal. alqueire mineiro; alqueire paulista; hectare; are; centiare; braça; conta; tarefa; quadro e vara.
2ª etapa: Pesquisa na internet pelos alunos sobre os diversos tipos de unidades de medidas agrárias a fim de serem socializadas e discutidas em sala de aula.
3ª etapa: Socialização de vídeos nos grupos das turmas, pré-selecionados, para discussão em sala de aula sobre medidas agrárias (contexto cotidiano; tipos e transformação de medidas agrárias; are, hectare e centiare).
4ª etapa: Leitura de texto e discussão sobre a publicação do Ministério da Agricultura (1948): Unidades agrárias não decimais no Brasil.
5ª etapa: uso do jogo QTMA.
6ª etapa: Avaliação.

Fonte: Acervo do Pibid (UFRPE).

No caso do QTMA, a princípio, esse jogo foi elaborado essencialmente em torno da situação de conceber e pôr em prática momentos de aprendizagem e de exercício (Quadro 5); ou seja: a exploração da tarefa “T – Relacionar as medidas agrárias convencionais com o sistema métrico decimal”. E, elaboração de uma técnica de resolução em torno do bloco teórico-tecnológico das propriedades de igualdade (reflexiva:  $a = a$ , para qualquer  $a$ ; simétrica:  $a = b \Rightarrow b = a$ , para quaisquer  $a$  e  $b$  e transitiva:  $a = b$  e  $b = c \Rightarrow a = c$ , para quaisquer  $a$ ,  $b$  e  $c$ ).

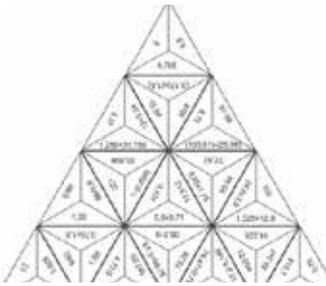
#### Quadro 5. Articulação entre as peças do QTMA

Lado de um triângulo	Lado de outro triângulo correspondente
1 are	100 m <sup>2</sup>
1 are	10 m x 10 m
1 hectare	10.000 m <sup>2</sup>
1 hectare	100 m x 100 m
1 centiare	1 m <sup>2</sup>
1 hectare	100 ares
1 centiare	1/100 are
1 hectare	1hm <sup>2</sup>
1/100 are	1m <sup>2</sup>

Fonte: Acervo do Pibid.

A fim de possibilitar uma maior articulação entre as medidas supramencionadas (Quadro 5), as IDs usaram como filtro de busca na internet, os jogos “quebra-cabeça triangular” ou “triminó”, o que resultou na seleção de três recursos: Triminó dos Números Decimais (LUTZ, 2016), Triminó Legal (GOMES, 2010) e Quebra-cabeça das Quatro Operações (ARAÚJO; ISIDORO; MOTTA, 2014). A seguir, apresentamos os depoimentos das IDs sobre o que foi extraído de cada um desses jogos.

**Quadro 6.** Recursos utilizados pelas IDs

<b>Recurso: Triminó dos números decimais</b>	<b>O que foi extraído desse recurso?</b>
	<p>ID1: <i>Esse jogo tem 16 peças triangulares. Não foi possível propor nosso jogo com esse número de peças, devido não termos tantas relações entre as unidades de medidas agrárias. O jogo deve ser realizado por dois participantes. Gostamos dessa ideia.</i></p> <p>ID2: <i>A finalidade desse jogo é formar um triângulo equilátero com todas as peças unidas por operações e seus respectivos resultados. No nosso caso, preferimos propor apenas a equivalência entre as unidades de medidas agrárias convencionais.</i></p>
<p><b>Recurso: Triminó legal</b></p>	<p><b>O que foi extraído desse recurso?</b></p>
	<p>ID1: <i>Esse tipo de triminó apresenta as bordas sem conexões entre as multiplicações e os produtos. Isso nos pareceu interessante para as medidas não convencionais. Decidimos deixar que essas ficassem nas bordas do nosso jogo.</i></p> <p>ID2: <i>O formato de montagem em hexágono desse jogo nos faria reduzir o nosso de 9 peças para 6 peças. Preferimos manter as 9 peças.</i></p>
<p><b>Recurso: Quebra-cabeça das quatro operações</b></p>	<p><b>O que foi extraído desse recurso?</b></p>
	<p>ID1: <i>Percebemos que esse jogo tem uma base onde as peças são colocadas sobrepostas a essa. Gostamos dessa ideia por facilitar a montagem do quebra-cabeça.</i></p> <p>ID2: <i>Nesse jogo tem resultados nas bordas do triângulo relacionados às operações aritméticas. Optamos por não colocar valores nos lados da base triangular.</i></p>

Fonte: Autoria própria.



a apresentação do mapeamento do sistema de recursos das IDs em torno da concepção do QTMA se apresentou da seguinte forma:

**Figura 2** – Mapeamento dos recursos/QTMA



Fonte: Autoria própria.

Na Figura 2, ressaltamos que os recursos curriculares foram utilizados quanto à busca em atender as demandas institucionais do contexto escolar, quanto às expectativas de aprendizagem do Currículo de Pernambuco: Usar e converter, dentro de um mesmo sistema de medidas, as unidades apropriadas para medir diferentes grandezas; compreender a ideia de “erro de medição” na utilização de instrumentos de medida e conhecer as medidas agrárias de superfícies e suas relações com o metro quadrado (PERNAMBUCO, 2012); e a habilidade (EF07MA29) da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018): Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada. Ademais, o estudo dos referidos temas foi acordado com o professor-supervisor da escola, em virtude deste ser previsto no primeiro bimestre letivo.

Sem nos prolongarmos na análise dos conhecimentos em cena acerca dos fatos decorridos na construção do QTMA, sublinhamos que “a partir da constatação de integração de recursos no sistema de recursos do sujeito, podemos inferir que seu sistema documental sofre igual efeito” (IGNÁCIO, 2018, p. 40). Ademais, os indícios que o sujeito desenvolve gêneses documentais põem em cena o desenvolvimento de conhecimentos profissionais mediados pelo recurso integrado.

Creemos assim, que as IDs desenvolveram, sobremaneira, o *conhecimento didático do conteúdo* (PCK), quanto ao conhecimento dos parâmetros de apren-

dizagem (conteúdos esperados no nível de ensino etc.) e conhecimento do ensino de matemática (teorias de ensino, estratégias, técnicas e tarefas; características matemáticas específicas de recursos didáticos) (CARRILHO *et al.*, 2014). O que se constituiu como fundamental na construção do QTMA. Haja vista, um documento refletir de alguma forma “os conhecimentos do professor, suas concepções de ensino e de aprendizagem, seus modos de trabalho nos contextos coletivos e institucionais nos quais atua, considerando sua experiência ao longo do tempo” (BELLEMAIN; TROUCHE, 2019, p. 38).

## QTMA: ESQUEMAS DE UTILIZAÇÃO E ORQUESTRAÇÕES INSTRUMENTAIS

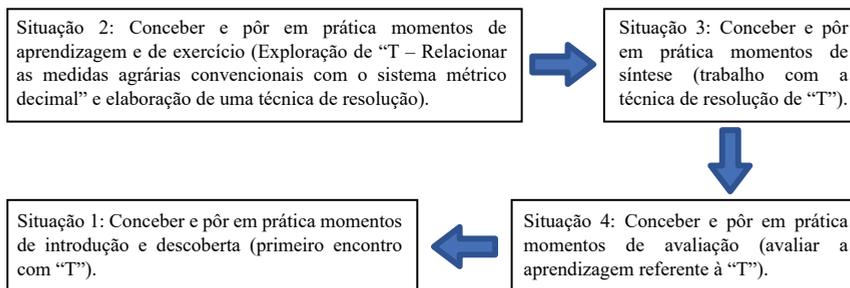
Gueudet e Trouche (2009), apresentam um *documento = recursos + esquema de utilização*. Em nosso caso, o QTMA é então considerado como documento; ou seja, um produto dos recursos disponíveis às IDs associado aos esquemas de utilização desses recursos em diferentes situações de atividade ou classes de situações.

De acordo com Bellemain e Trouche (2019, p. 118), o esquema é:

A organização invariante da atividade do professor para implementar uma situação. Esta atividade é apoiada pelos recursos reformulados. O termo “utilização” no “esquema de utilização” deve ser entendido em sentido amplo. Trata-se de toda a ação didática do professor, desde a seleção dos recursos até sua adaptação, sua estruturação, sua implementação na sala de aula, sua revisão a posteriori, etc.

Inicialmente o QTMA foi desenvolvido em torno da situação 2 (Figura 3), posteriormente, às etapas vivenciadas na SD (Quadro 4). Por meio das entrevistas com as IDs, podemos identificar os indícios dos esquemas de utilização do documento QTMA, por meio dos invariantes operatórios, inferidos a partir dos conhecimentos, das concepções, das crenças das IDs acerca do ensino e da aprendizagem desencadeados na sua prática docente, ainda que com restrições (por esse documento e sua ação em sala de aula). Bem como, outros elementos constitutivos dos esquemas que levaram as IDs a ampliarem o uso do jogo em outras situações (3, 1 e 4).

**Figura 3 – Ordem das situações em torno do jogo QTMA**



Fonte: autoria própria.

Sobre a situação 2 (Figura 3), por meio do uso contínuo do jogo pelas IDs, podemos identificar, os seguintes aspectos de seus esquemas de utilização.

**Quadro 7. Elementos do esquema de utilização/Situação 2**

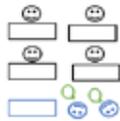
Situação 2: Conceber e pôr em prática momentos de aprendizagem e de exercício (Exploração de “T – Relacionar as medidas agrárias convencionais com o sistema métrico decimal” e elaboração de uma técnica de resolução).			
Objetivo	Regras de ação de controle e de tomada de informação	Invariantes operatórios	Possibilidades de inferências
Orientar os alunos para o trabalho com as técnicas e tecnologias associadas à “T”.	<p>Distribuir as peças do QTMA entre grupos de alunos e explicar as regras do jogo. Apresentar o modelo do formato do quebra-cabeça montado.</p> <p>Solicitar que eles registrem no caderno os resultados da montagem das peças do jogo, quanto às relações entre as medidas.</p> <p>Orientar que os alunos façam uso das técnicas, como:</p> <p>Multiplicar 10 m x 10 m. Aplicar a propriedade transitiva (ex: se 1 a = 10 m x 10 m; 10 m x 10 m = 100 m<sup>2</sup>, logo 1 a = 100 m<sup>2</sup>.</p> <p>Multiplicar 100 m x 100 m. Aplicar a propriedade transitiva (ex: se 1 ha = 100 m x 100 m; 100 m x 100 m = 10.000 m<sup>2</sup>, logo 1 ha = 10.000 m<sup>2</sup>.</p> <p>Aplicar a propriedade transitiva (ex: se 1 ca = 1/100 a; 1/100 a = 1 m<sup>2</sup>, logo 1 ca = 1 m<sup>2</sup>.</p> <p>Discorrer sobre as relações possíveis entre as medidas.</p> <p>Chamar a atenção dos alunos para as medidas que não apresentam equivalência uma com as outras (não convencionais).</p> <p>Levar os alunos a perceberem que as medidas não convencionais devem ficar nas laterais do triângulo formado no QTMA.</p>	<p>É preciso guiar os alunos para usar as técnicas de multiplicação e divisão (por 10 e 100).</p> <p>Os alunos precisam perceber que se a = b, b = c, então a = c.</p> <p>É necessário pôr em evidência que as medidas não convencionais podem ser convertidas em medidas relacionadas ao m<sup>2</sup>; mas não se aplicam às que são apresentadas no QTMA, porque podem apresentar diferenças de uma região a outra do país.</p>	Os alunos podem estranhar as medidas não convencionais; ou não, se esse for um tema trabalhado previamente com eles.

Fonte: Autoria própria.

Embora, cientes que uma orquestração instrumental é composta por três elementos: configuração didática, modo de execução/exploração e desempenho didático. No presente trabalho, expomos os dois primeiros, em virtude da delimitação de análise dos dados. Isto é, para a configuração didática, aspectos como: a organização do ambiente de ensino e de aprendizagem; a seleção dos recursos a serem disponibilizados; a elaboração da atividade; a definição do papel dos sujeitos envolvidos neste processo. Assim como, o modo como as IDs decidiram explorar a configuração didática em tela, visando atender suas intenções didáticas (TROUCHE, 2004).

Desta forma, para a situação 2 (Quadro 7), apresentamos como as IDs desenvolveram inicialmente a OIC – Demonstração Técnica (DT); seguida da OIC – Explicação pelo Professor (EP). Depois, a OII – Trabalho e Acompanhamento (OII-TA) e finalmente a OIC – Discussão entre atores (DA).

**Quadro 8.** Descrição das OI/Situação 2

Configuração didática	Modo de execução
	<p>OIC – DT: As IDs explicam oralmente as regras do QTMA aos alunos.<sup>21</sup></p> <p>OIC – EP: As IDs explicam a tarefa “T”.</p>
	<p>OII – TA: Cada grupo de alunos tenta montar o QTMA de acordo com “T”.</p> <p>Os alunos recorrem às IDs, que circulam pela sala, para esclarecimento de dúvidas.</p>
	<p>OIC – DA: Os alunos apresentam, comparam e analisam as respostas uns dos outros com a mediação das IDs.</p>

Fonte: autoria própria.

Na afirmação das IDs, “*esta forma de utilizar o jogo em sala de aula foi praticável*” (quadros 7 e 8). Para elas, em menor medida se fez possível prolongar a atividade com o QTMA, em torno do momento de institucionalização, devido às restrições do tempo concedido pelo professor-supervisor. Contudo, para a situação 3 – síntese, identificamos o seguinte esquema de utilização.

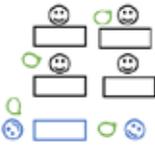
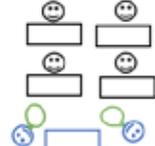
<sup>21</sup> Disponível em: <http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/571587>.

**Quadro 9.** Elementos do esquema de utilização/Situação 3

Situação 3: Conceber e pôr em prática momentos de síntese (trabalho com a técnica de resolução de “T”)			
Objetivo	Regras de ação, de controle e de tomada de informação	Invariantes operatórios	Possibilidades de inferências
Guiar os alunos para um momento de síntese	Devemos fazer os alunos apresentarem os resultados da montagem do jogo. Depois apresentamos no quadro por escrito ou por retroprojeter as respostas da tarefa.  É preciso indicar as respostas erradas, explicando as causas dos erros.	Alguns alunos podem apresentar respostas diferentes e equivocadas. É sobre as respostas erradas que o professor deve dirigir sua explicação.	Alguns alunos do grupo podem não se envolver na tarefa presente no jogo. E, buscaremos montar o quebra-cabeça aleatoriamente.

Fonte: autoria própria.

Para a situação 3 (Quadro 9), podemos dizer que se fez predominante a OIC – DA intercalada com a OIC – orientação e explicação pelo professor (OEP).

Configuração didática	Modo de execução
	OIC – DA: Os alunos apresentam, comparam e analisam as respostas uns dos outros da tarefa, presente no jogo, com a mediação das IDs.
	OIC – OEP: As IDs utilizam o quadro branco ou retroprojeter para apresentar e explanar as relações entre as medidas agrárias presentes no jogo (Quadro 5), explorando aspectos do bloco prático-técnico (T, t) e tecnológico-teórico [ $\theta$ , $\Theta$ ] desse tema.

Fonte: autoria própria.

Ao longo dos depoimentos e reflexões das IDs sobre o uso do QTMA, emergiu a situação 4 – conceber e pôr em prática um momento de avaliação. Essa situação foi vislumbrada como possível, para as turmas que já haviam estudado o tema. Ou mesmo, depois de um certo tempo, elas pensaram em reinvestir a aplicação do jogo, a fim de verificar a aprendizagem dos alunos.

Assim, no Quadro 10, podemos perceber as mudanças ocorridas quanto ao esquema de utilização do jogo para essa situação, na qual se fez bem marcante o invariante operatório (IO): *o jogo pode servir para avaliar a aprendizagem dos*

*alunos*. O que nos remete à ideia de que os IO são a base dos esquemas que orientam a utilização dos recursos. Como afirma, Bellemain e Trouche (2019, p. 39), os IO são “relativamente resistentes (eles se formaram ao longo de vários ciclos de uso). Eles também têm alguma plasticidade, e podem evoluir no confronto com as novas circunstâncias de ensino”. Sejam por novos recursos disponíveis, desempenho didático na sala de aula etc. Neste sentido, em virtude de elas terem a restrição de não atribuírem notas às atividades realizadas pelos alunos, elas objetivaram também levá-los à autoavaliação.

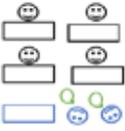
**Quadro 10.** Elementos do esquema de utilização/Situação 4

Situação 4: Conceber e pôr em prática momentos de avaliação (avaliar a aprendizagem sobre “T”)			
<b>Objetivo</b>	<b>Regra de ação, de controle e de tomada de informação</b>	<b>Invariante operatório</b>	<b>Possibilidades de Inferências</b>
Levar os alunos à avaliação de suas respostas	<p>Distribuir as peças do jogo entre os alunos. Explicar as regras do jogo. Solicitar que os alunos montem individualmente o QTMA.</p> <p>Solicitar que registrem em uma ficha os resultados da montagem das peças do jogo, quanto às relações entre as medidas.</p> <p>Acompanhar o trabalho dos alunos sem intervir em suas respostas.</p> <p>Apresentar aos alunos o QTMA montado e a tabela de relações possíveis entre as medidas, por meio de um retroprojeter para que eles verifiquem a resposta correta e apontem os seus erros.</p>	<p>O jogo pode servir para avaliar a aprendizagem dos alunos.</p> <p>A avaliação por meio do jogo pode ser uma oportunidade para consolidar a aprendizagem dos alunos sobre o tema.</p> <p>É preciso fazer os alunos autoavaliarem seus erros.</p>	<p>Alguns alunos podem ter se apropriado melhor do tema do que outros, podendo conseguir responder rapidamente e outros não. Faz-se necessário dar tempo para que todos realizem a montagem do quebra-cabeça.</p>

Fonte: Autoria própria.

Para a situação 4 (Quadro 10), podemos perceber que as IDs passaram a propor o jogo de modo individual e não em grupo como ocorreu na situação 2 e 3. E, optaram por apresentar o quebra-cabeça devidamente montado e a tabela com as relações entre as medidas (Quadro 5), na OI – OEP. Outro aspecto a ressaltar, é como a configuração didática da OII – TA (Quadro 11), foi retomada com diferentes modos de exploração.

**Quadro 11.** Descrição das OI/Situação 4

Configuração didática	Modo de execução
	<p>OIC – DT: As IDs explicam oralmente as regras do QTMA às duplas de alunos.</p> <p>OIC – EP: As IDs explicam a tarefa “T”.</p>
	<p>OII – TA: Cada aluno individualmente tenta montar o QTMA de acordo com “T”. As IDs observam os alunos sem intervir em suas respostas.</p>
	<p>OIC – OEP: As IDs utilizam o quadro branco e retroprojetor para apresentar a resposta correta de montagem do quebra-cabeça.</p>
	<p>OII – TA: As IDs esperam os alunos conferirem suas respostas.</p>
	<p>OIC – DA: Ocorre a discussão dos erros e acertos entre alunos e IDs.</p>

No Quadro 12, refinamos os esquemas de utilização (introdução e descoberta) acerca do QTMA, em torno da situação de conceber e pôr em prática momentos de introdução e descoberta. Ressaltamos que esta situação, segundo as IDs poderia ser uma primeira etapa de uma SD, ou seja, com o objetivo de introduzir o tema por meio de diagnóstico dos conhecimentos prévios dos alunos. O que traz à tona uma inversão do que ocorreu durante o processo de construção desse jogo. Haja vista, que inicialmente foi vivenciada a SD sobre o tema Medidas Agrárias para depois ser produzido o jogo. Aqui, as IDs, colocam o jogo QTMA, como ponto de partida para o estudo desse tema. O que nos leva a crer que este jogo se integrou ao sistema documental das IDs.

**Quadro 12.** Elementos do esquema de utilização/Situação 1

Situação 1: Conceber e pôr em prática momentos de introdução e descoberta (primeiro encontro com “T”)			
Objetivo	Regras de ação, de controle e de tomada de informação	Invariantes operatórios	Possibilidades de inferências
Introduzir as relações entre as medidas agrárias convencionais e não convencionais.	Distribuir as peças do jogo entre os alunos.  Solicitar que os alunos articulem as peças do QTMA e registrem as relações entre as equivalências das medidas agrárias, realizadas por eles.  Levantar quais unidades de medidas agrárias convencionais e não convencionais os alunos conhecem.	É preciso levantar o conhecimento prévio dos alunos sobre o tema. Fazer com que eles tenham um momento de conflito cognitivo.  A busca de informações sobre o conhecimento dos alunos sobre o tema por meio de um jogo pode chamar mais a atenção deles.	Os alunos podem não lembrar ou desconhecer as medidas agrárias convencionais (are, centiare e hectare) e as medidas agrárias não convencionais (alqueire mineiro; alqueire paulista; alqueire baiano; conta; tarefa; quadro; braça quadrada; vara quadrada e légua quadrada), o que reforça a ideia do “quebra-cabeça.” Não importa se eles acertem ou errem, mas o levantamento do que sabem sobre o tema.

Fonte: Autoria própria.

Sobre a situação 1 (Quadro 12), as IDs afirmaram ter que conhecer as turmas de alunos, para melhor pensar como organizar a sala de aula e outros aspectos, que nós analisamos à luz da noção de orquestrações instrumentais.

Por fim, um aspecto decorrente da situação 1 – Conceber e pôr em prática momentos de introdução e descoberta (primeiro encontro com “T”), descrito no Quadro 12, foi a possibilidade de apresentar o jogo QTMA, inicialmente, sem as medidas não convencionais. Para tanto, as IDs chegaram à conclusão que elas precisariam confeccionar um novo quebra-cabeça, no qual essas não aparecessem e repensar a sequência didática para o estudo desse tema.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em virtude da análise sobre o processo de concepção e utilização em sala de aula do *Quebra-cabeça Triangular das Medidas Agrárias* (QTMA), resta-nos a certeza que esse jogo não tem finalizada sua evolução. Dada a possibilidade do surgimento de outras gêneses documentais na continuidade do seu uso. Com

efeito, a utilização do QTMA despertou entre as IDs, outras intenções didáticas; sendo cogitado para o estudo, por exemplo, de outras grandezas (comprimento, volume, massa etc.).

No limite do que foi apresentado neste artigo, esperamos que este contribua a outros estudos sobre jogos voltados para o estudo de conteúdos matemáticos. Particularmente, almejamos dar continuidade a outras análises acerca de jogos desenvolvidos no Pibid à luz da Abordagem Documental do Didático e da Teoria da Orquestração Instrumental. Pois, estas nos favoreceram de modo fecundo rever as possibilidades do uso de jogos, no que concerne à prática docente, mas também, a forma como o trabalho com/sobre jogos pode desenvolver profissionalmente bolsistas de iniciação à docência, neste programa que nos é tão rico de relatos de experiências exitosas na formação inicial docente.

## REFERÊNCIAS

ARAÚJO, C. D.; ISIDORO, G. F. R.; MOTTA, M. S. Relato de experiência da aplicação do jogo “quebra-cabeça triangular” sobre as quatro operações em turmas do ensino médio. *In: SEMANA ACADÊMICA DA MATEMÁTICA*, III, 2014, Cornélio Procópio. **Anais** [...]. Cornélio Procópio, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2014. p. 1-7.

BESNIER, S. **Le travail documentaire des professeurs à l'épreuve des ressources technologiques: le cas de l'enseignement du nombre à l'école maternelle**. 2016. Thèse (Doctorat en Sciences de l'Éducation), Université de Bretagne occidentale, Brest, 2016.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 08 set. 2018.

CARRILLO, J. *et al.* **Un marco teórico para el Conocimiento especializado del Profesor de Matemáticas**. Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones, 2014.

CHEVALLARD, Y. Organiser l'étude. 1. Structures & fonctions. **Actes de la XIe école d'été de didactique des mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 2002. p. 3-32.

DRIJVERS, P. *et al.* **Instrumental Orchestration: Theory and Practice**. Freudenthal Institute for Science and Mathematics Education, Utrecht University. France, 2010.

GOMES, E. **Triminó legal**, 2010. Disponível em: <http://bethematica.blogspot.com/2010/01/trimino-legal.html>.

GUEUDET, G.; TROUCHE, L. Des ressources aux documents, travail du professeur et genèses documentaires. *In*: GUEUDET, G.; TROUCHE, L. **Ressources vives: le travail documentaire des professeurs en mathématiques** Rennes: Presses Universitaires de Rennes, 2010. p. 57-74.

GUEUDET, G.; TROUCHE, L. Do trabalho documental dos professores: gêneses, coletivos, comunidades: o caso da Matemática. **EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Recife, 6 (3), p. 1-43. 2015.

GUEUDET, G.; TROUCHE, L. Vers de nouveaux systèmes documentaires des professeurs de mathématiques? *In*: COURS DE LA XIV<sup>e</sup> ECOLE D'ETE DE DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES, 14, 2007, Lot et Garonne. Nouvelles perspectives en didactique des mathématiques. Grenoble: La Pensée Sauvage, 2009. p. 109-133.

IGNÁCIO, R. S. **Criação de capítulo de livro didático digital no estágio curricular supervisionado: uma análise da documentação na formação inicial do professor de matemática**. 2018. 171f. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Universidade Anhanguera de São Paulo, 2018.

LUTZ, M. R. **Triminó dos números decimais**. Pibid. Passo Fundo, RS: Instituto Federal Farroupilha, Campus Alegrete, 2016. Disponível em: <http://iffmauricio.pbworks.com/w/file/fehttps://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv82398.pdf>

MINISTÉRIO DA AGRICULTURA. **Unidades agrárias não decimais em uso no Brasil**. Brasília: IBGE, 1948. Disponível em: <https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv82398.pdf>.

PERNAMBUCO. **Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco**. Matemática. Recife: Secretaria de Educação, 2012.

ROUSSON, L. **Conception d'un jeu-situation numérique et son appropriation par des professeurs: le cas de l'enseignement de l'énumération à l'école maternelle**. 2017, p. 751. These de doctorat (Sciences de l'Éducation), l'Université Claude Bernard Lyon 1, Lyon, 2017.

SANTOS, L. B. *et al.* Jogos matemáticos – Pibid – UFS 2012. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XI, 2013, Curitiba. **Anais [...]**. Curitiba: SBEM, 2013. p. 1-5.

SANTOS, T. A.; SANTOS, F. V.; FEITOZA, L. G. A. Uma descrição sobre aplicações de jogos/recursos aplicados por bolsistas do Pibid em turmas do ensino fundamental. *In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, XII, 2016, São Paulo. **Anais** [...]. São Paulo: SBEM, 2016. p. 1-10.

SILVA, A. P. B.; SANTOS, E. A.; ARRAIS, L. F. L. Pibid e a formação inicial de professores: possibilidades de organização do ensino da matemática com o jogo. *In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, XII, 2016, São Paulo. **Anais** [...]. São Paulo: SBEM, 2016. p. 1-10.

SILVA, L. M. *et al.* Pibid e meio ambiente: reutilização de materiais recicláveis em jogos matemáticos. *In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, XI, 2013, Curitiba. **Anais** [...]. Curitiba: SBEM, 2013. p. 1-10.

TROUCHE, L. Environnements informatisés et mathématiques: quels usages pour quels apprentissages? **Educational Studies in Mathematics**, 55, p. 181-197, 2004.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

**APÊNDICE A – Trabalhos consultados no ENEM (2010-2019)**

<b>Encontro Nacional de Educação Matemática – 2019</b>	
<b>Título do trabalho e link</b>	<b>IES</b>
Relato de experiência do projeto PIBID/FAFIRE: jogos e resolução de problemas como recursos metodológicos para superar dificuldades com conteúdos matemáticos.	FAFIRE
Oficinas de matemática: ações do subprojeto matemática PIBID/ULBRA na Escola Santos Dumont.	ULBRA
Oficina PIBID: o ensino de frações utilizando materiais lúdicos.	IFRN
Ludicidade no PIBID: contribuições para o ensino e aprendizagem de matemática.	UNEB
Brinculando: O PIBID de matemática na escola.	UFT
<b>Encontro Nacional de Educação Matemática – 2016</b>	
PIBID e a formação inicial de professores: possibilidades de organização do ensino da matemática com o jogo.	UEM
Relato de experiência das atividades desenvolvidas pelo projeto PIBID-FAFIRE: a utilização de jogos como estratégia metodológica para o ensino da matemática.	FAFIRE
Uma descrição sobre aplicações de jogos/recursos aplicados por bolsistas do PIBID em turmas do ensino fundamental.	UFS
<b>Encontro Nacional de Educação Matemática – 2013</b>	
A utilização de jogos como intervenção na realidade da escola parceira no contexto do PIBID de matemática.	UNESP
PIBID-UFSCAR: parceria universidade-escola como espaço para aperfeiçoar a formação de professores.	UFSCAR
Prática docente e jogos matemáticos: uma experiência do PIBID no colégio estadual Governador Djenal Tavares de Queiroz.	UFS
Jogos Matemáticos – PIBID-UFS.	
O PIBID sob o ponto de vista de alunos, professores e bolsistas.	
Jogos no ensino da matemática: uma experiência na formação inicial com a disciplina oficina de matemática e o PIBID.	UFAC
Ação PIBID: jogos do laboratório de matemática.	UEL
PIBID – experiência da aplicação de jogos para auxílio e colaboração no ensino e aprendizagem da matemática.	UMESP
PIBID oportunidade única para a formação do futuro educador: jogos em sala de aula.	
Relato de um supervisor do PIBID – Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência.	UFRRJ
Uso de jogos matemáticos como contextos de aprendizagem: uma experiência do PIBID UFRRJ matemática Seropédica.	

PIBID e meio ambiente: reutilização de materiais recicláveis em jogos matemáticos.	IFRN
<b>Encontro Nacional de Educação Matemática – 2010</b>	
PIBID em ação: mediação da aprendizagem através de jogos matemáticos.	UFG

**APÊNDICE B – Jogos produzidos no PIBID – ENEM (2010-2019)**

<b>Encontro Nacional de Educação Matemática – 2010</b>			
IES	Jogos	Conteúdos	Público
UFG	Trilha da Função.	Função do 1º e 2º grau.	1º EM
	Trilha Algébrica.	Expressões algébricas.	
	Trimu.	Multiplificação.	8º - 9º EF
<b>Encontro Nacional de Educação Matemática – 2013</b>			
UNESP	Soroban/Sorocalc. Bolimática. Trilha do Conhecimento. Jogo das Operações. Uno-matemático.	Sistema de Numeração Decimal. Operações Fundamentais.	5º EF
	Bingo das Operações.	Geometria. Tempo. SND. Sistema Monetário. Operações fundamentais.	
	Papa Todas. Dominó das Frações.	Representações e comparação de frações.	
UFSCar	Batalha naval.	Figuras geométricas. Diagonais. Pontos no plano. Área e perímetro.	7º EF
UFS	Trilha das Charadas.	Números inteiros.	1º EM
	Corrida das Potências. Cartelas Mágicas.	Potenciação.	
	Bobeou Dançou.	Geometria.	
	Pentaminós.	Área. Isometria. Princípio fundamental da contagem.	
	Mat Rabisco.	Ângulos. Classificação de triângulos. Equação e inequação.	
	Corrida Pitagórica.	Teorema de Pitágoras.	6º EF
	Desafios Aritméticos.	Operações. Cálculo mental.	
	Avançando com o Resto.	Divisão. Resto. Cálculo mental.	
	Labirinto dos Racionais.	Relação de ordem dos números racionais.	
	Baralho Notável.	Produtos notáveis.	
	Estrelas Radicais.	Radiciação.	7º - 9º EF

UMESP	Jogo de Figura Misteriosa.	Figuras geométricas planas e espaciais.	1º - 2º EM
	Jogo de Potências.	Potenciação.	5º - 6º EF
	O Jogo do Resto	Divisão de números naturais. Conceito de divisibilidade.	
	Dominó de Frações.	Representações de frações.	
UFAC	Quadrado mágico.	Equação do 1º grau.	8º EF
	Dominó Equivalente.	Equivalência de frações.	
UEL	Baralho de Poliedros.	Poliedros.	1º EM
IFRN	Jogo da Memória.	Operações fundamentais. SND. Raiz quadrada.	6º - 9º EF
	Bingo dos números complexos.	Números complexos.	3º EM
	Baralho matemático.	Operações com números decimais.	7º - 9º EF
UFRRJ	Jogo da Memória Matemático.	PA. PG. Equações algébricas e sistemas lineares com duas variáveis.	1º EM
	Labirinto.	Expressões numéricas.	7º EF
	Perdas e Ganhos. Dominó de Números Inteiros. Matix.	Números inteiros.	
	Quebra-cabeça geométrico.	Polígonos.	8º EF
<b>Encontro Nacional de Educação Matemática – 2016</b>			
<b>IES</b>	<b>Jogos</b>	<b>Conteúdos</b>	<b>Público</b>
UEM	Pega varetas.	Agrupamento.	3º EF
FAFIRE	Trimu. Quadrimu. Bingos. Jogo do Quociente. Jogo do produto. Avançando com o resto.	Operações fundamentais com números naturais.	4º EF
UFS	Resultado 15.	Operações com números inteiros.	7º EF
	Triângulos mágicos.	Soma de frações.	
	Produto das varetas.	Decomposição em fatores primos.	
	Varal dos racionais.	Expressões numéricas.	
	Pescaria das equações.	Equação do primeiro grau.	
	Mat-rabisco.	Conteúdos diversos.	

<b>Encontro Nacional de Educação Matemática – 2019</b>			
<b>IES</b>	<b>Jogos</b>	<b>Conteúdos</b>	<b>Público</b>
FAFIRE	Decomposição e composição dos números. Formando números.	Sistema de numeração decimal.	4º - 5º EF
	Dominó de Multiplicação. Bingo da Multiplicação. Memória de Multiplicação. Jogo da Conquista.	Multiplicação.	
	Jogo da Senha. Luz, Câmera, Ação.	Análise combinatória.	
ULBRA	Dominó da Potenciação	Potenciação.	6º EF
	Corrida Algébrica. Dominó de Polinômios.	Operações com inteiros e expressões algébricas.	8º EF
IFRN	Jogo da velha com frações	Frações.	1º EM
UNEB	Jogo da Memória.	Números ordinais.	6º EF
	Cartões de Polinômios.	Polinômios.	8º EF
UFT	Avançando com o Resto.	Divisão.	6º - 9º EF
	Dominó Humano.	Operações aritméticas.	
	MatUno.	Potenciação. Radiciação. Operações aritméticas. Conjuntos numéricos. Múltiplos e divisores.	



# ORQUESTRAÇÕES INSTRUMENTAIS COMO *PIVOT* DA FORMAÇÃO DOCENTE VIVÊNCIA E REFLEXÃO TEÓRICO-PRÁTICA NA METAORQUESTRAÇÃO INSTRUMENTAL

*Rosilângela Lucena*

A formação professores de matemática é sempre um grande desafio. A complexidade de se propiciar uma formação que permita integração teoria-prática conjugada ao uso de tecnologias digitais como suporte à prática docente torna este desafio ainda mais longe de ser superado. O universo *web* e sua diversidade de artefatos digitais à disposição de seus usuários é um espaço fértil para o desenvolvimento de práticas educativas e em rápida evolução. Cada vez mais *softwares*, aplicativos entre outros dispositivos digitais são desenvolvidos na perspectiva de favorecer o ensino e a aprendizagem de matemática. Entretanto, a integração desses artefatos à prática docente está distante de ser uma realidade nas aulas de matemática.

Dois elementos são apontados nas pesquisas (ZBIEK; HOLLEBRANDS, 2008), como cruciais para uma boa integração: primeiro, as concepções dos professores sobre o ensino e aprendizagem com tecnologias digitais; e segundo, a formação do professor para tal integração. Os autores realizaram uma revisão de literatura sobre pesquisas que investigam a formação de professores, inicial e em serviço e apontam que as concepções dos professores quanto à tecnologia influenciam o uso dessa no desenrolar de sua prática docente. E ainda, que a for-

mação dos professores para integração das tecnologias à sua prática influencia suas concepções e ações em relação a tais tecnologias.

Algumas das pesquisas revisadas por Zbiek e Hollebrands revelam, também, que, no uso de tecnologias, professores em formação ou em serviço preferem focar no ensino da tecnologia em vez do uso dessa como instrumento para aprender e ensinar matemática. Eles afirmam que, embora esses professores mudem à medida que eles incorporam tecnologias à sua prática docente, preocupações de diferentes naturezas, muitas correlatas à sua realidade, emergem nesse percurso. As preocupações compreendem: conhecimento necessário para uso das tecnologias, impactos advindos desse uso, seleção de situações, gerenciamento do uso da tecnologia em sala de aula, impactos que podem afetar alunos, outros professores e o currículo (ZBIEK; HOLLEBRANDS, 2008).

Nesse contexto, podem-se perceber dois problemas: a formação do professor exige a constituição de diversos tipos de conhecimentos, que permeiam elementos do conteúdo, da formação teórica e da prática; a docência exige uma formação que articule teoria e prática. Tais aspectos são fundamentais à mudança de concepção e conduta desses professores na perspectiva não apenas do uso, mas, principalmente, da integração de tecnologias digitais para ensinar e aprender matemática.

É no âmbito do estudo do uso de tecnologias digitais em sala de aula de matemática que emergem modelos teóricos que favorecem essa integração. A exemplo disso, a Abordagem Instrumental (RABARDEL, 1995) permite analisar como o indivíduo faz uso de artefatos para aprender matemática, por meio da gênese instrumental. E, ainda, a Orquestração Instrumental (TROUCHE, 2004, 2005) que visa favorecer o processo de gênese instrumental dos estudantes a partir da gestão do ensino pautado em situações matemáticas integradas às tecnologias, especialmente, as digitais. Lucena (2018) desenvolve um modelo de formação de professores na perspectiva de favorecer a articulação da teoria-prática e integração das tecnologias digitais para o ensino de matemática, a Metaorquestração Instrumental (MOI). O design do modelo fundamenta-se na Orquestração Instrumental (OI) e visa formar seus participantes sobre a Orquestração Instrumental. É composto por cinco orquestrações instrumentais, entre elas, a Orquestração Instrumental *Pivot*, foco deste texto.

A Orquestração Instrumental *pivot* (OI<sub>p</sub>) foi criada para dar suporte à resolução de uma situação matemática (Sp) proposta. Por meio dela, os participantes podem vivenciar a execução de uma Orquestração Instrumental, portanto fundamental na Metaorquestração Instrumental (MOI). Podem, também, analisar os

eventos correlatos à própria gênese instrumental nessa experiência, que podem compor um banco de exemplos dos pressupostos teóricos estudados na formação a serem utilizadas em suas argumentações.

Neste capítulo apresenta-se e discute-se a Orquestração Instrumental *Pivot*, sob dois pontos de vista cruciais para a Metaorquestração Instrumental:

- I) a gênese instrumental de estudantes que interagem e trabalham colaborativamente para resolver a situação matemática proposta da *OIpivot*;
- II) os eventos que emergem da experiência vivida na *OIpivot* relativos à gênese instrumental para formação de um banco de exemplos que favoreça a apreensão dos conceitos correlatos a esta temática.

Este capítulo está organizado em três seções. Na primeira, discute-se a noção de esquema e situação (VERGNAUD, 1996), a Gênese Instrumental (RABARDEL, 1995) e os modelos teóricos Orquestração Instrumental (TROUCHE, 1995; DRIJVERS *et al.*, 2020) e Metaorquestração Instrumental (Lucena, 2018). Na segunda seção, há um detalhamento da orquestração instrumental *pivot*, a situação matemática, a configuração didática e o modo de execução desta. Na terceira e última seção, apresentam-se e discutem-se os principais resultados do estudo, uma (meta)performance didática dos eventos sobre a gênese instrumental, gerados a partir da execução da *OIp*.

## ESQUEMA E SITUAÇÃO DOIS ELEMENTOS CHAVE PARA COGNIÇÃO

É na ação do estudante, no trabalho matemático desenvolvido com suporte dos artefatos disponibilizados que o professor pode observar como o aluno aprende, o que sabe e o que conseguiu aprender a partir daquela experiência. Nenhum professor que deseje favorecer a gênese instrumental de seus estudantes ou mesmo orquestrar seu ensino visando tal objetivo, poderá fazê-lo sem propor uma boa situação matemática integrada a artefatos para resolvê-la.

Essa relação entre o sujeito e o artefato, desencadeada por uma situação a ser resolvida, demanda esquemas do repertório do sujeito ou mesmo que esse os desenvolva. É a identificação e a análise desses esquemas em situação que permitem ao pesquisador inferir sobre a gênese instrumental do sujeito. Por isso, é relevante discutir sobre esses conceitos que possuem uma relação dual, como bem afirma Vergnaud (2013, p. 50): “não há situação sem esquemas, nem esquemas sem situação”.

A noção de situação usada por Vergnaud (1996, p. 171), não é de sentido amplo, mas a mesma adotada pelos psicólogos, cujas funções são os processos cognitivos e as respostas dos sujeitos quando confrontados pelas situações. Vergnaud não assume o sentido de “situação didática”, mas sim, “A ideia é que qualquer situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas das quais é importante conhecer a natureza e a dificuldade específica” (VERGNAUD, 1991, p. 167).

Além da noção de situação, utiliza-se também a noção de esquema defendida por Vergnaud (2013, p. 284-285, tradução nossa): “O esquema é a organização invariante da atividade para uma definida classe de situações”. Vergnaud acrescenta ao trabalho de Piaget uma definição analítica de esquema, ao colocá-lo como uma totalidade dinâmica e funcional formada por quatro componentes, a saber: (a) um objetivo, com subobjetivos e antecipações; (b) regras de ação, de tomada de informação e de controle; (c) invariantes operatórios que são os conceitos-em-ação e o teoremas-em-ação; (d) possibilidades de inferência em situação.

Os primeiros dão o caráter intencional do esquema do sujeito em situação, consistem em eventuais resultados esperados em relação à atividade. As regras, consideradas a dimensão geradora do esquema, são responsáveis pelo percurso de condução e da atividade. Dentre os invariantes operatórios, os teoremas em ação são proposições ou afirmações, conhecimentos operatórios dos esquemas, considerados como verdadeiros sobre a situação pelo sujeito, mas que podem ser verdadeiros ou falsos quando analisados do ponto de vista da área do conhecimento e consistem no conhecimento em jogo. Já os conceitos em ação são objetos, predicados, ou categorias de pensamento tidos pelo sujeito como pertinentes, relevantes. Por não serem afirmações, proposições não são suscetíveis a se testar a veracidade. Os conceitos em ação podem corresponder ou não aos conceitos matemáticos. Por último, as inferências consistem nas construções realizadas a partir de articulações, feitas pelo sujeito, entre os invariantes operatórios e o cálculo em termos de objetivos, antecipações e regras, onde se dá o avanço do sujeito em relação aos seus esquemas anteriores, ao lidar com novas situações.

A organização invariante do comportamento do sujeito em situação favorece a observação do esquema, não apenas para identificá-lo, mas também para verificar quando esse é substituído ou modificado.

## GÊNESE INSTRUMENTAL: DESENVOLVIMENTO DE ESQUEMAS PARA SITUAÇÃO E ARTEFATO

O disponibilizar de artefatos para a aprendizagem, envolve da parte do professor um processo de transformação desse artefato em um instrumento didático, atribuindo a ele esquemas de uso, que o transforma em um instrumento de ensino. Ao mesmo tempo, para o estudante, o artefato atribuído pelo professor precisa receber por parte do estudante esquemas que o tornem instrumentos de aprendizagem. Assim, nosso ponto de partida é o conceito de artefato. Não se trata de em uma discussão centrada no artefato em si mesmo, mas no processo de utilização desse.

De acordo com Rabardel (1995), o artefato é uma produção humana, material e externa de um ou mais desenvolvedores, concebida a partir de critérios, para exercer determinadas funções, atuar como ferramenta, com as finalidades para as quais fora criado. Um indivíduo que faça uso desse artefato imprime sobre ele seus esquemas mentais de uso, transformando-o em um instrumento seu. Ainda segundo este autor, um instrumento é uma produção humana, cognitiva e interna do usuário, que pode ser desenvolvida de forma individual ou coletiva, resultante de um processo denominado gênese instrumental. Um instrumento é uma entidade mista formada por dois componentes:

[...] de uma parte, um artefato, material ou simbólico, produzido para o sujeito ou para outros; de outra parte, um ou mais esquemas de utilização associados ao artefato, resultam de uma construção própria do sujeito, autônoma ou de uma apropriação de seus ShSU já formada exteriormente (RABARDEL, 1995, p. 95, tradução nossa).

É nessa perspectiva de uma conceitualização psicológica de artefato e de instrumento que repousa a Abordagem Instrumental (RABARDEL, 1995), para o campo da ergonomia e da didática, e sobre a qual busca-se discutir a gênese instrumental. Segundo Rabardel (1995), a gênese instrumental é a transformação do artefato gerada pela ação do sujeito, tornando-o um instrumento à medida que o sujeito passa pelo processo de instrumentação ao integrá-lo à sua prática. A transformação do artefato em instrumento não é própria da estrutura da ferramenta, mas dos esquemas que o sujeito desenvolve para integrá-lo.

No âmbito da sala de aula, o professor ao propor situações com o uso de artefatos, coloca seus alunos em processo de gênese instrumental; nesse movimento, ele favorece a realização pelos alunos de ações, tais como manipular e experimentar ferramentas para resolver uma dada situação matemática. Essas ações marcam o início da instrumentalização desses estudantes. Segue-se um processo

dialético entre instrumentação e instrumentalização, que culminam nas ações instrumentadas. Ao resolver a situação, o estudante estará instrumentado em relação ao artefato utilizado, integrado à sua prática, ou seja, um instrumento.

## ORQUESTRAÇÃO INSTRUMENTAL E A GESTÃO DO ENSINO PARA PROPICIAR A GÊNESE INSTRUMENTAL

Uma orquestra, de forma geral, pode ser reconhecida como um agrupamento instrumental, composto por maestro e instrumentistas, seus instrumentos e partituras, todos dispostos em um espaço com a finalidade de executar uma música. A metáfora da orquestração instrumental (TROUCHE, 2004) compara a sala de aula a uma orquestra, em que o professor é o maestro.

A metáfora é um modelo teórico que muito tem contribuído com pesquisas que buscam investigar a prática docente em sala de aula rica em tecnologias, na assistência dada aos estudantes no uso de artefatos para resolução de situações propostas. Dessa forma, apresentamos, a seguir, sua definição cunhada por Trouche.

Uma orquestração instrumental é o arranjo sistemático e intencional dos elementos (artefatos e seres humanos) de um ambiente, realizado por um agente (professor) no intuito de efetivar uma situação dada e, em geral, guiar os aprendizes nas gêneses instrumentais e na evolução e equilíbrio dos seus sistemas de instrumentos. É sistemático porque, como método, desenvolve-se numa ordem definida e com um foco determinado, podendo ser entendido com um arranjo integrado a um sistema; é intencional porque uma orquestração não descreve um arranjo existente (sempre existe um), mas aponta para a necessidade de um pensamento *a priori* desse arranjo (2005, p. 126, tradução nossa).

Os princípios da orquestração instrumental são a configuração didática, o modo de execução, ambos caracterizados por Trouche (2004), e a performance didática, caracterizada por Drijvers et al. (2010). Os princípios da OI corroboram com o planejamento da gestão dos elementos que compõem a configuração didática. Também, norteiam a(s) forma(s) como a orquestração pode ser executada na configuração didática e, ainda, permitem analisar a performance da OI.

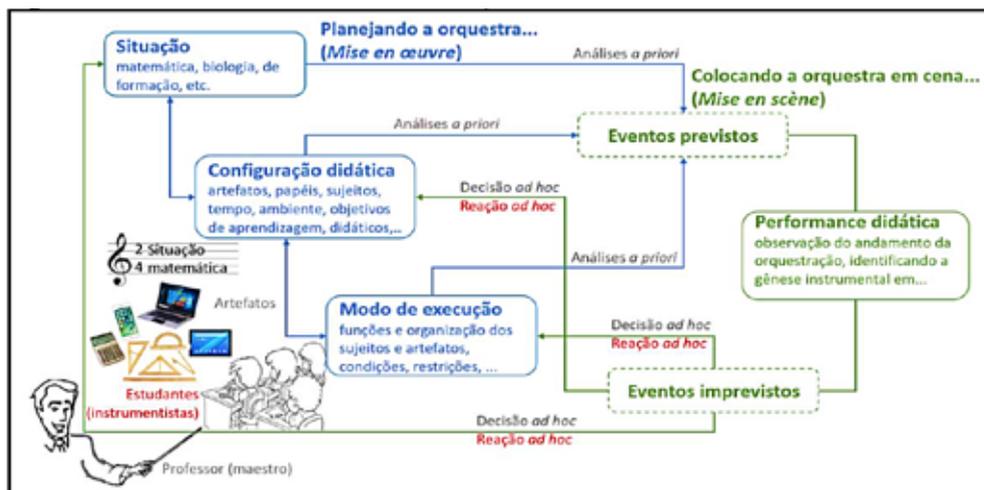
Uma configuração didática diz respeito a um conjunto de situações e escolhas didáticas que deverão ser realizadas pelo professor. Um modo de execução é uma forma de utilização dos artefatos em uma dada configuração (podemos dizer: uma forma de viver em certa arquitetura). Para uma configuração proposta, existem vários modos possíveis de execução dessa (TROUCHE; BELLE-

MAIN, 2016, p. 7). Mesmo com papéis e funções bem definidos na configuração didática, há diversas formas de exercer uma mesma função.

Drijvers *et al.* (2010, p. 215) afirmam que “[...] a performance didática consiste no desempenho alcançado pelo cenário projetado, em que se faz possível, verificar a viabilidade das intenções e o sucesso da realização da orquestração instrumental”. Esses autores propõem o conceito de performance didática na perspectiva de que sejam descritos todos os ajustes que o professor é levado a realizar durante o modo de execução da OI, em pleno andamento.

Essa descrição é relevante porque põe em evidência os ajustes planejados pelo professor para atender às demandas ocasionadas por eventos, que podem ocorrer, sejam por ele previstos ou não. Também dá visibilidade às decisões *ad hoc* que emergem para dar conta das situações imprevistas, e que são tomadas para atender uma necessidade momentânea, a fim de não comprometer o todo já estruturado. O cenário didático (Figura 1) favorece a compreensão de como uma orquestração instrumental é estruturada.

**Figura 1** – Esquema da Orquestração Instrumental



Fonte: LUCENA, 2018, p. 124.

Os elementos de um cenário de execução didática de uma OI estão esquematizados em dois atos (Figura 1): o primeiro – *Mise en oeuvre* – denota o momento do planejamento da orquestração, a configuração didática e o modo de execução, para dar suporte à realização da situação; o segundo ato – *Mise en scène* – denota o momento em que a orquestra é colocada em cena, ou seja, como ela está sendo executada, como está favorecendo, ou não, a realização da situação proposta –

a *performance* didática (LUCENA, 2018; LUCENA; GITIRANA; TROUCHE, 2018).

O primeiro ato, *Mise en oeuvre* (em azul), é orquestrado pelo professor que determina a situação, escolhe artefatos a ser disponibilizados, define os papéis, funções de cada sujeito, o tempo de duração etc. E, também, as análises *a priori* de natureza didático-pedagógica (em cinza). O segundo ato, *Mise en scène* (em verde), é a vivência do primeiro ato, pelo professor e seus estudantes. Neste, são confirmadas as previsões feitas pelo professor e a implementação ou não de “planos B” para as situações já previstas. Também são identificadas as decisões *ad hoc* do professor (em cinza) e as reações *ad hoc* dos estudantes (em vermelho) para os eventos imprevistos.

Se por um lado a Orquestração Instrumental tem contribuído como modelo para a investigar a prática docente em sala de aula rica em tecnologias; por outro, tem servido como modelo para a ação docente, importante então a formação de professores sobre o modelo da Orquestração instrumental.

## METAORQUESTRAÇÃO INSTRUMENTAL: A FORMAÇÃO DO PROFESSOR SOBRE ORQUESTRAÇÕES INSTRUMENTAIS

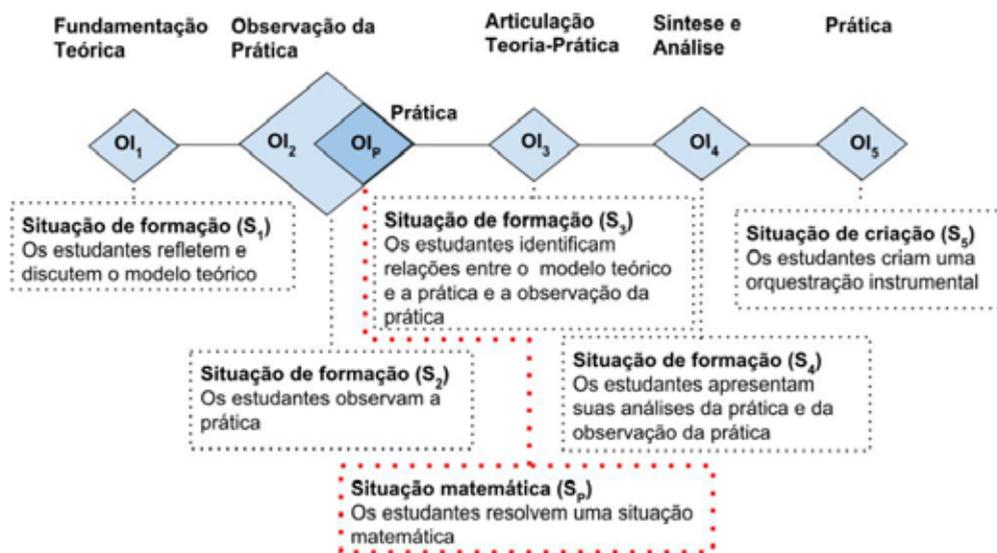
A metaorquestração instrumental (MOI) é um modelo para formação de professores, pautado na OI que visa fazer o professor se apropriar do modelo teórico Orquestração Instrumental (OI). O modelo é uma composição de diferentes orquestrações instrumentais, cujas situações, também, são de natureza diferentes. Assim, inspirada na definição de orquestração instrumental de Trouche (2005), a Metaorquestração Instrumental é definida como a gestão sistemática e intencional, por um agente (formador(es)), dos artefatos e dos sujeitos (professores e futuros professores) confrontados com uma Metassituação (MS), com o objetivo de se apropriarem do conceito de Orquestração Instrumental. Uma Metassituação pode ser entendida como uma situação complexa que pode ser analisada como uma combinação de situações de natureza e dificuldade próprias. Vale salientar que tomamos por situação a noção atribuída por Vergnaud (VERGNAUD, 1991, p. 167).

Assim como a Orquestração instrumental, a MOI possui três princípios. A metaconfiguração didática que pode ser entendida como uma arquitetura dos sujeitos (estudantes), artefatos, escolhas didáticas e as situações, definidos pelo maestro (professor/formador). Essa arquitetura pressupõe, além do conjunto de orquestrações instrumentais internas, a organização, articulação e gestão das

orquestrações instrumentais que irão compor a MOI. O metamodo de execução didática que consiste em diferentes formas de se colocar em execução a arquitetura de cada orquestração instrumental da metaconfiguração didática. Ao menos uma forma de execução da metaconfiguração didática precisa ser prevista. A metaperformance didática que é o desempenho alcançado pela metaorquestração instrumental, considerando a viabilidade da arquitetura criada para a apropriação do modelo teórico Orquestração Instrumental. Trata da identificação das situações imprevistas, decisões e reações *ad hoc* que são relevantes para determinar quão bem-sucedidas foram as orquestrações executadas, tanto interna quanto externamente a cada orquestração.

Em Lucena (2018), um primeiro design da Metaorquestração instrumental foi desenvolvido (Figura 2). Ele permite compreender como o modelo de formação está estruturado.

Figura 2 – Design da Metaorquestração Instrumental



Fonte: LUCENA, 2018, p. 134.

O design é composto por seis OI. A OI<sub>1</sub> que tem por objetivo dar suporte à situação de reflexão e discussão (S<sub>1</sub>), criada para fundamentação teórica dos participantes da formação sobre a OI. A OI<sub>2</sub> que é executada de forma imbricada à OI<sub>p</sub> (A orquestração Instrumental *Pivot*). Dada sua relevância para Metaorquestração Instrumental, essa OI toma o título de *Pivot*, pois é o experimento do qual emergem eventos que podem ser correlacionados aos elementos teóricos da OI. O termo *pivot*, de etimologia francesa, significa aquilo que representa um

sustentáculo. Enquanto a situação (Sp) da OIp coloca os participantes na condição de estudante que busca aprender matemática com suporte de tecnologias, a situação (S2) da OI2 coloca os participantes no papel do professor que observa o desempenho e a evolução da gênese instrumental dos estudantes na OIp. A S2 consiste na observação da prática (Sp). A OI3 dá suporte à atividade de articulação entre teoria e prática (S3), entre o que diz a teoria e como ela acontece na prática. A ideia é que, a partir da resolução da S3, os participantes da formação consigam estabelecer relações entre o que foi estudado sobre modelo teórico na OI1, o que foi experimentado na OIp e o que foi observado na OI2 referente à vivência na OIp. Já a OI4 foi estruturada para favorecer a resolução da situação S4, que propõe ao participante o acesso aos dados produzidos por ele e por seu grupo, durante a execução das orquestrações. A partir desse acesso, serão possíveis a reflexão e a análise dos dados. Em um segundo momento, participantes apresentarão uma síntese da análise realizada para discutir com toda turma.

A última orquestração instrumental (OI5), integrada ao *design* da MOI, foi concebida para que o estudante coloque em prática (na S5) o que apreendeu sobre a teoria estudada. Na OI5, os participantes são desafiados a criar uma OI para dar suporte a uma situação escolhida ou criada por eles. Entre outros resultados que podem emergir da execução da OI5, a análise da situação e da orquestração criadas poderá revelar ou não, se a apropriação dos participantes da formação quanto ao modelo teórico que buscam aprender, a Orquestração Instrumental, foi de fato consolidada.

## A ORQUESTRAÇÃO INSTRUMENTAL PIVOT (OIP)

A Orquestração Instrumental *pivot* (OIp) é um experimento que tem por objetivo promover a vivência prática de uma aula orquestrada. Ela dá suporte a cada grupo de participantes no processo de resolução de uma situação matemática e didática (Sp) com o uso de tecnologia digital, situação esta proposta na Metaorquestração Instrumental (MOI). A OIp foi desenvolvida de forma imbricada com a OI<sub>2</sub>, essa por sua vez, parte dos estudantes do grupo, observavam o trabalho desenvolvido pelos estudantes engajados na OIp. Uma configuração didática foi desenvolvida e um modo de execução previsto pelas formadoras para ser executada em sala de aula presencial visando favorecer a gênese instrumental dos estudantes-atores (EA), denominação dada aos estudantes envolvidos na OIp.

A execução da OIp gera, por meio de ações desenvolvidas pelos Estudantes-Atores, ao longo da resolução da situação matemática, um banco de eventos que servem como exemplos práticos do modelo teórico em estudo, a Orquestração

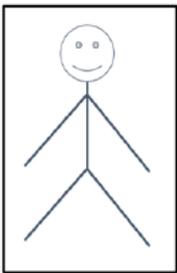
Instrumental. Ela também favorece o uso desse banco de exemplos como um artefato suporte para compreender o modelo teórico e para realizar as demais situações propostas nas diferentes orquestrações instrumentais da MOI.

## SITUAÇÃO MATEMÁTICA DA OIP

A situação didático-matemática foi escolhida na perspectiva de explorar os conceitos de proporção e de simetria, uma vez que esses conhecimentos matemáticos são básicos e da formação escolar de todos os participantes. Além disso, decidiu-se que a situação deveria ser realizada em um *software* de geometria dinâmica. A situação escolhida baseou-se em uma situação de Hoyles et al. (1991). Nesse projeto, o grupo de pesquisa inglês desenvolveu e experimentou uma situação de construção de um boneco utilizando a linguagem LOGO, respeitando as proporções do corpo humano, até a construção de um programa para bonecos de todos os tamanhos com a manutenção da semelhança entre os diferentes bonecos obtidos.

A situação matemática proposta na OIP demandava aos EA a construção de um boneco (cabeça, tronco e membros inferiores e superiores), com vista frontal (Figura 3), que manteve a semelhança com o original quando qualquer de suas partes fosse alterada por arrasto. Optou-se por oferecer o desenho do boneco para que os estudantes se mantivessem com um boneco simples, com foco nas razões entre os comprimentos das partes do boneco. Para isso, algumas condições foram impostas e a situação ficou como mostra a figura a seguir:

**Figura 3** – Situação didático-matemática e o desenho fornecido pelas formadoras

	<p><b>I</b> – Escolha uma pessoa do seu grupo como modelo e verifique a razão entre as medidas das partes do corpo (ver boneco);</p> <p><b>II</b> – Construa o boneco no <i>software</i> de geometria dinâmica <i>GEOMETRIA DINÂMICA</i>;</p> <p><b>III</b> – A simetria entre os lados direito e esquerdo do corpo e as razões estabelecidas devem ser respeitadas mesmo se ampliarmos ou diminuirmos qualquer parte do corpo;</p> <p><b>IV</b> – O tempo para a conclusão da atividade é de 30 minutos.</p>
---	---

Fonte: LUCENA, 2018, p. 181.

A situação matemática proposta não tinha por objetivo ensinar objetos matemáticos aos participantes, uma vez que esses já eram conhecidos. Mas, possibilitar uma experiência prática de execução de uma orquestração instrumental criada para sala de aula de matemática do ensino básico explorando caracte-

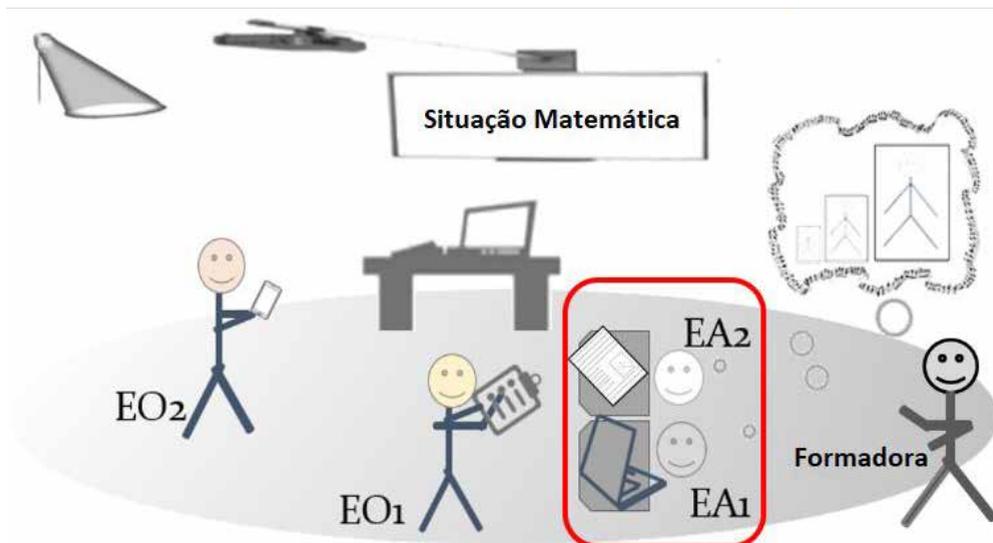
rísticas importantes da tecnologia, como o arrasto na geometria dinâmica e a construção de figuras, diferentemente da construção de desenhos. Tinha-se uma perspectiva de que os participantes conseguissem perceber relações entre aspectos dessa experiência e os pressupostos teóricos da OI.

## CONFIGURAÇÃO DIDÁTICA DA OIP

Previu-se a formação de grupos, com dois ou no máximo três estudantes (EA), por grupo, para resolver a situação proposta e enviar o arquivo de resolução para as formadoras. Elas eram as responsáveis pela gestão da sala, apresentação aos estudantes da situação matemática, organização e distribuição dos equipamentos e dos protocolos de orientação, controles do tempo e de ações externas ao contexto da orquestra que pudessem comprometer seu bom andamento. Tinham, ainda, por função a mediação e o suporte técnico e didático, sempre que solicitado ou quando necessário, mesmo que os EA não solicitassem.

As tecnologias disponibilizadas foram: um *notebook* por grupo, com bateria carregada, acesso livre à internet, *software GeoGebra* para resolver a situação e o *software aTube Catcher* para captura de tela (audiovisual), ambos já instalados. Algumas ferramentas do menu do GeoGebra foram omitidas, decisão das formadoras para evitar que os EA resolvessem a situação sem considerar as propriedades que garantem que a construção proposta é, de fato, geométrica. Um protocolo de orientação impresso com a descrição da situação matemática, condições e orientações foi entregue aos EA.

**Figura 4** – Cenário das configurações didáticas da OI<sub>2</sub> e OIp



\* **Duo (EA1 e EA2):** duas pessoas (estudantes) que interagem para efetuar uma atividade (situação matemática) de forma colaborativa.

Fonte: LUCENA, 2018, p. 186.

O cenário (Figura 4) revela duas configurações didáticas previstas para a OIp: (a) constituída de um *duo* (duas pessoas que interagem colaborativamente para realizar uma dada atividade), um protocolo de orientação com descrição da situação matemática e um *notebook* com o *software* GeoGebra instalado para resolver a situação, com o *aTube Catcher* para gravar as interações e ações no *notebook* (audiovisual); (b) diferencia-se de (a) pelo uso do *tablet*.

## MODO DE EXECUÇÃO

Um modo de execução da configuração didática da OIp foi previsto, no qual as formadoras entregam aos EA o protocolo de orientação e o *notebook* já carregado, com os *softwares* já instalados. O segundo modo é definido pelo uso do *tablet* que foi dado para apenas um grupo. As formadoras realizam mediações com os EA dos grupos formados, sempre que solicitado ou necessário, durante os 30 minutos dados para resolução da Sp e dão suporte técnico diante de problemas nos equipamentos ou *softwares* fornecidos. Após os 30 minutos, as formadoras encerram o experimento, orientam o salvamento dos arquivos e seu envio para uma pasta do *Gdrive* e recolhem os equipamentos.

Quanto ao trabalho dos EA, caberá a decisão de quem fica no controle do equipamento e de quem vai dar suporte. Os estudantes podem escolher atuar de forma alternada com relação a esses dois papéis, também. Esses não podem manter contato com outros estudantes (EP) de seu grupo ou de outros grupos durante o processo de resolução da Sp. Devem utilizar os artefatos fornecidos ou outros que não tenham sido disponibilizados. Eles terão 30 minutos para resolver colaborativamente a Sp, seguindo as instruções do protocolo de orientação para resolução e envio desta. O trabalho do *duo* pode ser colaborativo ou mais individualizado, e a estratégia de resolução ser de fato de um só indivíduo, apesar de solicitar-se a resolução em *duo*.

## MÉTODO DE ANÁLISE DA OIP

A OIp foi executada em sala de aula presencial, com a presença de 16 estudantes, de um curso de Licenciatura em Matemática de uma Instituição Federal de Ensino Superior, os quais formaram quatro grupos (A, B, C e D) com quatro estudantes cada. A orquestração instrumental foi testada como parte do conteúdo de uma disciplina, a Metodologia do Ensino da Matemática e foi estudada por meio da Metaorquestração Instrumental vivenciada.

Tanto aspectos da pesquisa como aspectos relativos à experimentação em uma situação real de formação inicial de professores, nos levam a definir alguns critérios para escolha dos grupos que deveriam ter seus dados analisados. Como uma situação real, há estudantes que faltam às aulas, mas precisam ter a continuidade no curso garantido. Assim, a opção de realizar a OIp como tarefa de casa foi adicionada à Metaorquestração. No entanto, para a análise dos dados optou-se por considerar grupos com (a) participação presencial na OIp. Esse primeiro critério se justifica pelo fato do acompanhamento das formadoras durante a atuação dos EA, os quais deveriam seguir as orientações e restrições estabelecidas. Além dessa, optou-se por escolher grupos em que houvesse (b) a participação de pelo menos um dos seus membros de cada grupo em cada orquestração da formação, dada a necessidade de se observar os reflexos dessas vivências na acessão aos conceitos correlatos à OI, em especial, os que emergiam da OIp. Três grupos atenderam aos critérios (a) e (b), a saber: A, C e D. Optou-se por analisar os dados do grupo D, que revelou melhor participação na formação e conseguiu fazer uso do modelo teórico em todas suas participações nas orquestrações vivenciadas.

## Experimentação e dados coletados

Os dados coletados referem-se aos dados gerados pelos estudantes-observadores na  $OI_2$  e pelos EA na  $OIp$ , em momentos simultâneos. Foram gerados três tipos de vídeos: (a) o da tela do computador ou *tablet*, feito pelo *software aTube Catcher* que gerou um audiovisual das ações dos EA no computador/*tablet* durante a resolução da situação matemática; (b) o do estudante-observador na  $OI_2$  que filmou as interações dos EA, entre eles, com as mediadoras (formadoras), com as tecnologias utilizadas e demais colegas do grupo. Os gestos desses estudantes também foram captados; e (c) um vídeo realizado por uma câmera colocada em ponto estratégico da sala, para filmar a dinâmica da sala como um todo. Além dos vídeos, analisou-se o arquivo de construção do boneco, com todo histórico (passo a passo) de construção do *duo*, gerado pelo *software* GeoGebra e salvo pelos EA.

## Técnica de Análise

A análise dos dados da MOI está pautada na análise microgenética interpretativa com suporte da videografia. Trata-se de uma técnica que permite analisar condutas minuciosamente. O foco principal de tal abordagem não está em identificar como surgem as ações, “[...] mas identificar seus significados em relação à atividade e situações específicas” (MEIRA, 1994, p. 60). A estrutura de análise sugerida por Meira (1994) consiste na familiarização com os dados, criação do índice de eventos, análise interpretativa dos eventos correlatos ao problema de pesquisa, descrição dos acontecimentos, transcrição detalhadas de eventos, análise exaustiva das transcrições e, por fim, divulgação dos resultados e da apresentação de interpretações ilustradas. A análise teve como foco os eventos produzidos pelo *duo* (estudantes-atores) na resolução da situação matemática com suporte de artefatos.

Inicialmente, os vídeos foram assistidos várias vezes, integral e parcialmente, sempre que necessário, o que permitiu decidir pelo uso dos vídeos gerados pelo *aTube Catcher* e pelo estudante-observador ( $OI_2$ ). Todo seu conteúdo é de um total de 35 minutos de experimento da  $OIp$ , o qual foi transcrito e organizado em um sumário de eventos organizado em sete etapas que caracterizam todo processo de resolução da situação matemática: 1. Tomada de informações sobre a situação matemática; 2. Início da construção da cabeça do boneco no *tablet*; 3. Construção da cabeça do boneco no *tablet* influenciada pela mediação da formadora; 4. Construção da cabeça do boneco no *tablet* em processo de troca pelo *notebook*; 5. Construção da cabeça do boneco no *notebook*; 6. Construção do

corpo do boneco no *notebook*; 7. Construção do corpo do boneco após reiniciar o *notebook* (descarregamento de bateria).

Os eventos do banco de exemplos foram organizados em cinco linhas do tempo ilustradas de acordo com as temáticas que eles colocavam em evidência, relativas à OI: 1. Situação Matemática; 2. Gênese Instrumental; 3. Configuração Didática; 4. Modo de Execução; 5. Performance Didática. Neste trabalho, discute-se os eventos da linha do tempo que dá luz à Gênese Instrumental do *duo*.

### Linha do tempo da gênese instrumental do duo

A linha do tempo da gênese instrumental é composta de eventos que colocam em evidência os processos de instrumentação e instrumentalização do *duo* (EA1/EA2), observados nas interações e ações do *duo* nos usos dos artefatos tecnológicos como tablet, notebook e GeoGebra para resolver a situação matemática.

Ilustrações dos eventos e trechos das interações entre os EA1 e EA2, entre eles e a formadora, e entre eles e os artefatos disponibilizados são utilizados para enriquecer a análise realizada. Apenas alguns dos eventos são descritos e analisados neste trabalho. Para ver a linha do tempo da gênese instrumental do duo na OI<sub>p</sub> completa, segue um QRcode para acessá-la.

Figura 5 – QRcode da linha do tempo da gênese instrumental do duo na OI<sub>p</sub>



Fonte: Elaborada pela autora.

## 1ª Etapa: tomada de informações, situação matemática e o protocolo de orientação

As discussões e decisões iniciais do *duo* (EA1/EA2) sobre a situação matemática com a versão do GeoGebra para *tablet*, dão início aos processos de instrumentalização e instrumentação com o artefato protocolo de orientação. Duas das condições impostas pela situação, registradas nesse protocolo, conduziram o trabalho matemático do *duo*: a) a definição de um modelo humano para se obter a razão de proporcionalidade; e b) a ampliação/redução do boneco.

A primeira condição da situação (Quadro 1) parece não ser clara para o *duo*, especialmente para EA2, que a considera “ilógica”. Essa reação de EA2 pode ter sido influenciada por saber da existência de dois tipos de modelos: o humano, citado no enunciado da situação, e o do papel, um desenho de um boneco que consta no protocolo de orientação. Usar um pode significar não usar o outro.

**Quadro 1.** Tomada de informação e decisões iniciais

Regras de ação	Teoremas em ação	Conceitos em ação	Possibilidades de Inferência
EA1/EA2: ler a situação, identificar, marcando no protocolo os conceitos essenciais à sua resolução e discutir sobre os conceitos identificados (no caso o modelo humano).	EA2: usar como referência para o boneco “as razões de uma pessoa” é ilógico.	Modelo (como uma referência da relação entre as grandezas do corpo e do boneco, a desenhar).	EA2: o modelo deve ser usado como referência para definir as razões entre as partes do boneco a ser construído no GeoGebra. O controle deslizante do GeoGebra permite definir uma unidade de medida que favorece a determinação da razão entre as medidas dos dois objetos construídos. Logo, o modelo é desnecessário.
EA2: analisar a manutenção da condição imposta na situação a partir do seu sentido na situação – modelo humano – considerada ilógica.	EA2: se uma condição é ilógica, deve ser descartada.		

Fonte: LUCENA, 2018, p. 217.

A segunda condição é que a proporcionalidade entre as partes construídas do boneco, ao ser aumentado ou diminuído, deveria ser mantida. Por causa da experiência com o GeoGebra para resolver situação de homotetia, anterior a esse experimento, o *duo* sabe que é possível construir um objeto geométrico e fazê-lo aumentar e diminuir proporcionalmente por meio da ferramenta controle deslizante (Quadro 1). Aumentar e diminuir os objetos construídos se tornou uma estratégia de validação das construções do *duo*, para objetos construídos ou desenhados, uma regra de controle.

No Trecho 1, as interações do *duo* revelam suas primeiras dificuldades para articular os conhecimentos matemáticos evocados pela situação com os coman-

dos do GeoGebra. A preocupação inicial é conseguir construir todas as partes do corpo do boneco proporcionais e com suporte do GeoGebra, e que mantenha a proporcionalidade quando o controle deslizante é acionado, o que parece ser o maior desafio. Está em jogo os conhecimentos do *duo* em relação à geometria dinâmica.

**Trecho 1** – Antecipações do esquema para resolver o problema:

*EA1: [...] então, quer dizer que cada parte do corpo tem que ter uma razão entre elas porque tá dizendo que, se aumentar ou diminuir qualquer uma das partes, tipo, as razões têm que ser respeitadas, então, tem que ser proporcional. Tipo, braço com a perna, com a cabeça. Sei lá...tem o tronco. Agora como a gente vai fazer isso? [...].*

*EA1: a cabeça. Mas tem que pensar, né? Tipo, como vai ser proporcional?*

*EA2: mas eu acho que a cabeça vai ser o que vai ser proporcional, não?*

*EA1: tipo, o raio da cabeça, a gente muda o raio, sei lá, fosse ajustável, o raio da cabeça, sei lá, uma circunferência? Ou vai fazer uma cabeça...?*

A fala de EA1 (Trecho 1) revela um possível processo de antecipação do esquema, ao afirmar que, se a medida do raio da cabeça (circunferência) é “ajustável”, a proporcionalidade entre essas medidas (raio e comprimento da circunferência) é garantida. No Quadro 2, sintetizamos elementos do esquema do *duo*, onde pode-se observar uma nítida definição da razão de ampliação com relação direta com a simulação, para ampliar e reduzir o objeto construído. O *duo* objetiva determinar as razões que tornam as partes do boneco proporcionais.

**Quadro 2.** Destaque a possível processo de antecipação em um esquema de EA1

Regras de ação	Teoremas em ação	Conceitos em ação	Possibilidades de Inferência
<p>EA1: antes de iniciar, refletir sobre como chegar às razões entre as partes do boneco, o que permite aumentar e diminuir cada uma proporcionalmente.</p> <p>EA2: iniciar fazendo uma parte que amplie proporcionalmente a cabeça.</p> <p>EA1: prever a forma da cabeça como um círculo, por isso já é proporcional com o raio ajustável.</p>	<p>EA1: a manutenção das razões garante a proporcionalidade entre as partes do boneco.</p> <p>EA2: se a cabeça é um círculo, então há proporcionalidade entre o comprimento deste e o seu raio.</p> <p>EA1: se o raio do círculo tem como medida uma variável, pode-se aumentar e diminuir a cabeça proporcionalmente.</p>	<p>– Razão (como razão entre partes do corpo).</p> <p>– Círculo;</p> <p>– raio;</p> <p>– proporcionalidade;</p> <p>– Variável.</p>	<p>EA1/EA2: a medida do comprimento da circunferência é proporcional à medida do raio. Se conectar o raio da circunferência à variável do controle deslizante, a cabeça ampliará/reduzirá.</p>

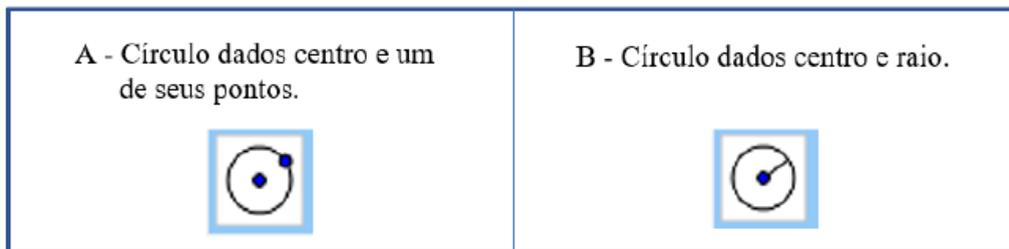
Fonte: LUCENA, 2018, p. 219.

Observaram-se, no Quadro 2, indícios de que o esquema do *duo* para construir a cabeça com a possibilidade de ampliar/reduzir consistiu na construção do controle deslizante relacionado ao raio da circunferência. EA1 se preocupa em refletir sobre como definir a razão entre as partes do corpo do boneco, para garantir a proporcionalidade entre elas, EA2 parte para a construção, com traços de um esquema de fazer e pensar durante o processo. EA1 busca antecipar as ações antes de tentar. De uma forma ou de outra, ambos sabiam que a medida do comprimento da circunferência é proporcional à medida do comprimento do raio e que, se conseguisse relacionar a medida do raio ao controle deslizante, a cabeça iria aumentar/diminuir proporcionalmente e, conseqüentemente, poderiam aplicar tal estratégia em todo processo de construção do boneco.

## 2ª Etapa: Início da construção da cabeça do boneco no tablet

Esse momento do trabalho matemático do *duo* é marcado pela experimentação de ferramentas do GeoGebra (Figura 6) para construir a cabeça com um raio “ajustável”, segundo sugestão de EA1.

**Figura 6** – Ferramentas do GeoGebra utilizadas para construção da cabeça



Fonte: LUCENA, 2018, p. 220.

No geral, as regras de ação e invariantes operatórios do *duo*, descritos no quadro 3, permitem verificar as suas dificuldades quanto à construção da cabeça. Não se trata da construção do objeto em si, mas desse relacionado a um controle deslizante que permitisse aumentar/diminuir a cabeça construída. Enquanto EA1 busca refletir e entender como conseguir esse feito, EA2 continua experimentando as ferramentas na intenção de efetivá-lo. No entanto, a versão *tablet*, utilizada pelo *duo*, não permitia a definição de um controle deslizante com uma variável como medida, mas a inserção de uma medida numérica. No Quadro 3, pode-se observar esquemas do *duo* para construir um controle deslizante que faça a cabeça do boneco aumentar/diminuir proporcionalmente, com (I) caixa de inserção dos limites do controle deslizante – variável e depois, com (II) caixa de inserção dos limites do controle deslizante – intervalo (Figura 6).

**Quadro 3.** Tentativa de construção de um controle deslizante com uma variável como medida

Regras de ação	Teoremas em ação	Conceitos em ação	Possibilidades de Inferência
EA <sub>1</sub> /EA <sub>2</sub> : construir um controle deslizante com uma variável. Se não funcionar, deleta o controle.	EA <sub>1</sub> : a variável definida no controle deslizante poderá ser integrada à medida do raio da circunferência, fazendo com que aumente/diminua proporcionalmente.	- círculo; - raio.	EA <sub>2</sub> : a medida que se consegue definir no controle deslizante é numérica. O <i>software</i> define automaticamente os limites do intervalo no controle deslizante. Portanto, não tem como definir a variável.
EA <sub>2</sub> : construir um novo controle deslizante com intervalo para fazer a circunferência a ser construída aumentar/diminuir, como o controle deslizante apresenta medidas já definidas [-5, 5], deletar o controle.	EA <sub>2</sub> : o intervalo, ao ser integrado ao raio da circunferência, fará com que essa aumente/diminua, se o controle deslizante no <i>tablet</i> define automaticamente os limites do intervalo, então não é possível a definição de uma letra como variável.	- intervalo;	

Fonte: LUCENA, 2018, p. 221.

O *duo* constrói (Quadro 3) o controle deslizante na expectativa de integrá-lo à circunferência ao atribuir a esse, uma variável como medida, a saber, medida do raio. Entretanto, isso não sendo possível, EA<sub>2</sub> decide deletar o controle e construir outro, para experimentar substituir os valores do intervalo, predefinidos pelo controle deslizante [-5, 5], visando seu deslocamento, por uma variável. Mas isso não foi possível, e EA<sub>2</sub> deleta a construção, evidenciando entender que não é possível a integração do controle deslizante com a circunferência usando um intervalo com medidas numéricas *no tablet*. O *duo* discute e decide pela construção de um controle deslizante (Trecho 2), objetivando atribuir uma variável como medida do raio e definir uma unidade para razão.

#### **Trecho 02 – Construção do controle deslizante:**

*EA1: era bom que a gente pudesse mexer, não? Sei lá... uma variável.*

*EA2: ah! Tu tá querendo, tipo, um controle deslizante, é?*

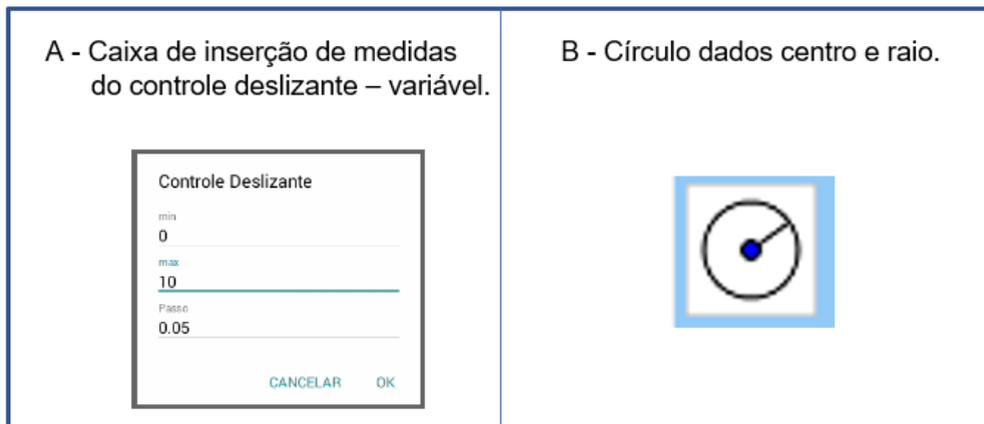
*EA1: uma variável, é...*

*EA2: [deleta a circunferência construída].*

*EA1: porque não tem que manter, tipo, a razão mesmo se a gente altera um braço, tipo, a cabeça também tem que ir.*

No entanto, os estudantes só experimentaram esse procedimento na versão do GeoGebra para *notebook*, e não conseguiram (re)fazê-lo na versão *tablet* mesmo após algumas tentativas, pois a ferramenta só lhes dava a opção de inserir um número como medida (Figura 7) e não uma variável.

**Figura 7** – Construção do círculo articulado ao controle deslizante



Fonte: LUCENA, 2018, p. 223.

O *duo* busca construir a cabeça do boneco com uma variável como medida para o raio. EA2 experimenta definir um intervalo para o controle deslizante denominado  $a = [0,10]$  para circunferência construída com a ferramenta “Círculo dado centro e raio”, escolhida por EA1 e EA2. Eles testam o controle deslizante e percebem que, ao movimentá-lo, a circunferência não aumenta ou diminui simultaneamente.

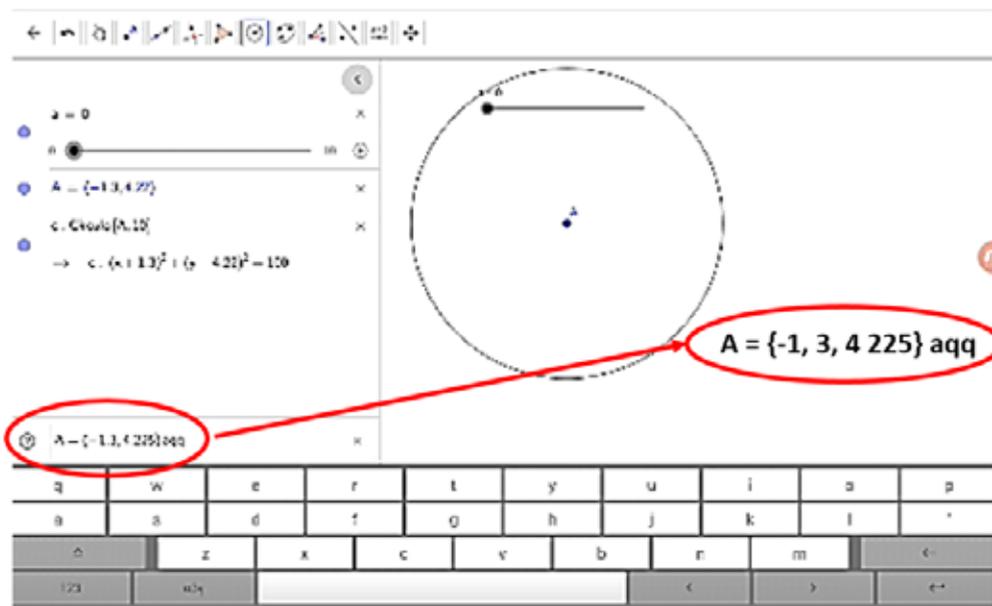
### 3ª Etapa: construção da cabeça do boneco no tablet influenciada pela mediação da formadora

Na terceira etapa, EA2 continua tentando construir a cabeça do boneco, dessa vez a partir de dois controles deslizantes, que façam a circunferência ampliar e reduzir. Para isso, EA2 mantém o controle deslizante (Figura 8) com intervalo numérico  $a$ ,  $[0,10]$ , na intenção de chegar ao raio “ajustável” e, juntamente com EA1, define  $a = 10$  como medida do raio. Há evidências (Quadro 4) de que os esquemas do *duo* atendiam aos seus objetivos de manter a estratégia para qual se julgavam instrumentados – uso do controle deslizante – e eliminar o que estava atrapalhando: a variável.

Os esquemas do *duo* revelam a intenção de EA1 e E2 de correlacionar a medida do raio da circunferência  $a = 10$  às medidas dadas ao intervalo do contro-

le deslizante  $a$ ,  $[0,10]$ , e ao centro  $A$  da circunferência construída. Os componentes de esquemas revelam a perspectiva do *duo* que buscava integrar a cabeça ao controle deslizante  $e$ , para isso, EA1 e EA2 decidem multiplicar algebricamente  $A$  (centro da circunferência) por 'a' (controle deslizante), conforme se pode observar no Figura 8.

**Figura 8** – Multiplicação de coordenadas do centro da circunferência pela variável do controle deslizante



Fonte: LUCENA, 2018, p. 226.

A decisão do duo (Figura 8) faz a circunferência transladar. Logo, o resultado esperado por EA1/EA2, que era ver a circunferência ampliar/reduzir, não ocorre. Diante da insegurança quanto a essa nova estratégia, o *duo* decide solicitar ajuda à Formadora – F1 para conseguir construir o controle com variável (Trecho 03).

### Trecho 03 – Mediação de F1:

*EA2: [...] professora, como podemos usar o controle deslizante senão pode chamar a letra?*

*F1: não pode chamar a letra?*

*EA2: sim, por exemplo, para o raio a gente colocar o nome pra poder chamar a letra depois, só que aqui não pode colocar letra.*

*EA1: só aparecem números.*

F1: e não dá pra fazer sem o controle deslizante, não? [...]

EA2: é isso que a gente pode tentar.

EA1: mas como é que a gente vai fazer a cabeça proporcional?

EA2: ela perguntou “só dá pra fazer com isso?”...

EA1: é, realmente, é porque tem outro modo.

A mediação em forma de pergunta (Quadro 4), realizada por F1 (Trecho 03), tornou-se um artefato para EA1/EA2, uma vez que esquemas utilizados/desenvolvidos pelo *duo* com objetivo de construir a cabeça foram guiados pela pergunta de F1: “e não dá pra fazer sem o controle deslizante, não?”.

**Quadro 4.** Mediação de F1 como artefato de EA1 e EA2

Regras de ação	Teoremas em ação	Conceitos em ação	Possibilidades de inferência
<p>EA<sub>2</sub>: selecionar a ferramenta “Círculo dados centro e raio” com medida <math>a=1</math> para o raio.</p> <p>EA<sub>1</sub>: sugerir que EA<sub>2</sub> questione a mediadora F<sub>1</sub> sobre como se dá a inserção de variável no controle deslizante no <i>tablet</i>.</p> <p>F<sub>1</sub>: responder questionamento de EA<sub>1</sub>/EA<sub>2</sub> com outra pergunta: “e não dá pra fazer sem o controle deslizante, não?”.</p> <p>EA<sub>1</sub>/EA<sub>2</sub>: deletar a construção (controle deslizante mantido desde a 2.<sup>a</sup> etapa e a circunferência de raio 1, construída nessa).</p>	<p>EA<sub>1</sub>/EA<sub>2</sub>: se o controle deslizante no <i>tablet</i> só permite determinar uma medida numérica, não tem como inserir uma letra (variável) como medida para o raio.</p> <p>EA<sub>1</sub>: um formador que propõe uma situação deve saber como resolver, como criar um controle deslizante com uma variável na versão GeoGebra/<i>tablet</i>, portanto deve-se buscar informação com a formadora.</p> <p>EA<sub>1</sub>/EA<sub>2</sub>: se a formadora pergunta se não dá para fazer de outra forma é porque tem outro modo.</p>	<p>– Medida; – variável; – raio; – controle deslizante.</p> <p>– Versões do software para diferentes dispositivos; – estratégias de resolução do problema.</p>	<p>EA<sub>1</sub>/EA<sub>2</sub>: a versão <i>tablet</i> utilizada do GeoGebra não permite definir a variável. A formadora nos pergunta: “e não dá pra fazer sem o controle deslizante, não?”. Portanto, tem outra forma de fazer a construção sem controle deslizante.</p>

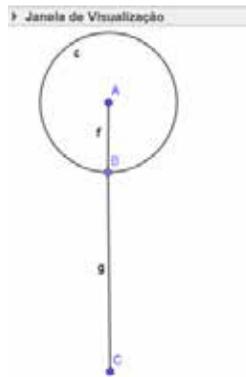
Fonte: LUCENA, 2018, p. 227.

A possibilidade de outra forma de fazer, que não as estratégias já experimentadas, influencia a decisão do *duo* a deletar os objetos construídos. O *duo*, também, discute a possibilidade de garantir a ampliação/redução da circunferência, sem o uso do controle deslizante e da inserção de uma variável.

4<sup>a</sup> Etapa: construção da cabeça do boneco no *tablet* em processo de troca pelo *notebook*

Na quarta etapa, o *duo* decide tentar uma construção geométrica e estabelecer a razão entre as partes do corpo. A partir do trecho da Figura 9, pode-se inferir que a regra de ação para construir a cabeça é selecionar a ferramenta “Círculo dados centro e raio” e definir a medida do raio. Em seguida, EA2 constrói o tronco. Para isso, a regra de ação é selecionar a ferramenta “Segmento de reta” AB sobreposto ao raio, ligado a outro segmento BC (tronco), tendo como medida o dobro do raio.

**Figura 9** – Trecho e imagem de construção sem o controle deslizante da cabeça e do tronco



Fonte: LUCENA, 2018, p. 228.

O esquema de validação da construção é mantido ao arrastar os objetos para verificar se aumenta/diminui proporcionalmente. No Quadro 5, pode-se verificar regras de ação, invariantes e possibilidade de inferências de EA2 que objetiva construir a cabeça e o tronco do boneco sem o controle deslizante no *tablet*.

**Quadro 5.** Tentativa de construção do boneco sem o uso do controle deslizante

Regras de ação	Teoremas em ação	Conceitos em ação	Possibilidades de inferência
<p>EA<sub>2</sub>: selecionar a ferramenta “círculo dados centro e raio” com medida <math>a=5</math> para o raio.</p> <p>EA<sub>2</sub>: traçar um segmento AB sobreposto ao raio, ligado a outro segmento BC (tronco) tendo como medida o dobro do raio.</p> <p>EA<sub>2</sub>: observar que mover a construção não aumenta e diminui proporcionalmente.</p> <p>EA<sub>2</sub>: trocar o <i>tablet</i> pelo <i>notebook</i> com F<sub>1</sub>.</p>	<p>EA<sub>2</sub>: se o controle deslizante no <i>tablet</i> só permite determinar uma medida numérica, não tem como inserir uma letra (variável) como medida para o raio.</p> <p>EA<sub>2</sub>: raio da cabeça como unidade de medida garante a definição entre partes do corpo e a proporcionalidade entre a cabeça e o tronco (é um múltiplo da medida do raio).</p> <p>EA<sub>2</sub>: sem o uso do controle deslizante, não é possível validar a construção.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Circunferência;</li> <li>– variável.</li>   <li>– Segmento;</li> <li>– razão;</li> <li>– proporcionalidade;</li> <li>– múltiplo.</li>   <li>– controle deslizante;</li> <li>– proporcionalidade.</li> </ul>	<p>EA<sub>2</sub>: a versão <i>tablet</i> utilizada do GeoGebra não permite definir a variável. Outra tentativa de definir a unidade de medida sem o controle deslizante é testada, mas não funciona. Então, a versão <i>tablet</i> do GeoGebra não favorece a resolução da situação, apenas a versão do <i>notebook</i>.</p>

Fonte: LUCENA, 2018, p. 228.

A construção após tentativa de validação (ampliar e diminuir objetos já construídos) não funcionou. Isso levou EA<sub>2</sub> a inferir sobre o artefato disponibilizado pelas formadoras, entendendo que esse não favorece a resolução da situação matemática, uma vez que suas estratégias não funcionam no *tablet*, mas poderiam funcionar no *notebook* (Quadro 5). Nesse momento, há a troca do *tablet* pelo *notebook*, em que a “mesma” construção havia sido feita pela formadora, para que os estudantes continuassem o trabalho e não perdessem tempo. Embora os objetos sejam os mesmos, F<sub>1</sub> usa ferramentas diferentes para construir a cabeça (“Círculo dados centro e um de seus pontos”) e o tronco (“Semirreta”).

### 5ª Etapa: Construção da cabeça do boneco no notebook

Na quinta etapa, o *duo*, já com o *notebook*, aproveita a construção feita por F<sub>1</sub>, após algumas movimentações, e retomam à estratégia inicial de construção do boneco (Quadro 6).

**Quadro 6.** Construção de F1 no *notebook* e com modificações por EA<sub>1</sub> e EA<sub>2</sub>

Regras de ação	Teoremas em ação	Conceitos em ação	Inferência Possibilidades
EA <sub>1</sub> : sugerir a construção de um controle deslizante relacionado aos objetos construídos no <i>tablet</i> e reproduzidos no <i>notebook</i> por F <sub>1</sub> (para cabeça usou “Círculo dados ponto e o raio fixo”, e para o tronco usou “Semirreta”, passando pelo centro e por um ponto da circunferência, em vez de segmento). EA <sub>2</sub> : construir e testar o controle deslizante “c” e, se os objetos (cabeça/tronco) não aumentarem/diminuïrem proporcionalmente, deletar a construção.	EA <sub>1</sub> : no <i>notebook</i> , é possível criar um controle deslizante com uma variável, o que permite que os objetos aumentem/diminuam (mantendo a proporcionalidade).	– Circunferência; – segmento; – semirreta; – proporcionalidade; – variável.	EA <sub>1</sub> /EA <sub>2</sub> : na versão GeoGebra para <i>tablet</i> , é possível construir um controle deslizante de variável “c”. A cabeça e o tronco foram construídos sem qualquer relação com o controle deslizante. Portanto, os objetos construídos não estão integrados.
	EA <sub>1</sub> /EA <sub>2</sub> : o raio e o controle deslizante foram construídos de forma independente, logo não estão integrados.	– Medida; – variável; – proporcionalidade.	

Fonte: LUCENA, 2018, p. 228.

O Quadro 6 revela a regra de ação de EA<sub>2</sub> que sugere a construção de um controle deslizante que vincule os objetos construídos no *tablet* e reproduzidos no *notebook* por F1. O duo recebeu o notebook já com a cabeça e o tronco construídos por 1, assim, buscam definir um controle deslizante de forma que possam garantir a proporcionalidade dos objetos construídos. O *duo* se dá conta de que a construção do controle deslizante não está integrada à construção da cabeça e do tronco, logo, a validação (arrasto para aumentar e diminuir proporcionalmente) revelam o insucesso da tentativa.

### 6ª Etapa: Construção do corpo do boneco no notebook

Essa é a etapa mais intensa do processo de resolução da situação matemática, marcada por uma ampla experimentação de diferentes ferramentas do GeoGebra. Foram testadas as ferramentas “Reta”, “Segmento de reta”, “Reta perpendicular” e “Reta tangente”, todas para construção do tronco, entre outras.

Um dos eventos da sexta etapa é marcado por discordância entre EA<sub>1</sub> e EA<sub>2</sub>. Um momento ímpar no trabalho do *duo*, que desde o início trabalham colaborativamente e em concordância. Assim, enquanto EA<sub>1</sub> faz sugestão para colaborar com a resolução da situação, EA<sub>2</sub> ignora a sugestão de EA<sub>1</sub> e toma outras decisões. Regras de ação, invariantes operatórios e possibilidades de inferência que emergem desse evento são essencialmente de EA<sub>2</sub>.

Inicialmente, EA<sub>2</sub> visa construir o tronco do boneco proporcional à cabeça. Para isso, a regra de ação de EA<sub>2</sub> consiste em selecionar a ferramenta segmento

de reta e construir um segmento a partir de um ponto da circunferência já construída. Na sequência,  $EA_1$  sugere a construção de um novo controle deslizante.  $EA_1$  esperava que ao movimentar o controle deslizante pudesse validar a construção (ampliar/reduzir). No entanto,  $EA_2$  rejeita a sugestão e opta por colocar visualmente, na vertical, o segmento BC (Figura 9), já que o tronco do boneco precisa ficar nessa posição. Depois, testa o segmento BC, movimentando o ponto B (comum à circunferência e ao segmento BC) na intenção de verificar se a cabeça e o tronco aumentam/diminuem proporcionalmente. Mas,  $EA_2$  desenhou, por visualização, pontos sobre a reta. No entanto, ao não atrelar o ponto escolhido ao raio da cabeça, não obteve sucesso.  $EA_2$  decide deletar o segmento de reta, ao perceber que relacionar a circunferência ao segmento por um ponto comum não garante que esses sejam proporcionais. Desse modo,  $EA_1$  e  $EA_2$  buscam repetir algumas regras em ação, associadas a outras ferramentas do *software*, tais como: “Reta perpendicular” e “Reta tangente”. O Trecho 4 coloca em evidência a escolha pela ferramenta “Reta perpendicular”.

**Trecho 4** – Escolha pela ferramenta reta perpendicular:

*EA2: seleciona “Reta perpendicular” e tenta traçar primeiro, uma reta perpendicular que parte de um ponto da circunferência, depois uma reta que parte do centro, mas não consegue.*

*EA1: como é que a gente faz, hein? Não tem que ser perpendicular ao segmento, não?*

*EA2: seleciona “Reta perpendicular” novamente, na sequência desiste dessa ferramenta e desse procedimento.*

No protocolo de orientação, há o desenho de um boneco, cedido pelas formadoras para ajudar o estudantes-atores a terem um modelo, uma referência. O tronco desse boneco está na posição vertical. O *duo*  $EA_1$  e  $EA_2$  entende que, sendo o tronco vertical, é possível que, ao traçar as demais partes do corpo, essas aumentem/diminuam proporcionalmente, já que estarão ligadas ao tronco. Assim, o *duo* decide (Trecho 5) por utilizar a ferramenta “Reta Perpendicular”, construindo-a a partir de um ponto qualquer da circunferência, podendo esse ser o centro dessa, também.  $EA_1$  sugere, ainda, a construção da reta por um ponto da circunferência e um segmento que parta dessa, já construído, haja vista a condição de existência da perpendicularidade (Quadro 7). Linha perpendicular aparece como conceito em ação no local do conceito de vertical.

**Quadro 7.** Tentativa de construção do tronco do boneco – perpendicular

Regras de ação	Teoremas em ação	Conceitos em ação	Possibilidades de Inferência
<p>EA<sub>1</sub>/EA<sub>2</sub>: usar o comando por reta perpendicular.</p> <p>EA<sub>1</sub>/EA<sub>2</sub>: construir a reta perpendicular a um ponto qualquer da circunferência, inclusive ao que representa seu centro.</p> <p>EA<sub>1</sub>: sugerir a construção da reta perpendicular entre um ponto da circunferência e um segmento que parta dessa, já construído.</p> <p>EA<sub>2</sub>: ignorar a sugestão de EA<sub>1</sub>.</p>	<p>EA<sub>1</sub>/EA<sub>2</sub>: se o tronco estiver na perpendicular, os objetos construídos irão aumentar e diminuir proporcionalmente.</p> <p>EA<sub>1</sub>/EA<sub>2</sub>: se o tronco for uma reta perpendicular, não será preciso tentar colocá-lo nesta posição visualmente.</p> <p>EA<sub>1</sub>: perpendicularismo só existe entre uma reta e outro objeto, como um segmento, outra reta.</p>	<p>EA<sub>1</sub>: perpendicular (no sentido de vertical).</p> <p>EA<sub>2</sub>: perpendicular (propriedade entre reta e outro objeto, um segmento).</p>	<p>EA<sub>1</sub>/EA<sub>2</sub>: o tronco, por referência, deve estar na posição perpendicular, para garantir a construção geométrica. O GeoGebra dispõe da ferramenta “Reta perpendicular”. Portanto, o tronco estará na perpendicular se usar a ferramenta “Reta perpendicular” para traçá-lo.</p>

Fonte: LUCENA, 2018, p. 234.

No evento descrito no Quadro 7, pode-se verificar que o *duo* visa construir o tronco do boneco na vertical e como continuidade do raio da circunferência que representa a cabeça. As regras de ação do *duo* colocam em evidência dois sentidos que envolvem o conceito em ação – perpendicular. No Trecho 4, percebemos mais claramente que EA<sub>2</sub> dá o sentido de vertical, bastando mover o segmento criado para colocá-lo nesta posição. Já EA<sub>1</sub> faz sugestão de uso do conceito; perpendicularidade só existe entre reta e outro objeto. Por isso, também sugere que, para a construção da perpendicular, seja usada a ferramenta do GeoGebra “Reta Perpendicular”. Mas EA<sub>2</sub> ignora a sugestão de EA<sub>1</sub>.

Na sequência, o *duo* abandona a ideia de construção da reta perpendicular à circunferência (normal à circunferência) e EA<sub>2</sub> decide pela construção de uma reta tangente à circunferência. Segue-se mais uma tentativa que objetiva construir o tronco do boneco proporcional à cabeça. Nesse terceiro evento da sexta etapa, as regras de ação, os invariantes operatórios e as possibilidades de inferência são exclusivos de EA<sub>2</sub>. O Quadro 8, a seguir, coloca isso em evidência.

**Quadro 8.** Tentativa de construção do tronco do boneco – tangente

Regras de ação	Teoremas em ação	Conceitos em ação	Possibilidades de Inferência
<p>EA<sub>2</sub>: selecionar “Reta tangente” e clicar em um ponto qualquer da circunferência para construir uma tangente à circunferência (e depois uma perpendicular à tangente – reta normal).</p> <p>EA<sub>2</sub>: selecionar “Reta tangente” arrastando o cursor sobre a circunferência para construir uma reta perpendicular e tangente à circunferência (reta normal).</p>	<p>EA<sub>2</sub>: a ferramenta reta tangente a uma circunferência que passa por um ponto determina uma tangente à circunferência em tal ponto.</p> <p>EA<sub>2</sub>: sem clicar sobre a área de visualização ou objetos já construídos, novos objetos (reta tangente) não são construídos por arrasto do cursor.</p>	<p>– Reta tangente; – perpendicularismo; – reta normal.</p>	<p>EA<sub>2</sub>: a reta normal da circunferência é perpendicular à reta tangente e tem um ponto comum a esta. O GeoGebra não tem a ferramenta “Reta normal”. Pode-se inferir que a construção de uma reta tangente à circunferência, colocada visualmente na perpendicular, representa uma reta normal.</p>

Fonte: LUCENA, 2018, p. 235.

No Quadro 8, as regras de ação e invariantes operatórios de EA<sub>2</sub> revelam que o real interesse desse estudante-ator é a construção da reta normal à circunferência. Primeiro, porque ele opta pela ferramenta “Tangente” do *software* e clica em um ponto da circunferência para construí-la. Entretanto, os gestos de EA<sub>2</sub>, destacado pelo cursor do mouse, que ele arrasta na posição perpendicular, dá indícios de sua tentativa de construir a reta normal a partir de uma reta tangente colocada visualmente na vertical. EA<sub>2</sub> não tem sucesso, haja vista não clicar sobre a área de visualização ou outros objetos.

### 7ª Etapa: Construção do corpo do boneco após reiniciar o notebook (descarregamento de bateria)

A sétima e última etapa do processo de resolução da situação matemática é fortemente marcada pelo desespero dos estudantes quanto ao tempo de conclusão do experimento. O *duo* objetiva fazer com que as partes do corpo do boneco aumentem e diminuam de forma proporcional ao alterar a posição dos braços e das pernas (Quadro 9). Assim, após um intervalo de tempo movendo a construção e tentando pensar em um esquema que desse conta do exigido pela situação.

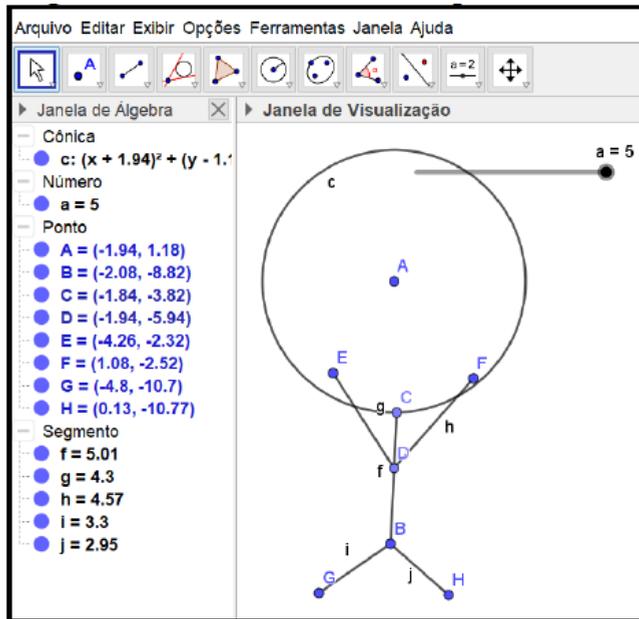
**Quadro 9.** Manipulação de objetos construídos para percepção de incoerências

Regras de ação	Teoremas em ação	Conceitos em ação	Possibilidades de Inferência
<p>EA<sub>1</sub>/EA<sub>2</sub>: continuar a manipulação e testar a construção (II), movendo o controle deslizante, e observar se a cabeça, braços e pernas aumentam proporcionalmente.</p> <p>EA<sub>2</sub>: como só a cabeça aumenta/diminui proporcionalmente, e as pernas ficam imóveis, os braços alteram o comprimento, sem proporcionalidade, então, deve-se deletar tronco e membros e deixar a cabeça e o controle deslizante.</p>	EA <sub>1</sub> : a manipulação dos objetos construídos permite identificar aspectos da construção que não estão corretos, o que pode facilitar a correção de erros.	– Proporcionalidade.	<p>EA<sub>1</sub>/EA<sub>2</sub>: o manuseio do boneco no GeoGebra ajuda a perceber incoerências na construção, mas não a causa desta. Portanto, deve-se deletar as incoerências (tronco e membros).</p> <p>EA<sub>1</sub>: ao movimentar o ponto final do tronco, o mesmo sai da vertical, portanto necessita-se que esse ponto seja ponto de outro objeto.</p>

Fonte: LUCENA, 2018, p. 240.

A manipulação dos objetos construídos destaca aspectos relevantes da construção (Quadro 9), especialmente as incoerências, as quais, ao serem identificadas, podem ajudar o *duo* a chegar na resolução correta da situação matemática. É possível perceber que o ponto B (final do tronco) e os dos pés não dependem do controle deslizante nem do raio da cabeça, portanto ficam fixos (Figura 10). Já os braços alteram o comprimento, pois C (extremo do segmento que faz o corpo) é ponto da cabeça. Logo, o comprimento do tronco diminui à medida que a cabeça aumenta, até que o ponto B passa para o interior da circunferência e o tronco volta a aumentar.

Figura 10 – Boneco construído pelo duo



Fonte: LUCENA, 2018, p. 240.

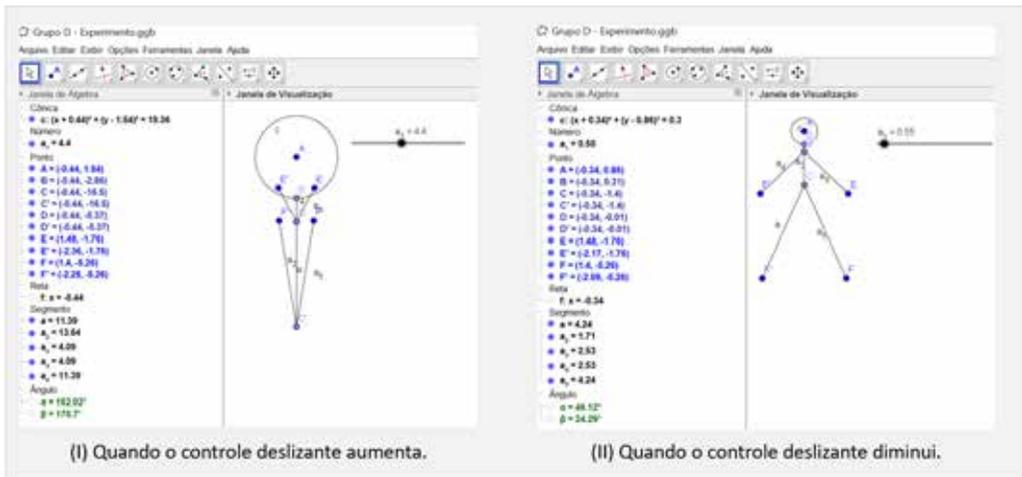
O extremo do braço é ponto do segmento (do tronco), logo, quando o tronco diminui, a nova posição do ponto é dada de forma a manter a semelhança do tronco. Assim, a alteração da posição dos pontos dos braços ligados ao corpo faz com que os braços alterem de comprimento, sem manter proporcionalidade. Desse modo,  $EA_2$  decide deletar o corpo e manter a cabeça e o controle deslizante dessa construção e para tentar uma nova construção do tronco e membros.

O Quadro 9 detalha mais um evento da sétima etapa. Pode-se observar que, para garantir que o segmento do tronco não saia da posição vertical,  $EA_1$  sugere a construção de uma reta suporte, sobre a qual se apoiarão os segmentos do tronco. O *duo* objetiva fazer as partes do corpo do boneco proporcional à cabeça já construída. Para isso,  $EA_1$  e  $EA_2$  decidem pela construção de uma reta que passa pelo centro da circunferência (A) e por um ponto dela (B). Por passar pelo centro da circunferência, ela será normal à circunferência.  $EA_1$  sugere também que a reta seja posicionada manualmente na vertical. O *duo* opta por traçar um segmento BC (o tronco) sobre a reta e colocam o ponto (D) para servir de pescoço.

Assim, por pertencer a uma reta suporte à proporcionalidade entre tronco, pescoço e raio da circunferência, quando se altera a variável, a proporcionalidade é garantida.  $EA_1$  sugere que  $EA_2$  confira se as medidas das partes do corpo do boneco construídas zeram, quando a variável se anula. Já os braços

são construídos por  $EA_2$  com um segmento que inicia no ponto D' e vai até um ponto escolhido livremente (E). Esse ponto não depende do controle deslizante, nem do tronco, portanto mantém-se fixo ao se alterar a variável do controle deslizante.  $EA_1$  sugere o uso do comando simetria por uma reta , visando garantir a simetria entre os braços. As pernas são feitas sem articulação com o comprimento nem com o ângulo dos braços, da mesma forma que o braço foi construído (Figura 11).

Figura 11. Comportamento do boneco construído ao movimentar o controle deslizante



Fonte: LUCENA, 2018, p. 241.

Na intenção de validar a construção, o *duo* decide mover o controle deslizante. Logo, o comprimento do tronco amplia/reduz à medida que a cabeça aumenta. Assim, a alteração da posição dos pontos dos braços e das pernas ligados ao corpo faz com que os braços alterem de comprimento, sem manter proporcionalidade, mas a simetria entre os dois braços e as duas pernas é garantida pelo uso do comando de reflexão em sua construção. O tempo acaba e os estudantes-atores  $EA_1$  e  $EA_2$ , do grupo D, não conseguem concluir a resolução da situação matemática com sucesso.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao se ter acesso aos dados produzidos durante a *OIpivot*, os participantes, caso em foco, o *duo*, puderam articular os eventos, por eles vivenciados na prática, às abordagens teóricas e conceitos correlatos, os quais fundamentam a Orquestração Instrumental que buscam ascender. São possíveis as articulações que poderão ser realizadas pelo *duo*, ao analisar seu próprio trabalho matemático

na resolução da situação didática e matemática, uma vez que os eventos que se sucedem dão luz a conceitos como: gênese instrumental, artefato, instrumento, esquema, instrumentação e instrumentalização.

No que diz respeito a análise da gênese instrumental do *duo*, na *OIpivot*, pode-se verificar que o trabalho dos estudantes-atores ( $EA_1$  e  $EA_2$ ) revela que são instrumentalizados em relação ao uso do controle deslizante, na perspectiva de usar uma variável para a animação de aumentar/diminuir objetos construídos, em especial, a circunferência. Também, pode-se inferir que o *duo* é instrumentado para posicionar o tronco perpendicularmente a uma tangente da circunferência (cabeça) com o uso do cursor do mouse. No entanto, no que concerne à situação matemática proposta, ainda estão em processo de instrumentação para construção das demais partes (tronco, braços e pernas) do corpo do boneco, de forma a ampliar/reduzir o boneco, i.e., aumentar/diminuir mantendo a semelhança entre as figuras dos bonecos obtidos.

Da gênese instrumental na *OIpivot* ao Banco de Eventos para Metaorquestração Instrumental, 18 eventos foram identificados e compõem a Linha do Tempo da Gênese Instrumental (Figura 5). Alguns destes descritos e analisados neste texto, revelam-se exemplos potenciais para reflexão e discussão dos participantes da Metaorquestração Instrumental sobre uma das temáticas relevantes à aprendizagem da Orquestração Instrumental: a gênese instrumental. A *OIpivot* cumpre um papel essencial na Metaorquestração Instrumental uma vez que a vivência prática de uma orquestração instrumental por parte dos participantes dessa formação, favorece a própria gênese instrumental desses e a criação de um Banco de Exemplos, pautado nos eventos identificados pela observação e análise do processo de resolução da situação matemática.

## REFERÊNCIAS

- ATUBE. Disponível em: <http://www.atube.me/pt-br/>. Acesso em: 15 dez. 2018.
- DRIJVERS, P.; DOORMAN, M.; BOON, P.; REED, H.; GRAVMEIJER, K. The Teacher and the Tool: instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. **Educational Studies in Mathematics**, Berlin Heidelberg, v. 75, n. 2, p. 213-234, Springer Netherlands, 2010.
- GEOGEBRA. Disponível em: <https://www.GeoGebra.org/>. Acesso em: 15 dez. 2018.
- HOYLES, C.; NOSS, R.; SUTHERLAND, R. **Final Report of the Microworlds Project 1986 -1989**. Department of Mathematics, Statistics and Computing. Institute of Education, University of London, Londres, 1991.
- LUCENA, R. **Metaorquestração Instrumental: um modelo para repensar a formação de professores de Matemática**. Tese de Doutorado. UFPE. 2018.
- LUCENA, R.; GITIRANA, V.; TROUCHE, L. O ensino de matemática com integração de recursos digitais: um olhar sobre aulas à luz da orquestração instrumental. **Ensino de Matemática em debate – EMD/PUC-SP**, São Paulo – SP, v. 5, n. 3, p. 238-261, 2018.
- MEIRA, L. Análise microgenética e videografia: ferramentas de pesquisa em psicologia cognitiva. **Temas de Psicologia**, Ribeirão Preto – SP, v. 2, n. 3, p. 59-71, 1994.
- RABARDEL, P. **Les hommes et les technologies: une approche cognitive des instruments contemporains**. Paris, Armand Colin, 1995.
- TROUCHE, L. Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques: nécessité des orchestrations. **Recherches en didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 25, p. 91-138, 2005.
- TROUCHE, L. Environnements informatisés et mathématiques: quels usages pour quels apprentissages? **Educational Studies in Mathematics**, Utrecht, v. 55, p. 181-197, 2004.
- TROUCHE, L.; BELLEMAIN, F. O trabalho do professor com os recursos de seu ensino, um questionamento didático e informático. **Anais do I Simpósio Latino-Americano da Didática da Matemática – Ladima**. Bonito – Mato Grosso do Sul, Brasil, 2016.
- VERGNAUD, G. A teoria dos campos conceituais. *In*: BRUN, J. (coord.). **Didáticas das Matemáticas**. Tradução de M. J. Figueiredo. Lisboa: Instituto

Piaget, 1996. Publicado em: **Recherches en didactique des Mathématiques**, Grenoble, La Pensée Sauvage Éditions, v. 10-23, p. 133-170, 1991.

VERGNAUD, G. Qulest-ce que la pensée ? **La nouvelle revue: de l'adaptation et de la scolarisation**, Liège-Bélgica/Paris-França, n. 62, p. 277-299, 2013.

VERGNAUD, G. The theory of conceptual fields. *In*: STEFFE, L. P.; NESCHER, P.; COBB, P.; GOLDIN, G. A.; GREER, B. (eds.). **Theories of Mathematical learning**, Mahwah, Lawrence Erlbaum Ass, 1996. p. 219-239.

ZBIEK, R. M.; HOLLEBRANDS, K. A research-informed view of the process of incorporating mathematics technology into classroom practice by in-service and prospective teachers. **Research on technology and the teaching and learning of Mathematics**, Carolina do Norte-EUA, v. 1, p. 287-344.

# O LIVRO DIDÁTICO NA PERSPECTIVA DE RECURSO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

*Janaína Alves Botelho*

*Cibelle Assis*

## APRESENTAÇÃO

Neste capítulo trazemos considerações a respeito do uso do livro didático no planejamento de aulas do professor de Matemática, à luz da Abordagem Documental do Didático – ADD. Para a escrita deste capítulo<sup>22</sup> fizemos um “recorte” de nossa pesquisa de dissertação de Mestrado, apresentada em 2019. Temos como objetivo principal apresentar usos do livro didático e inferir concepções de ensino e aprendizagem por professores de Matemática quando refletem sobre a preparação ou planejamento de aulas de matemática: é um recurso suficiente para as aulas? O que utiliza dos livros (para que servem) e o que é atrativo neles para o planejamento das aulas?

Na primeira seção, *Introdução*, situamos o contexto e o recorte da dissertação feito para este capítulo com destaque para a escolha do tema livro didático do professor de Matemática na perspectiva de recurso trazida pela Abordagem Documental do Didático.

---

<sup>22</sup> A produção deste capítulo integralizou créditos na Disciplina de Escrita Acadêmica do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal da Paraíba – UFPB.

Na segunda seção, *A Abordagem Documental do Didático*, fizemos uma breve apresentação de alguns dos conceitos centrais trazidos por Gueudet e Trouche (2009, 2016) como recurso, documento, instrumentação e instrumentalização, esquemas de utilização e invariantes operatórios.

Na terceira seção, *Os recursos e a atividade docente*, apresentamos os níveis de atividade descritos por Margolinas (2000) e que nos permite situar e inferir concepções de ensino e aprendizagem (N+3) de professores de Matemática quando refletem sobre preparação ou planejamento (N+1).

Na quarta seção, *Considerações metodológicas da pesquisa*, caracterizamos os professores participantes, as etapas e os questionários para levantamento de dados.

Na quinta seção, *Mapeamento do livro didático: inferindo concepções e usos*, apresentamos as respostas dos professores aos questionários o que nos permitiu uma perspectiva geral de uso do livro didático considerando seus contextos.

Por fim, na sexta seção, *Considerações sobre o recurso livro didático de matemática*, apresentamos nossas considerações sobre os usos e o que guiam os usos dos professores quando refletem sobre o planejamento. Considerado por todos como o recurso mais presente no planejamento, seja nas escolas públicas ou privadas e desempenhando função de recurso curricular. Associado ao trabalho de uma matemática teórica servindo como repertório de atividades como lista exercícios e problemas para os professores.

## INTRODUÇÃO

A atividade do professor de Matemática compreende a procura constante, seleção e (re)utilização de recursos. De fato, o professor utiliza livros didáticos, referenciais curriculares, quadro branco, elabora listas de exercícios, articula jogos matemáticos e calculadoras e, além desses, mais observáveis atualmente, com a era digital, os computadores, *softwares* educacionais, jogos *on-line*, vídeos e uma variedade de materiais e objetos de aprendizagem disponíveis na internet.

O trabalho do professor é dinâmico e se refaz à medida que ele reflete sobre a sua própria prática. De fato, nesse processo, a seleção e (re)criação de tarefas matemáticas podem ser (re)formuladas conforme as experiências vivenciadas; um plano de aula pode ser modificado a partir da interação com outros professores; os recursos antigos podem ganhar outros significados e novas formas de utilização; a sequência dos conteúdos curriculares pode ser modificada mediante

conhecimentos prévios dos estudantes ou por matrizes curriculares da própria instituição de ensino ou, até mesmo, por influência das propostas apresentadas no livro didático adotado pela escola. As ações do professor neste movimento de ressignificação e de revisita de seus recursos e de suas produções, para Gueudet e Trouche (2009, p. 199), estão no “coração” da atividade e do desenvolvimento profissional do professor de matemática.

Para esse conjunto de ações em que os professores transformam de maneira significativa seus recursos e, como produto constituem seus documentos, é denominado de trabalho documental do professor e sua análise, nesta perspectiva, de Abordagem Documental do Didático – ADD (GUEUDET; TROUCHE, 2009).

A Abordagem Documental do Didático conceitua e diferencia *recurso* e *documento* com o objetivo de mostrar a dinâmica da construção do documento como elemento da atividade profissional do professor. De fato, ao longo de sua trajetória docente, o professor registra diversos momentos do seu trabalho, seja ele realizado na escola, em sala de aula ou em casa. Esses registros revelam não apenas algumas das suas fontes ou recursos, mas concepções e conhecimentos sobre o conteúdo matemático, escolhas didáticas e metodológicas.

Com base nessas considerações realizamos uma pesquisa em nível de mestrado, no Programa de Pós-graduação no Ensino de Ciências e Educação Matemática – PPGECEM da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, intitulada *Os Recursos Livro Didático e a BNCC no planejamento de aulas do professor de Matemática do Ensino Fundamental* (BOTELHO, 2019). Entre os recursos dedicados ao ensino escolhemos para estudo o livro didático e a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018) frente à mudança curricular que ocorria à época da produção da pesquisa e como tais recursos influenciaram o planejamento de professores.

Neste texto, apresentamos um recorte da dissertação tendo como objetivo principal apresentar usos do livro didático e inferir concepções de ensino e aprendizagem por professores de Matemática quando refletem sobre a preparação ou planejamento de aulas de matemática: é um recurso suficiente para as aulas? O que utiliza dos livros (para que servem) e o que é atrativo neles para o planejamento das aulas?

A escolha pelo tema justifica primeiramente pelo fato de o livro didático ser considerado como um dos recursos mais antigos no Brasil. De fato, segundo Rosa (2009), o livro didático foi trazido pelos jesuítas em 1549, com a instalação do Governo Geral em Salvador (ROSA, 2009). Silva (2002) coloca que o ensino sempre se vinculou a um livro escolar: livros religiosos, seletas de textos em

latim, manuais de retórica, abecedários, gramáticas, livros de leitura povoaram as escolas através dos séculos.

Além desse fato, baseados em estudos como de Oliveira (2014), Verceze e Silvino (2008), Santos e Martins (2011) e Horikawa e Jardimino (2010), nós observamos que o uso que um professor faz do livro didático revela várias das suas concepções. Por exemplo, concepções sobre o planejamento de suas atividades, sobre o currículo escolar, sobre a metodologia utilizada para o ensino dos diversos conteúdos e, ainda, diversas funções atribuídas pelo professor para si e para seus alunos.

Adotamos a definição de recurso apresentada por Adler (2000, *apud* GUEUDET; TROUCHE, 2016) como tudo aquilo que dá suporte à atividade do professor, e por atividade do professor, as situações profissionais de concepção, de planejamento, de execução em sala de aula e de avaliação apresentadas por Margolinas (2002). Pelas razões apresentadas, achamos pertinente a discussão do livro didático do professor de Matemática na perspectiva de recurso/documento trazida pela Abordagem Documental do Didático.

## A ABORDAGEM DOCUMENTAL DO DIDÁTICO

A Abordagem Documental do Didático tem se revelado uma perspectiva teórica e metodológica atual nas pesquisas em Educação Matemática que discutem a formação do professor através dos seus recursos para ensinar.

Há quase dez anos, Luc Trouche e colaboradores introduziram essa perspectiva que surgiu a partir da observação das mudanças na forma de ensinar e aprender que ocorreram com o desenvolvimento da *internet* e, conseqüentemente, com a expansão dos recursos tecnológicos. Essas mudanças, por sua vez, suscitaram à época, conforme os autores, novos aportes teóricos e metodológicos que permitiram a compreensão de questões emergentes, por exemplo: como analisar o trabalho que os professores realizam? Como pensar as relações entre o trabalho individual e o coletivo? Como acompanhar o trabalho do professor ao longo do tempo?

A Abordagem Documental do Didático é uma perspectiva reflexiva sobre o processo pelo qual o professor se desenvolve profissionalmente ao longo do tempo tomando como ponto de partida o uso de recursos como instrumento de trabalho, seja ele realizado na escola ou fora dela. Essencialmente, distingue o que está disponível para a atividade dos professores (os recursos) e o que eles desenvolvem para apoiar a sua atividade de ensino (os documentos).

Para Bellemain e Trouche (2016) um recurso pode ser de diferentes níveis: recursos “conteúdo” (livro didático), recurso “metarrecursos” que facilitam o acesso ao primeiro nível de recursos (*sites* de busca) e finalmente recursos para “trabalhar o conteúdo” (editores de texto, *softwares* de geometria).

Para Gueudet e Trouche (2009), existe uma relação dialética entre o recurso e um documento. Segundo os autores, esse processo pode ser representado por uma espiral, onde a elaboração de um documento provém da utilização de um conjunto de recursos que ocorre ao longo do tempo. Esse documento, por sua vez, pode constituir um novo conjunto de recursos para a geração de um novo documento.

O processo de produção de um documento, de forma simplificada, pode ser representado pela estrutura: *documento = recurso + esquemas de utilização*, para o qual os autores denominaram de *gênese documental* (GUEUDET; TROUCHE, 2009, 2016).

O termo “utilização” no “esquema de utilização” segundo Bellemain e Trouche (2016) deve ser entendido em sentido amplo:

Trata-se de toda a ação didática do professor, desde a seleção dos recursos até sua adaptação, sua estruturação, sua implementação na sala de aula, sua revisão a *posteriori* etc. Os invariantes operacionais que são a base dos esquemas orientam essa utilização dos recursos. Eles são relativamente resistentes (eles se formaram ao longo de vários ciclos de uso) (BELLEMAIN; TROUCHE, p. 11, 2016).

Os esquemas podem ser identificados quando são percebidas regularidades na ação do professor referente ao uso do recurso para uma mesma situação de aula em diferentes contextos. No entanto, também existem aspectos não observáveis nos esquemas de utilização do recurso, seus conhecimentos, chamados de invariantes operacionais, mas que podem ser inferidos a partir das concepções e crenças do professor sobre o processo de ensino e aprendizagem da Matemática que estão fortemente presentes na sua prática docente, nos documentos por eles produzidos e nos depoimentos sobre seu trabalho.

O processo de gênese documental comporta duas dimensões que tratam da influência dos recursos (possibilidades e limitações) na atividade do professor e a apropriação e (re)criação pelo professor dos recursos, modificando-os para seu uso. Guin e Trouche (1999, *apud* ASSIS, 2016) denominaram essas duas dimensões de *instrumentação* e *instrumentalização*, respectivamente.

Para Gueudet e Trouche (2009), um documento não dá apenas suporte à atividade profissional, mas também é um indicativo do desenvolvimento pro-

fissional do professor. De fato, a abordagem documental analisa o trabalho dos professores por meio das gêneses documentais. Para Bellemain e Trouche (2016), as diferentes gêneses documentais são a trama do trabalho documental dos professores. Esse trabalho documental é um motor da evolução dos sistemas de recursos dos professores e um motor do seu desenvolvimento profissional, via evolução dos seus esquemas.

Cabe destacar que não tivemos acesso aos registros (material físico) dos professores participantes quanto ao planejamento feito por eles, produzidos para suas aulas, o que nos inviabilizou de realizar uma análise mais profunda de seus esquemas de utilização e de invariantes operatórios, assim como possíveis mudanças de suas práticas ao longo da pesquisa. No entanto, direcionamos nossos questionamentos para os usos do livro quando refletem sobre a preparação ou planejamento: é um recurso suficiente para as aulas? O que utiliza dos livros (para que servem) e o que é atrativo neles para o planejamento das aulas? Cabe considerar que ao relatarem sobre usos que fazem do livro, os professores mobilizam concepções de ensino e aprendizagem presentes nos invariantes operatórios dos seus esquemas.

## OS RECURSOS E A ATIVIDADE DOCENTE

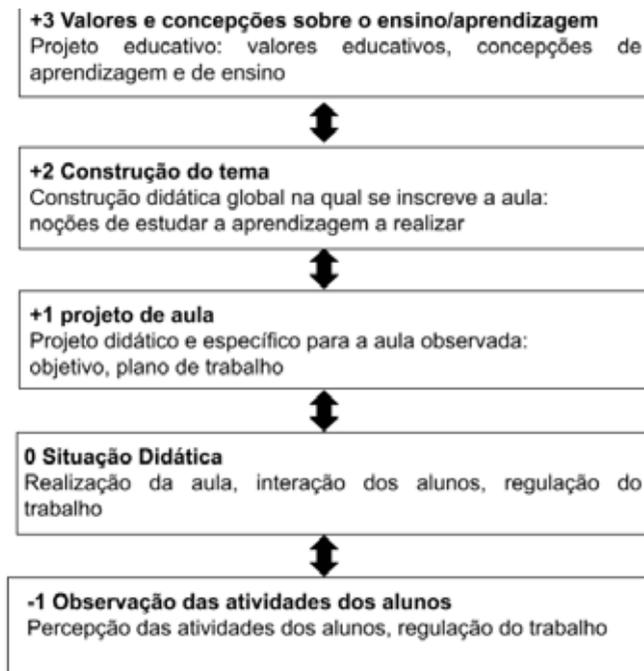
Na perspectiva da Abordagem Documental do Didático vemos a importância dos recursos na atividade do professor e que a utilização destes ocorre dentro e fora da sala de aula. É fato que para implementar uma aula (com os recursos planejados) o professor passa por diferentes fases de atividade, mas que tem como objetivo principal o aprendizado do aluno.

Podemos dizer que essas fases constituem a atividade do professor. Segundo Margolinas (2002), nessas fases é permitido analisar a complexidade da atividade docente e apreender elementos com os quais o professor interage (MARGOLINAS, 2002; MARGOLINAS; RIVIÈRE, 2005). Se há interação é porque existe um “meio” para a ação. Nessa perspectiva Gueudet e Trouche (2016) trazem e designam como “meio”, tudo o que age sobre o sujeito e sobre o qual o sujeito age.

Assim, o professor, como qualquer sujeito, modifica seu conhecimento ao longo das interações com esse tal meio. Nesse contexto, o autor enfatiza que deve haver uma reaproximação entre os recursos e os elementos do meio do professor, pois os recursos proporcionam um meio para a ação do professor, tanto quando ele prepara a sua aula como quando ele a implementa.

Assim, observamos fases da atividade do professor que ocorrem fora da sala de aula e as fases que ocorrem dentro da sala de aula. Claramente existem articulações entre elas e essas são também elementos centrais no estudo da Abordagem Documental do Didático (GUEUDET; TROUCHE, 2016). É no contexto desta análise das dimensões, que se encaixa o Nível da Atividade do Professor, proposto por Margolinas (2002). A Figura 2 apresenta um modelo constituído por cinco níveis onde eles interagem entre si de forma não linear (ESPÍNDOLA; TRGALOVÁ, 2015).

Figura 2 – Níveis de atividade do professor



Fonte: Adaptado de Espíndola e Trgalová (2016).

No nível (N+3) identifica-se a ideologia do professor quanto ao ensino e a aprendizagem, o que o leva a construir o tema de sua aula no nível (N+2). Neste nível, o professor estabelece que noções devam ser ensinadas naquele conteúdo, o que vem a ser relevante aprender. No nível (N+1), o professor apresenta o seu plano de aula, onde há todos os objetivos propostos para a efetiva aprendizagem, e as etapas para a realização do seu trabalho. Ao realizar em sala de aula tudo que ele propôs em seu plano de trabalho, o professor está no nível (N0). O (N0) trata da situação didática vivenciada em sala de aula. O nível posterior (N-1) é a

etapa onde se observa a atividade dos alunos e se eles realizam as intervenções das atividades propostas.

Ainda, segundo Margolinas (2002), podem ser atribuídos, em alguns casos, os níveis da atividade (N-2) e (N-3), onde o professor pode apresentar um retorno às respostas dos alunos, conforme seu interesse.

Segundo Espíndola e Tragalová (2016), pode também ocorrer uma “tensão” entre os níveis da atividade, ou seja, a realização de uma aula pode não corresponder às expectativas do projeto da aula, assim, tem-se uma tensão entre os níveis (N0) e (N+1).

Um estudo detalhado permite identificar invariantes operatórios pertencentes aos esquemas de utilização que regem a ação do professor em cada nível da sua atividade. Esses invariantes possibilitam a modificação ou não do documento produzido para a realização de sua aula. Essa modificação pode acontecer em qualquer nível baseado no que aconteceu em um nível precedente.

Na atividade de Planejamento, entendemos como sendo uma composição dos níveis (N+3) e (N+2) que culminam no projeto de aula (N+1). De fato, para Libâneo (2013).

[...] o planejamento é um processo de racionalização, organização, e coordenação da ação docente, articulando a atividade escolar e a problemática do contexto social. [...] o planejamento é uma atividade de reflexão acerca das nossas opções e ações. [...] a ação de planejar, portanto, não se reduz ao simples preenchimento de formulários para controle administrativo; é antes, a atividade consciente de previsão das ações docentes, fundamentadas em opções político-pedagógicas, e tendo como referência permanente as situações didáticas concretas (isto é, a problemática social, econômica, política e cultural que envolve a escola, os professores, os alunos, os pais, a comunidade, que interagem no processo de ensino) (LIBÂNEO, 2013, p. 246).

Nos baseamos nos diferentes níveis para situar e inferir concepções de ensino e aprendizagem (N+3) de professores de Matemática quando refletem sobre preparação ou planejamento (N+1): é um recurso suficiente para as aulas? O que utiliza dos livros e o que é atrativo neles para suas aulas?

## CONSIDERAÇÕES METODOLÓGICAS DA PESQUISA

O presente estudo caracteriza-se como uma pesquisa Explicativa (COSTA; COSTA, 2011) que realiza estudos de casos simultâneos com professores de Matemática a fim de verificar o uso do livro didático pelo professor de Matemática no planejamento de aulas.

Realizamos a pesquisa com a participação de seis professores de Matemática, atuantes no ensino público e/ou privado das cidades de Mamanguape/PB e João Pessoa/PB. Esses professores foram escolhidos por atuarem todos nos Anos Finais e alguns concomitantemente em escola pública e privada, o que nos dá subsídios para verificar possíveis diferenças com o uso do livro didático.

Foram elaborados dois questionários. O primeiro teve como objetivo elaborar um perfil de cada um coletando informações sobre formação profissional (inicial e continuada), tempo de experiência profissional, recursos didáticos que utilizam em seus planejamentos e com que frequência.

O segundo questionário conteve questões sobre o uso de recursos para realizar o planejamento de suas aulas, quer seja numa esfera pessoal (seleção de conteúdos, seções do livro que costumam ler) ou coletiva (participação na escolha do livro didático da sua escola e orientações da escola para uso do livro). Para este texto fizemos uma seleção de questões entre aquelas propostas na pesquisa (BOTELHO, 2019): *Quais os recursos de que você se utiliza para a realização do seu planejamento e com qual frequência? Você considera o livro didático um recurso suficiente para o planejamento das aulas? Quais os seus critérios para a escolha do livro didático? Qual a orientação feita pela instituição que você ensina a respeito do uso do livro didático?*

A coleta dos dados foi realizada através de áudios enviados pelo celular por conveniência dos professores participantes devido a indisponibilidade de horário com a pesquisadora. De modo a garantir o anonimato de suas identidades, denominamos os professores participantes como sendo: Prof. A, Prof. B, Prof. C, Prof. D, Prof. E e Prof. F.

## MAPEAMENTO DO LIVRO DIDÁTICO: INFERINDO CONCEPÇÕES E USOS

### Os professores participantes da pesquisa

Os seis professores participantes deste estudo possuem formação em Licenciatura em Matemática, sendo três com especialização na área de Educação e um com Mestrado em Educação Matemática. O prof. D leciona há 5 anos e os

demais, já têm entre 10 e 18 anos de sala de aula. Portanto, temos duas diferentes gerações de professores atuantes participando da pesquisa. Entre os professores, cinco deles têm a docência como única atividade profissional e remunerada. Todos atuam no Ensino Fundamental. Vemos também que alguns professores atuam paralelamente no ensino público e privado, mas apenas o prof. C estava também no Ensino Médio

O Quadro 1, a seguir, apresenta o perfil de cada professor no que se refere a sua formação, experiência profissional e segmento que lecionam quando da realização da pesquisa.

**Quadro 1.** Perfil dos professores

Professor	Form. inicial/tempo de formação	Pós-graduação	Tempo de experiência profissional	Tipo de instituição que atua	Segmento de atuação/carga horária semanal	Núm. de alunos por turma
Prof. A	Matemática Mais de 10 anos	Especialista	Mais de 10 anos	Privada e pública municipal	Fund. II 30h	35
Prof. B	Matemática Mais de 10 anos	Mestrado	Mais de 10 anos	Privada e pública estadual	Fund. II 40h	35
Prof. C	Matemática 1 a 5 anos	Não tem	Mais de 10 anos	Privada	Fund. II e Médio/25h	30
Prof. D	Matemática Mais de 10 anos	Não tem	1 a 5 anos	Pública municipal	Fund. II/20h	40
Prof. E	Matemática Mais de 10 anos	Especialista	Mais de 10 anos	Privada e pública municipal	Fund. II/40h	40
Prof. F	Matemática Mais de 10 anos	Especialista	Mais de 10 anos	Privada	Fund. II/30h	40

Fonte: Autoria própria.

Considerando o segundo questionário e os depoimentos dos professores participantes, conseguimos inferir concepções e usos do livro didático. Apresentamos as perguntas e as respostas dos professores seguidas de algumas reflexões.

*Quais os recursos de que você se utiliza para a realização do seu planejamento e com qual frequência?* – Para esta pergunta, os professores participantes indicaram entre os recursos didáticos apresentados aqueles que costumam uti-

lizar e com que frequência os utilizam, quer seja como recurso para planejar ou para utilizar em suas aulas. O Quadro 2, a seguir, resume as repostas.

**Quadro 2.** Frequência de uso dos recursos pelos professores

Recurso	Frequência de utilização/professor		
	Nunca	Às vezes	Sempre
Livro didático (LD)			A/B/C/D/E/F
Videoaulas		A/B/C/D/E/F	
Sites de Matemática		A/B/C/D/E/F	
Banco de Questões	A/D	C/E/F	B
Softwares Dinâmicos	D	A/B/E/F	C
Material Manipulativo		A/B/C/D/E/F	
Sequências Didáticas		A/B/C/D/E/F	
Outros livros			A/B/C/D/E/F

Fonte: autoria própria.

Vemos que o livro didático é utilizado por todos, assim como outros livros são consultados para o planejamento. Outros livros foram nomeados como um “acervo complementar”. Esses recursos complementares são utilizados para aplicação de exercícios diversos, questões de vestibulares, desafios, propostas de pesquisas para os alunos, atividades integradas a outros componentes curriculares e em alguns casos, para uso de textos que tratam da História da Matemática.

Os recursos disponíveis na internet como videoaulas e sites específicos para o ensino de matemática também foram mencionados. Quanto às videoaulas, por exemplo, os professores que são de escolas públicas relataram que gostariam de utilizá-las na aula, mas nem sempre há equipamento suficiente nas escolas e que, mesmo colocando-as no planejamento, na maioria das vezes, não conseguem executar como previsto.

*Sites* que propõem atividades, jogos e planos de aulas para todos os conteúdos também foram citados pelos professores como um recurso consultado quando há tempo hábil no fim de semana, do contrário, as aulas são planejadas e executadas apenas com o uso do livro didático. O mesmo acontece com as Sequências Didáticas, pois estas requerem uma demanda de procedimentos que por falta de tempo não permite a preparação do material que as compõem.

Já os Materiais Manipulativos, os professores que atuam nos 6º anos do Ensino Fundamental afirmaram utilizá-los por acreditar que nessa série os alunos ainda estão acostumados com atividades voltadas à construção e à manipulação.

Já o Banco de Questões, os professores A e D afirmaram que não utilizam por acharem suficientes aquelas trazidas no livro didático e que acreditam mais nas atividades manipulativas e de construção; o prof. B utiliza sempre, pois considera o recurso bastante útil e prático para otimizar o tempo do planejamento e seleção de seus exercícios e enfatiza que este recurso é construído com base em questões exploradas em avaliações externas e desenvolvem habilidades específicas em diferentes áreas da Matemática. Para ele, este recurso é muito útil para os professores que têm carga horária excessiva, que trabalham em três turnos, facilitando a montagem de instrumentos avaliativos e fazendo o bom uso da tecnologia.

No tocante aos *softwares* dinâmicos, o prof. D não o considera em seu planejamento e justifica a falta de intimidade com os recursos digitais devido à sua formação inicial. Acredita ser uma deficiência em sua formação e que pretende se especializar sobre o assunto. Já o prof. C, os utiliza com bastante frequência em função do segmento que atua o Ensino Médio, uma exigência até mesmo das escolas privadas para a preparação dos alunos para o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e outros vestibulares, e também de sua formação inicial, na qual realizou trabalhos significativos com o uso de diferentes ferramentas digitais e aos poucos passou a incorporá-las em suas aulas de Álgebra e Geometria, principalmente.

Com o segundo questionário, coletamos informações exclusivas ao uso do livro didático. A seguir, algumas das questões propostas na pesquisa seguida das respostas dos professores participantes.

*Você considera o livro didático um recurso suficiente para o planejamento das aulas?* – Esperamos com essa pergunta ter esclarecimentos sobre a integração do livro didático com outros recursos de ensino.

“Eu vejo da seguinte forma: o livro didático é um recurso, porém ele não é completo, até porque a gente trabalha com vários tipos de alunos, onde vários alunos tem deficiência e a gente encontra diariamente todas essas dificuldades; então, os livros, hoje em dia trabalham muito a questão da contextualização; infelizmente os nossos alunos não estão acostumados a trabalhar a contextualização, com a interpretação matemática; então esse é um dos problemas que a gente encontra na sala de aula e a gente não pode se apegar ao livro didático como um único recurso e para isso a gente tem as maneiras lúdicas de esclarecer...” (prof. A).

“Não considero suficiente por ser um recurso limitado.” (prof. B).

“O LD é um recurso imprescindível para o planejamento da aula, porém não podemos nos limitar. Existem diversas outras possibilidades a serem exploradas a fim de tornar a aula atualizada, dinâmica e necessária. Em resumo: é um ótimo recurso, mas não autossuficiente. Eu acredito que ele não seja autossuficiente para o planejamento da aula, até porque a gente não pode se limitar a um recurso quando se tem vários à disposição.” (prof. C).

“Apesar do LD ser um livro de caráter pedagógico, como complemento aos livros clássicos, mesmo assim, na minha opinião, o LD não é um recurso suficiente nas aulas de matemática; entendemos sim, que o LD deve ser entendido como um instrumento e que deve conter uma quantidade suficiente de exercícios para garantir a aprendizagem dos alunos, isso é fato. Na minha opinião, acredito que as aulas de matemática têm que ser umas aulas mais concretas, dinâmicas, umas aulas que possam chamar mais a atenção dos alunos...mas umas aulas que possam fazer um certo impacto, a diferença, fazer com que o aluno tenha mais atenção, mais raciocínio. Acredito que com as músicas, através das paródias, através do Datashow, através de jogos, dentre outros... volto a dizer, aulas que chamem a atenção dos alunos, que despertem o raciocínio lógico, que façam com que aqueles alunos que não gostam da matemática passem a gostar.” (prof. D).

“Eu não acho que somente o LD é suficiente. Eu creio que uma aula bem elaborada ela não vem só de um LD; ela vem de pesquisas, ela vem do dia a dia, ela vem da experiência do profissional em conhecer cada aluno, em conhecer a sua turma; cada caso é um caso, cada criança é uma cabeça diferente...então, o LD sozinho, eu acho que ele não é um recurso totalmente essencial.” (prof. E).

De forma geral, através dos relatos, todos os professores não consideram o livro didático suficiente para o planejamento das aulas de matemática, independente do conteúdo matemático. Alguns defendem que o seu uso exclusivo não “reflete” a realidade dos alunos quando propõem atividades contextualizadas ou quando não diferencia os alunos uns dos outros. Outros colocam que ele não se configura com um recurso que estimula a aprendizagem da Matemática através da ludicidade e das experiências práticas, como é possível com alguns dos materiais manipulativos citados. Mesmo assim, ele é considerado imprescindível ao trabalho dos professores.

Sendo assim, o prof. A embora sempre utilize o livro didático e também outros livros para o planejamento das aulas, ele tem dificuldades em trabalhar a contextualização matemática e opta por utilizar do livro conceitos, propriedades, exercícios e propostas de atividades lúdicas, de construção. O professor aqui, se baseia na realidade do aluno e naquilo que ele julga como interessante ele aprender. O seu planejamento é construído, em sua maioria, com atividades que propõem construção de conceitos, jogos, recortes e exercícios do livro que pro-

movam algumas técnicas operacionais, como trabalhar os algoritmos das operações, identificar regularidades em figuras geométricas, apenas como “tarefa de casa”.

Já o prof. B, utiliza o LD para direcionar a seleção de conteúdos no momento do planejamento, pois, por trabalhar em escola privada é bastante cobrada a execução de todos os conteúdos trazidos no LD para cada série, o que o direciona no seu planejamento seguir a sequência do livro como um currículo pronto, apenas inserindo algumas atividades que julga interessante acrescentar.

O prof. C, por ministrar aulas apenas em escola privada prepara o seu planejamento com recursos digitais, utiliza muito dos *softwares* para validar propriedades em suas aulas de Geometria, principalmente. Sendo assim, o livro é explorado, em sua concepção, apenas para realizar alguns exercícios que estejam em consonância com sua abordagem, pois ele também utiliza de outros livros para acrescentar questões de abordagem qualitativa para a aprendizagem dos alunos.

Vemos que o prof. D ressalta críticas a respeito do LD. Embora seja, entre os participantes da pesquisa, o professor com menos tempo de atuação profissional em sala de aula, ele se refere ao livro didático como um recurso que apresenta muitas falhas na composição da quantidade de exercícios. Defende a ideia de que ele deveria apresentar um número suficiente de exercícios que contemplasse o necessário para a aprendizagem, de modo que o professor não sentisse a necessidade de consultar outros recursos do mesmo tipo (outros livros) pois em se tratando de escola pública, dificilmente os alunos têm condições de acesso a outros recursos que não seja o livro fornecido pela escola. Em se tratando do planejamento, o professor busca levar para a sala de aula atividades interessantes que movimentem a sala de aula e a vontade do aluno investigar, pesquisar, com a intenção de que os alunos passem a gostar de realizar as atividades de matemática.

*Que partes do livro didático você costuma utilizar?* – Na sequência da entrevista, perguntamos que partes do livro os professores costumam utilizar. Esperamos com essa pergunta ter esclarecimentos sobre a utilização do livro didático considerando que eles estão organizados em partes (Manual do professor, Exercícios de Fixação, abordagem teórica do conteúdo, Questões de Vestibulares, Desafios, Contextualizando, entre outras). O nome dado a essas seções variam em cada obra, mas contêm aspectos em comum no que se refere ao direcionamento de seus objetivos. Apenas quatro professores opinaram a respeito.

“Costumo ler sempre a parte pedagógica, mas muita coisa fora da realidade...Por exemplo: meios que utilize com poucos alunos...E a nossa realidade é bem diferente, ou seja, a superlotação da turma. As atividades são literalmente fora da realidade dos alunos de escolas públicas, pelo seguinte fato: nosso maior impasse é o sistema, onde os alunos são passados adiante, onde nem as quatro operações básicas eles sabem. E essa base que alguns não tem é que na interpretação das atividades dos livros, por serem contextualizadas, eles não realizam essa interpretação. E já tem a maior dificuldade em relação a questão da leitura.” (prof. A).

“Leio todas as partes, mas priorizo as orientações para o professor, pois considero-as uma diretriz para trabalhar as atividades que são propostas em grupos e as que são voltadas para aplicações do conhecimento estudado.” (prof. B).

“Conteúdos, exercícios e aplicação do conteúdo.” (prof. C).

“Ao trabalhar os conteúdos abordados nos livros, costumo passar para os alunos os tópicos mais importantes, em termos de conceito. Para preparar as aulas, faço pesquisa em vários livros, tirando os principais tópicos. Não gosto muito de teorias, apesar de saber que são essenciais...sabendo que a matemática não é uma disciplina decorativa, por essa razão, estímulo os alunos a praticarem mais os exercícios matemáticos; também costumo fazer a leitura nas orientações para o professor para o melhor desenvolvimento dos conteúdos abordados.” (prof. D).

Vemos que o prof. A destaca a parte pedagógica do livro. Para ele é a parte do livro que apresenta propostas de atividades para trabalhar em sala ou em grupo de alunos. O prof. A destaca algo de extrema importância que acontece nas salas de aula, o número de alunos acima do adequado (mais de 40 alunos por sala). Na sua opinião, as propostas trazidas nos livros, para atividades em grupo, são adequadas e possíveis de serem trabalhadas quando em um número máximo de 25 alunos por turma, sendo assim, por isso o professor considera que são propostas fora da realidade. Da sua resposta podemos inferir que ele não utiliza ou que ele adapta a proposta do livro didático para sua realidade.

Os professores B e C também costumam ler as propostas de atividades, considerando-as que são adequadas para aplicação do conteúdo. O prof. D enfatizou gostar de ler as orientações para o professor (Guia do Professor, seção contida no final do Livro do Professor) para também desenvolver melhor atividades referentes aos conteúdos aplicados.

De maneira geral, os professores costumam dar preferência às seções que contêm propostas de atividades com aplicação do conteúdo, ou seja, quais atividades realizar para concretizar a teoria aplicada nas aulas. Na concepção dos

três professores que responderam sobre a questão, o livro contribui para esse momento do planejamento, muito embora ainda, com algumas adaptações.

*Quais os seus critérios para a escolha do livro didático?* – A escolha e distribuição do livro didático, especialmente nas escolas públicas, ocorre através do Programa Nacional do Livro Didático – PNLD<sup>23</sup>. Acreditamos que esse fato influencia nas atividades de sala de aula, com suas propostas de atividades, direcionando o planejamento e a sequência do currículo escolar.

Considerando a participação em alguma edição do PNLD realizada na escola, perguntamos aos professores quais os critérios que eles costumam para a escolha do livro que vão utilizar nos próximos anos. Esperamos com essa pergunta ter esclarecimentos sobre o que atraem os professores nos livros didáticos que costumam utilizar. Apenas quatro professores responderam.

“Eu escolho sempre os que tem mais propostas de atividades coletivas, fica sempre no final dos capítulos. Gosto também quando tem figuras diferentes, muitas imagens que facilitam o contexto. A escola deixa a gente à vontade para escolher, nunca vi imposições.” (prof. A).

“Vejo sempre as seções de exercícios, primeiramente...quando apresenta variados exercícios com contexto, situações-problemas, pra mim é o que mais vai ajudar, por que na teoria acho tudo igual. Nesse ponto, a gestão de minha escola acredita na capacidade de escolha dos especialistas que somos nós, os professores, porque é um material nosso.” (prof. B).

“Apesar de nunca ter participado de uma escolha coletiva, mas gosto dos livros que tem bastante exercícios de fixação... matemática só aprende exercitando.” (prof. D).

“Gosto de pelo menos mudar de autor de um programa para outro, esse já é um critério para mim...e vejo os que apresentam boa explanação dos conceitos e propriedades, por exemplo, e os que definem bem os objetivos...ajuda na hora do planejamento.” (prof. E).

De maneira geral, observamos que a escolha do livro é realizada por critérios de cada professor, baseados em suas experiências e suas necessidades (repertório de exercícios, de problemas, de propostas de atividade coletiva e outras). Concordamos que esses fatores devem ser levados em consideração, mas faltam os critérios, por exemplo, como aqueles expressos no Guia do livro didático. O GLD proporciona ao professor uma “radiografia” das obras, contendo os aspectos positivos e comentários a respeito do que em cada obra poderia ser melhorado,

<sup>23</sup> O Programa Nacional do Livro Didático – PNLD é o mais antigo programa de distribuição de livros a estudantes da rede de ensino público do país. O Programa compra e distribui obras didáticas aos alunos matriculados em todas as escolas de Ensino Fundamental, Médio e EJA.

embora a coleção já tenha sido aprovada. Neste sentido, o Guia traz comentários sobre, por exemplo, a abordagem dos conteúdos, o método de avaliação, a sistematização dos conteúdos propostos em cada série, a adequação ou não das ilustrações, se há ou não consonância com a atividade a que ela se relaciona.

*Qual a orientação feita pela instituição que você ensina a respeito do uso do livro didático?*

Esperamos com essa pergunta ter esclarecimentos sobre fatores externos aos professores que podem influenciar nos usos que fazem dos livros didáticos. Neste caso, consideramos orientações da instituição escolar em que eles atuam.

“Nós ficamos muito a vontade para trabalhar com o livro; não há recomendações especiais, apenas que zelem pelo livro para que outro colega possa utilizá-lo no ano seguinte.” (prof. A).

“Na escola pública não há nenhuma orientação especial para uso do LD; na escola privada sim, por terem comprado livros caros, a escola não segue um padrão de currículo, e sim “dar” todo o conteúdo trazido no LD adotado.” (prof. B).

“Tem que ministrar todo o conteúdo que o livro traz.” (prof. C).

“Utilizar o livro para não haver reclamações.” (prof. D).

“Faço do meu jeito...troco a ordem dos conteúdos...o planejamento é meu.” (prof. E).

“Tem que terminar todo o conteúdo do livro e ainda revisar alguns tópicos para a recuperação final; nas reuniões com os pais, até eles perguntam se vai dar tempo de dar todo o livro. Para eles é assim que funciona: não terminar o livro é o mesmo que o aluno não ter aprendido o que era para aprender naquele ano.” (prof. F).

Fica claro no registro dos professores que o plano anual e o plano de ensino são uma escolha baseada nas concepções que cada um tem. Não há indícios de que a escola intervém numa construção coletiva do planejamento orientada pelo Projeto político-pedagógico da escola. As colocações trazidas pelos professores relatam a necessidade do zelo do livro e da utilização integral do mesmo como um recurso de base para o desenvolvimento do currículo escolar.

## CONSIDERAÇÕES SOBRE O LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA

Em nossa pesquisa, procuramos inferir usos do livro didático associados ao planejamento de professores de matemática à luz da Abordagem Documental do

Didático (GUEUDET; TROUCHE, 2016). Consideramos a atividade de planejamento (N+1) como um dos níveis de atividade do professor, segundo Margolinas (2002), mas que é resultado da composição com os níveis sobre concepções de ensino e aprendizagem (N+3) e tema (N+2).

Ao relatarem sobre usos que fazem do livro quando refletem sobre o planejamento, os professores mobilizam concepções de ensino e aprendizagem presentes nos invariantes operatórios dos seus esquemas de utilização. Não inferimos esquemas de utilização, mas os invariantes que os guiam.

Inicialmente, percebemos que os professores utilizam os livros didáticos como *recurso curricular*. De fato, ele é referencial do conteúdo que deve ser apresentado pelo professor na sala de aula, quer seja na escola privada ou pública, quer seja ele considerado suficiente ou não.

Nas escolas privadas, há um compromisso de se trabalhar todo o conteúdo trazido pelo livro adotado na perspectiva de estar proporcionando um ensino completo para cada etapa do ensino, uma vez que isso torna-se uma cobrança dos pais. Nas escolas públicas, os professores procuram “otimizar” o conteúdo trazido nos livros. Nessa ótica, concluímos que existe uma expectativa de que o livro didático apresente o “mínimo” do que pode ser explorado em sala de aula, pois é impossível contemplar todas as atividades e propostas existentes para todas as realidades que surgem em diferentes escolas em todo o país.

Também inferimos que os professores atribuem ao livro didático uma concepção de uso associada à uma *matemática mais teórica* do que prática. Ou seja, os professores parecem não utilizar o livro didático quando decidem propor atividades com características mais experienciais e investigativas. Esta observação relaciona-se com o fato de alguns se sentirem mais atraídos pelos livros que possuem mais imagens, desenhos e propostas de atividades coletivas. Também foi observado que os professores não apresentaram critérios específicos para o ensino de matemática como metodologias, avaliação e outras presentes no Guia do Livro.

Apesar das críticas dos professores, o livro é um instrumento norteador para o ensino dos professores. De fato, inferimos que a partir do livro didático, os professores criam propostas adaptando o que propõe o livro. Por exemplo, eles preferem trabalhar com analogias considerando a realidade da comunidade escolar, a contextualização, realizando atividades que motivem o interesse do aluno em identificar a relação do conhecimento estudado em sala de aula com a sua realidade de vida. Para esta finalidade, nos parece que os professores usam

os livros didáticos como um *repertório para planejar atividades* (problemas, exercícios, situações-problemas).

Assim, baseando-se na ADD, consideramos o livro didático (de maneira genérica) como um recurso que alimenta o trabalho do professor e que permite a criação de seus documentos (planos de aulas, atividades, por exemplo). Esses aspectos nos levam a pensar no processo de gênese documental e suas duas dimensões: influência (funções) dos recursos, possibilidades e limitações na atividade do professor (instrumentação) e a apropriação e (re)criação pelo professor dos recursos, modificando-os para seu uso conforme seus contextos, necessidade e conhecimentos (instrumentalização).

## REFERÊNCIAS

ASSIS, C. F. C. de. A gênese documental na formação de professores de Matemática: interações entre o livro didático e a geometria dinâmica. *In: I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática*, 2016. Mato Grosso do Sul. *Anais*. Disponível em: [http://ladima.tuseon.com.br/uploads/file\\_manager/source/d7322ed717dedf1eb4e6e52a37ea7bcd/Trabalhos/CIBELLE%20DE%20F%C3%81TIMA%20CASTRO%20DE%20ASSIS.pdf](http://ladima.tuseon.com.br/uploads/file_manager/source/d7322ed717dedf1eb4e6e52a37ea7bcd/Trabalhos/CIBELLE%20DE%20F%C3%81TIMA%20CASTRO%20DE%20ASSIS.pdf). Acesso em: 09 abr. 2017.

BELLEMAIN, F.; TROUCHE, L. Compreender o trabalho do professor com os recursos de seu ensino, um questionamento didático e informático. *In: I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática*, 2016. Mato Grosso do Sul. *Anais*. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/0B6OphkgfrkD3eGRISWliVHg3YjQ/view>.

BOTELHO, J. A. **Os recursos LD e a BNCC no planejamento de aulas do professor de matemática do ensino fundamental**, 2019. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campina Grande, 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017.

COSTA, M. A. F.; COSTA, M. F. B. **Projeto de Pesquisa: entenda e faça**. 2ª edição. Petrópolis, RJ: Vozes, 2011.

ESPÍNDOLA, Elisângela; TRGALOVÁ, Jana. TRABALHO DOCUMENTAL E DECISÕES DIDÁTICAS DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA: um estudo de caso. **Em Teia | Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana** – ISSN: 2177-9309, [S.l.], v. 6, n. 3, jun. 2016. ISSN 2177-9309.

Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/2251>. Acesso em: 22 ago. 2017.

GUEUDET, G.; TROUCHE, L. **Do trabalho documental dos professores: gênese, coletivos, comunidades. O caso da Matemática.** Em Teia | Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana – ISSN: 2177-9309, [S.l.], v. 6, n. 3, jun. 2016. ISSN 2177-9309. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/2243>. Acesso em: 09 jan. 2017.

GUEUDET, G.; TROUCHE, L. **Towards new documentation system for mathematics teachers?** The International Journal on Mathematics Education – ZDM. Springer, Vol. 71(199-218), 2009.

HORIKAWA, A. Y.; JARDILINO, J. L. **A formação de professores e o livro didático: avaliação e controle dos saberes escolares.** Revista Lusófona de Educação, [S.l.], v. 15, n. 15, aug. 2010. ISSN 1646-401X. Disponível em: <http://revistas.ulusofona.pt/index.php/rleducacao/article/view/1530>. Acesso em: 07 jan. 2018.

LIBÂNIO, J. C. **Didática.** 2ª edição. São Paulo: Cortez, 2013.

MARGOLINAS, C. Situations, milieux, connaissances: analyse de l'activité du professeur. DORIER, J. L.; ARTAUD, M.; ARTIGUE, M.; BERTHELOT, R.; FLORIS, R. **Actes de l'allègement de l'École d'Été de Didactique des Mathématiques**, La pensée sauvage, p. 141-156, 2002.

MARGOLINAS, C.; RIVIÈRE, O. **La préparation de séance: un élément du travail du professeur.** Petit X, n° 69, p. 32-57, 2005.

OLIVEIRA, J. P. T. **A eficiência e/ou ineficiência do Livro Didático no processo de ensino-aprendizagem.** In IV Congresso Ibero-Americano de Política e Administração da Educação/ VII congresso Luso-Brasileiro de política e Administração da Educação. Porto: Escola Superior de Educação do Politécnico do Porto, 2014. Disponível em: [http://anpae.org.br/IBERO\\_AMERICANO\\_IV/GT4/GT4\\_Comunicacao/JoaoPauloTeixeiradeOliveira\\_GT4\\_integral.pdf](http://anpae.org.br/IBERO_AMERICANO_IV/GT4/GT4_Comunicacao/JoaoPauloTeixeiradeOliveira_GT4_integral.pdf). Acesso em: 09 mar. 2017.

ROSA, F. G. M. G. Os primórdios da inserção do livro no Brasil. In PORTO, C. M. (org). **Difusão e cultura científica: alguns recortes** [online]. Salvador: EDUFBA, 2009, p. 75-92. ISBN 978-85-2320-912-4. Disponível em: <http://books.scielo.org/id/68/pdf/porto-9788523209124-04.pdf>. Acesso em: 10 fev. 2018.

SANTOS, V. A.; MARTINS, L. A importância do Livro didático. In: **Candombá, Revista Virtual**, Salvador, BA, v. 7, n. 1, p. 20-33, jan – dez 2011. ISSN 1809-

0362. Disponível em: <http://revistas.unijorge.edu.br/candomba/2011-v7n1/pdf/>. Acesso em: 06 jan. 2018.

SILVA, M. A. A Fetichização do Livro Didático no Brasil. **Educ. Real.**, Porto Alegre, v. 37, n. 3, p. 803-821, dez. 2012. Disponível em: [http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S2175-62362012000300006&lng=pt&nrm=iso](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2175-62362012000300006&lng=pt&nrm=iso). Acesso em: 04 fev. 2018.

VERCEZE, R. M. A. N.; SILVINO, E. F. M. O Livro Didático e suas implicações na prática do professor nas Escolas Públicas de Guajará-Mirim. In: **Práxis Educacional**, UESB, BA, v. 4, n. 4, 2008. ISSN 2178-2679. Disponível em: <http://periodicos.uesb.br/index.php/praxis/article/viewFile/328/361>. Acesso em: 10 ago. 2017.



# METODOLOGIA REFLEXIVA

## UM OLHAR PARA A DOCUMENTAÇÃO DE PROFESSORES PARA INTRODUÇÃO AO ENSINO DE FUNÇÃO NO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO

*Armênio Lannes Xavier Neto*

*Maria José Ferreira da Silva*

### INTRODUÇÃO

O presente capítulo tem por objetivo abordar a relevância da metodologia de investigação reflexiva na análise da documentação de professores quando introduzem o ensino de função no 1º ano do Ensino Médio – EM. É parte de um estudo que se encontra em andamento, com um coletivo de professores em uma formação continuada, sob a perspectiva dos quadros teóricos da Orquestração Instrumental – OI e da Abordagem Documental do Didático – ADD.

A formação continuada foi planejada de maneira a possibilitar o estudo do fenômeno da gênese documental, considerando os princípios propostos pela metodologia de investigação reflexiva e tendo como pano de fundo a apropriação de um modelo para introduzir o ensino de função no 1º ano do EM a partir de função de uma variável real com várias sentenças matemáticas – FVSM.

Ela foi estruturada para ser desenvolvida em duas etapas: uma denominada “preparação”, relativa à sua organização prévia, com o objetivo de mapear recursos<sup>24</sup> e conhecimentos dos participantes a respeito do ensino de função, e uma

---

<sup>24</sup> O termo recurso é pensado, de acordo Gueudet e Trouche (2018, p. 7, tradução nossa) “como uma variedade de artefatos tais como um livro texto, um *software*, uma lista de exercícios,

segunda, estritamente vinculada à primeira, denominada “execução”, destinada ao processo de elaboração, aplicação e crítica de uma Sequência Didática – SD para tal ensino.

A temática função foi escolhida para ser objeto de estudo na formação continuada pois, de acordo com Oliveira (1997, p. 15), “trata-se de um tema que acaba por aglutinar praticamente todo o conhecimento matemático” que possui diretrizes bem definidas quanto a seu ensino nos documentos curriculares nacionais como os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio – PCN+ e da Base Nacional Comum Curricular – BNCC. O PCN+ salienta que o ensino de função “permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema” (BRASIL, 2000, p. 121), para construir modelos descritivos dentro e fora da matemática.

O documento sugere também, que o ensino do tema deve priorizar abordagens excessivamente formais, enquanto que a BNCC propõe que a noção intuitiva de função “possa ser explorada por meio da resolução de problemas envolvendo, a variação proporcional direta entre duas grandezas (sem utilizar regra de três)” (BRASIL, 2018, p. 227) e ainda, que os estudantes estabeleçam conexões entre variável e função e entre incógnita e equação.

Realizada esta breve introdução apresenta-se na sequência, a metodologia de investigação reflexiva, uma breve descrição da estrutura da formação continuada e as etapas de preparação e execução.

## 1. A METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO REFLEXIVA

A investigação reflexiva foi apresentada como uma metodologia de pesquisa empírica no momento da proposição da ADD por Trouche, Gueudet e Pepin (2008) tendo como características principais, a reflexão do professor sobre seu trabalho de documentação e seu envolvimento na etapa de coleta de dados. Posteriormente, foi formatada a partir da constatação de que o estudo do trabalho de documentação dos professores deveria considerar os seguintes elementos:

a diversidade dos recursos que alimentam esse trabalho e dele resultam, a variedade das interações (coletivas, institucionais e sociais e o tempo necessário para o desenvolvimento das gêneses documentais. (TROUCHE; GUEUDET; PEPIN, 2018, p. 8, tradução nossa).

---

uma reunião pedagógica ou ainda uma discussão com um colega”.

Essa reflexão a respeito da documentação de professores, que é de natureza epistemológica, levaram os autores a desenvolver a metodologia de investigação reflexiva do trabalho documental dos professores que se fundamenta nos seguintes princípios:

- 1º) acompanhamento a longo prazo;
- 2º) acompanhamento dentro e fora da sala de aula;
- 3º) acompanhamento reflexivo do trabalho de documentação;
- 4º) ampla coleta dos recursos materiais utilizados e produzidos no trabalho de documentação;
- 5º) confrontação permanente das opiniões do professor a respeito de seu trabalho de documentação. (TROUCHE; GUEUDET; PEPIN, 2018, p. 7, tradução nossa).

O princípio de acompanhamento a longo prazo está diretamente relacionado ao desenvolvimento do fenômeno da gênese documental. Como mencionado por Trouche, Gueudet e Pepin (2018), as gêneses são processos contínuos que exigem tempo para evoluir, bem como para observá-las. Parte integrante desse processo – os esquemas –, de acordo com Trouche, Gueudet e Pepin (2018, p. 9, tradução nossa), “também se desenvolvem em longos períodos de tempo” e tal qual a gênese, demandam um período extenso de observação.

O segundo princípio da metodologia de investigação reflexiva, voltado ao acompanhamento dentro e fora da sala de aula tem por intuito compreender a extensão do trabalho documental do professor. Ainda que a sala de aula constitua-se no local em que os professores implementam, revisam, adaptam e melhoram suas aulas e recursos, esse trabalho também pode ocorrer “fora dela, como em casa, em uma reunião pedagógica, ou ainda em uma formação continuada” (p. 23, tradução nossa) fazendo com que seja necessário considerá-los tão importantes quanto os eventos que ocorrem dentro da sala de aula.

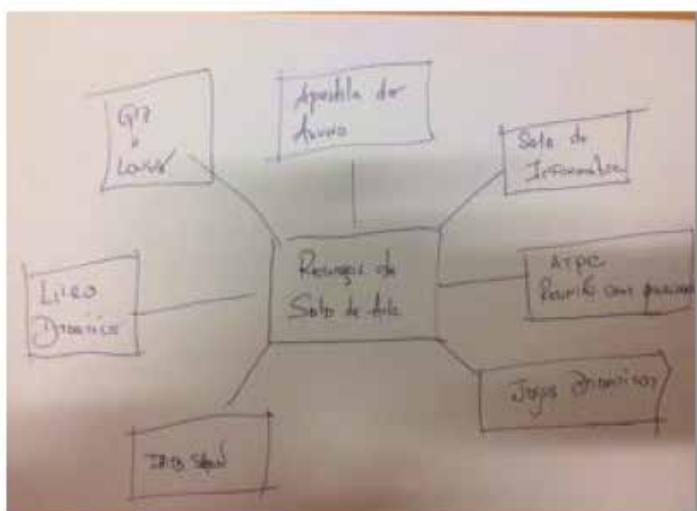
De acordo com Wang (2019, p. 81, tradução nossa) “o princípio de ampla coleta dos recursos materiais usados e produzidos no trabalho de documentação está conectado a própria ideia de recurso”. O amplo significado do termo recurso implica em que se considere aqueles de origem digital ou não, mas também todo o tipo de recurso utilizado pelo professor para o ensino e a aprendizagem de matemática dentro e fora da sala de aula.

O princípio de acompanhamento reflexivo do trabalho de documentação possui a peculiaridade de envolver o professor diretamente com a coleta de dados. Segundo Messaoui (2019, p. 94, tradução nossa) “a participação do professor é uma necessidade prática pois só ele tem acesso a todo o seu trabalho documental”.

O último princípio, proposto pela metodologia reflexiva, relacionado a confrontação permanente das opiniões do professor e seu trabalho de documentação possibilita ao pesquisador, de acordo com Trouche, Gueudet e Pepin (2018, p. 6, tradução nossa), “revisar dados coletados e sugerir que o professor interprete traços de seu trabalho documental”.

Com base nesses princípios, segundo os autores, “algumas estratégias de coleta de dados foram desenvolvidas de maneira a adaptar os princípios a diferentes contextos e questões de pesquisa” (p. 7, tradução nossa). Uma dessas ferramentas, a Representação Esquemática do Sistema de Recursos – RESR, pode permitir que o pesquisador identifique traços da evolução do trabalho documental do professor convidando-o a representar em uma folha de papel a estrutura de recursos utilizada em sua atividade docente. Pode-se observar na Figura 1, um exemplo de uma RESR em que é possível identificar o recurso sala de aula ocupando o centro do sistema de recursos de um professor e, ligados a ela, os recursos: giz e lousa, apostila do aluno, sala de informática, Atpc. Paralelo com parâmetros, Jogos didáticos, Livro Didático e Sala de aula.

**Figura 1** – Exemplo de RESR



Retirado de: Xavier Neto, Silva e Trouche (2019, p. 308).

A representação desse esquema também possibilita ao pesquisador inferir, segundo Gueudet e Trouche (s/d, p. 2), “sobre a organização da atividade profissional do professor”, além de proporcionar uma oportunidade para que reflita sobre seu trabalho de documentação. Segundo Trouche, Gueudet e Pepin (2018, p. 8, tradução nossa) “desde a proposição da ADD, a ferramenta RESR tem sido aprimorada em várias direções”, como nas contribuições de Hammoud (2012) que propôs utilizá-la na descrição de mapas mentais ou na investigação de Rocha (2018) que renomeou a RESR para Mapeamento Reflexivo do Sistema de Recursos do Professor – RMRS, com o intuito de reforçar a importância da reflexão no processo de documentação do professor.

O envolvimento do professor com a coleta de dados, a respeito de seu trabalho documental, conduziu à proposição do contrato metodológico, elaborado por Sabra (2012), que procura articular, de acordo com Trouche, Gueudet e Pepin (2018, p. 8, tradução nossa) “a relação do professor com o pesquisador a fim de que o processo de coleta de dados ocorra com fluidez”.

A utilização da visita aos professores também tem sido utilizada como estratégia para acompanhar o trabalho de documentação, fora do ambiente da sala de aula, bem como contemplar o princípio da ampla coleta de recursos materiais utilizados e/ou produzidos pelo professor e são acompanhadas de entrevistas. A respeito do local em que as entrevistas deveriam ocorrer, cabe esclarecer que algumas investigações como Hammoud (2012) e Sabra (2012), apontaram a residência como mais adequada por ser o local onde os professores, geralmente, planejam seu trabalho documental. Entretanto, trata-se apenas de uma sugestão, pois não há na metodologia reflexiva uma indicação precisa do lugar em que as visitas devam ocorrer. Além disso, segundo Trouche, Gueudet e Pepin (2018, p. 9, tradução nossa), “a metodologia de investigação reflexiva fornece diretrizes para as escolhas metodológicas, cabendo aos pesquisadores fazer escolhas ao longo do percurso investigativo”.

Após a apresentação da metodologia de investigação reflexiva apresenta-se uma breve descrição da estrutura da formação continuada em que foi utilizada.

## **2. BREVE DESCRIÇÃO DA ESTRUTURA DA FORMAÇÃO CONTINUADA**

A formação continuada, aqui apresentada, foi estruturada a partir dos cinco princípios da metodologia de investigação reflexiva com o intuito de acompanhar o processo de documentação de um grupo de professores a respeito do ensino de função na educação básica. Como o ponto central dessa metodologia

são os acompanhamentos dos professores, tivemos que elaborar uma estrutura de formação que nos permitisse observar as gêneses documentais que, de acordo com Trouche, Gueudet e Pepin (2018, p. 12, tradução nossa), “são processos que necessitam de longos períodos de observação” sem indicações do tempo demandado para seu estudo.

Para isso se estruturou a formação continuada em duas fases: a fase de preparação, planejada pelos autores de modo a iniciar o processo de acompanhamento reflexivo a longo prazo do trabalho documental dos participantes, dentro e fora da sala de aula, e contemplar o princípio da ampla coleta de materiais utilizados e produzidos no trabalho de documentação; e a fase de execução, pensada de maneira a ampliar esse processo por meio da observação do confronto das opiniões dos professores a respeito de seu trabalho de documentação.

Os dados obtidos na fase de preparação foram coletados por intermédio do preenchimento de questionários informativos e diário de bordo, diálogos produzidos em fóruns de discussão no ambiente virtual *moodle*, áudios de entrevistas individuais e recursos utilizados e/ou produzidos pelos participantes. Na fase de execução, os dados foram obtidos por meio de protocolos de observação preenchidos por um participante observador, diário de bordo, áudio, vídeo e diálogos produzidos durante os encontros presenciais, recolha dos recursos físicos e/ou digitais utilizados e/ou produzidos por participantes e seus alunos. Para organizar o material produzido em áudio foi realizada sua transcrição integral com auxílio do programa *Express Scribe*,<sup>25</sup> versão 8.20 em português.

Após a breve apresentação da formação continuada apresenta-se, a seguir, detalhes de cada uma de suas fases.

### 3. A FORMAÇÃO CONTINUADA E A FASE DE PREPARAÇÃO

Para dar início ao acompanhamento do trabalho de documentação da formação continuada, a fase de preparação foi organizada entre os meses de Julho e Agosto de 2019 (Figura 2), tendo por objetivos proceder com a seleção dos participantes, preparar questionários, o funcionamento do diário de bordo e fóruns de discussão, como ocorreriam as visitas e como aconteceriam os encontros.

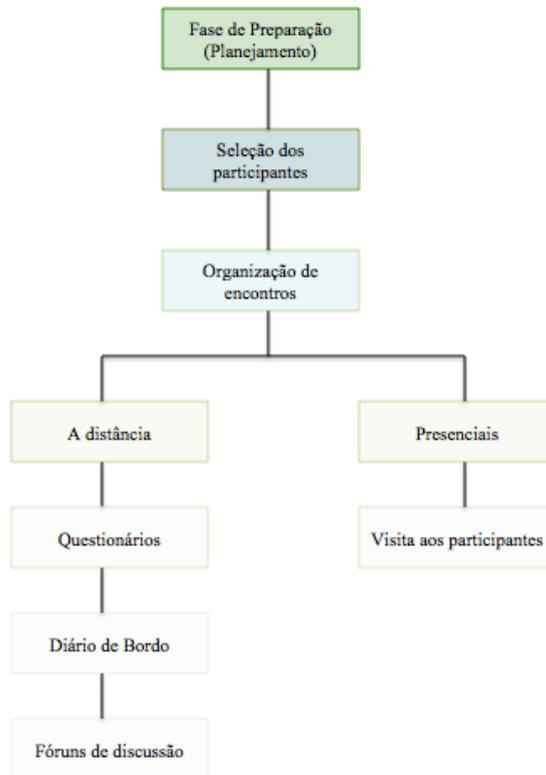
O primeiro passo dessa fase foi selecionar os participantes. Para isso, utilizou-se como critério que os professores ministrassem aulas de matemática para

---

<sup>25</sup> “*Express Scribe* é um software reprodutor de áudio profissional para PC ou Mac projetado para ajudar a transcrever gravações de áudio”. Retirado de: <https://www.nch.com.au/scribe/index.html>.

o 1º ano do EM,<sup>26</sup> devido à temática função ser desenvolvida ao longo desse ano letivo em escolas públicas e/ou privadas, conforme sugerem os documentos curriculares nacionais. O segundo passo foi decidir como os encontros de formação ocorreriam e escolheu-se por encontros de participação a distância e presenciais a fim de possibilitar o acompanhamento do trabalho documental dos participantes durante todo o período em que a formação continuada acontecesse. Para o primeiro foram planejados três modalidades de participação: o preenchimento de questionários, do diário de bordo e a viabilização de fóruns de discussão que ocorreriam pela ferramenta *Moodle*.<sup>27</sup>

**Figura 2** – Estrutura de funcionamento da Fase de Preparação



Fonte: Produção dos autores.

<sup>26</sup> Normalmente a temática função é desenvolvida nesse ano letivo em escolas públicas e/ou privadas, conforme orientação dos documentos curriculares nacionais.

<sup>27</sup> Segundo Assis (2010, p. 29) *Moodle* é um *software* livre destinado a auxiliar educadores a criarem cursos via Internet ou apoiar cursos presenciais. Este sistema de educação é também chamado de Sistema de Gerenciamento de Aprendizagem. Mais informações sobre o *Moodle* podem ser obtidas no *Site* <http://moodle.org>.

O uso de questionários informativos teve por objetivo elaborar um perfil pessoal e profissional de cada participante e reunir informações que detalhassem sua relação com recursos e seus conhecimentos. Os dados obtidos por esse instrumento foram organizados em planilhas eletrônicas na forma de tabelas e/ou gráficos que permitiram organizar as informações a respeito do perfil profissional e pessoal de cada um dos participantes. A escolha dos temas apresentados nos questionários e o conteúdo das perguntas foram adaptados de contribuições propostas por Gueudet e Trouche (s/d, p. 2) e versaram sobre temas relativos à formação, ambiente de trabalho, relação com as TIC<sup>28</sup> e a relação dos participantes com a matemática enquanto área de conhecimento e seu ensino. A construção de tal perfil também auxiliou no processo de preparação das entrevistas individuais e, ainda, complementar informações obtidas pelo questionário.

Entendeu-se também que o preenchimento de um diário de bordo, no ambiente virtual, seria capaz de oferecer detalhes das atividades dos participantes em um longo período que permitiria compreender, com mais precisão, os recursos utilizados e a natureza das atividades desenvolvidas pelos professores, tanto dentro, quanto fora da sala de aula.

A utilização da ferramenta fórum de discussão foi planejada para acompanhar discussões e troca de informações entre os participantes e, assim, o desenvolvimento da documentação dos professores, bem como viabilizar a coleta de recursos utilizados e/ou produzidos, uma vez que é possível carregar ou descarregar arquivos durante as postagens.

Enfim, prevíamos que os ambientes virtuais proporcionassem um acompanhamento estreito do trabalho de documentação do grupo, na medida em que oferece a possibilidade da coleta de recursos utilizados e produzidos, além de constituírem-se em um canal de comunicação constante entre o pesquisador e os participantes.

Considerou-se como sujeitos de pesquisa os oito professores que participaram da formação continuada, provenientes da rede pública e/ou privada, dos quais, apresenta-se, no Quadro 1, uma síntese do perfil pessoal e profissional identificados por nomes fictícios.

Ainda, na fase de preparação, foram planejadas e realizadas visitas e entrevistas individuais com os participantes, nos estabelecimentos de ensino em que trabalhavam, com o intuito de acompanhar o trabalho documental fora do ambiente da sala de aula, bem como acessar o conjunto de recursos utilizados e/ou produzidos para o ensino de função. No momento da entrevista foi proposto

<sup>28</sup> Tecnologias da informação e comunicação.

aos participantes a elaboração da RESR como estratégia de reflexão sobre o trabalho documental.

Durante a preparação foi combinado com os professores que a fase de execução ocorreria por meio de encontros presenciais semanais, com duração de 3 horas, tendo com início no mês de agosto de 2019 no campus Consolação da PUC-SP, com o suporte do ambiente virtual *Moodle*. Para o primeiro encontro um *e-mail* foi enviado aos participantes informando detalhes de sua realização.

**Quadro 1.** Perfil pessoal e profissional dos participantes da formação continuada

**Alfredo**, Licenciado em Matemática, com 7 anos de experiência profissional, 4 anos de experiência no ensino médio, trabalha em escola privada, possui carga horária de 22h/semanais, as salas de aula de sua escola são equipadas com *datashow* e um computador para o professor, há notebooks disponíveis aos estudantes (quando solicitado pelo professor), as TIC possuem papel secundário em suas aulas e considera a geometria um tópico difícil de ser ensinado.

**Antônio**, Licenciado em Matemática, com 9 anos de experiência profissional, 5 anos de experiência no ensino médio, trabalha na Prefeitura de São Paulo e em uma escola privada, possui carga horária de 30h/semanais, em ambas existem salas equipadas com computadores, acesso à internet, calculadoras e *tablets* disponíveis aos alunos, as TIC possuem papel secundário em suas aulas, e considera não existir dificuldade em ensinar qualquer tópico da matemática.

**Bruno**, Licenciado em Matemática, com 12 anos de experiência profissional, 8 anos de experiência no ensino médio, trabalha no Instituto Federal da cidade de Itaquaquecetuba – SP, possui carga horária de 40h/semanais, a instituição possui laboratório de informática onde é possível desenvolver atividades e os alunos possuem celulares pessoais, as TIC possuem papel secundário em suas aulas, e considera álgebra e estatística como tópicos difíceis para serem ensinados.

**Fabiola**, Licenciada em Matemática, com 10 anos de experiência profissional, 7 anos de experiência no ensino médio, trabalha no Instituto Federal da cidade de Itaquaquecetuba – SP, possui carga horária de 30h/semanais, a instituição possui laboratório de informática onde é possível desenvolver atividades e os alunos possuem celulares pessoais, as TIC possuem papel secundário em suas aulas e considera a álgebra como difícil de ser ensinada.

**Gabriel**, Formado em Engenharia Mecânica, com 2 anos de experiência profissional, 2 anos de experiência no ensino médio, trabalha em duas escolas privadas, possui carga horária de 30h/semanais, as instituições são equipadas com *datashow* e um computador para o professor, *notebooks* disponíveis aos estudantes (quando solicitado pelo professor) além de Laboratório de informática, as TIC possuem papel secundário em suas aulas e considera a álgebra como difícil de ser ensinada.

**Lucas**, Licenciado em Matemática, com 1,5 anos de experiência profissional, 1,5 anos de experiência no ensino médio, trabalha em escola privada, possui carga horária de 25h/semanais, as salas de aula de sua escola são equipadas com *datashow* e um computador para o professor, *notebooks* disponíveis aos estudantes (quando solicitado pelo professor), as TIC possuem papel secundário em suas aulas e considera não existir dificuldade em ensinar qualquer tópico da matemática.

**Luiz**, Licenciado em Matemática, com 20 anos de experiência profissional, 7 anos de experiência no ensino médio, trabalha em uma escola estadual e na prefeitura da cidade de Embu Guaçu – SP, possui carga horária de 40h/semanais, há laboratório de informática nas duas escolas onde trabalha, as TIC possuem papel secundário em suas aulas e considera a aritmética como difícil de ser ensinada.

**Luiza**, Licenciada em Matemática, com 20 anos de experiência profissional, 16 anos de experiência no ensino médio, trabalha em uma Escola Estadual na cidade de São Paulo, possui carga horária de 27h/semanais, na sua escola há laboratório de informática (com pouca utilização), os alunos possuem celulares pessoais, as TIC possuem papel secundário em suas aulas e considera não existir dificuldade em ensinar qualquer tópico da matemática.

Fonte: Produção dos autores.

Alguns de nossos resultados iniciais apontaram obstáculos na implementação do diário de bordo e em efetivar visitas às residências dos participantes. Inferiu-se inicialmente tratar-se de fenômenos ligados à cultura do professor brasileiro, que não tem por hábito confeccionar documentos tão minuciosos sobre sua prática profissional, como no caso do diário de bordo, e em aceitar debater detalhes de sua atividade profissional no âmbito de sua residência.

Após a apresentação da fase de preparação da formação continuada será detalhado, a seguir, a fase de execução.

#### 4. A FORMAÇÃO CONTINUADA E A FASE DE EXECUÇÃO

Para procurar responder desafios específicos provocados por nossa problemática, desenvolvemos na fase de execução da formação continuada que aconteceu durante os meses de agosto a dezembro de 2019, um dispositivo de acompanhamento do trabalho documental dos participantes. Ele consistiu na vivência de um conjunto de situações articuladas por OIs visando a elaboração coletiva, aplicação e crítica de uma SD para introduzir o ensino de função a partir de FVSM. O acompanhamento dos esquemas documentais e classes de situações a que se referiam durante os diferentes momentos de construção da SD possibilitou acompanhar a evolução da documentação dos participantes.

Cabe esclarecer que a noção de situação se refere a situações profissionais que o professor enfrentará durante sua atividade profissional alinhada às proposições de Vergnaud (1998), em que a relação entre sujeito e artefato é proporcionada por uma situação que exigirá do indivíduo, a mobilização de esquemas já existentes ou em desenvolvimento.

Na fase de execução planejamos orquestrar um conjunto de situações de ensino relacionadas à introdução do ensino de função para que os participantes da formação mobilizassem classes de situação para enfrentá-las. Quando a situação fosse familiar ao participante, supôs-se que extrairia de seu repertório referências necessárias para lidar ela com um certo grau de automatismo. Por outro lado, quando a situação fosse nova, ele procuraria inicialmente compará-la a uma classe de situações conhecidas e, por tentativa e erro, poderia recompor seus esquemas existentes e tentar adaptar-se à situação para criar, gradativamente, uma nova classe. Segundo Trouche, Gueudet e Pepin (2018, p. 5, tradução nossa), “o conceito de esquema (Vergnaud, 1998) é central na ADD, pois está fortemente ligado ao conceito de classes de situações, que designa, em nosso contexto, um conjunto de situações profissionais”, correspondentes a um mesmo objetivo da atividade.

Para viabilizar o princípio de acompanhamento a longo prazo, proposto pela metodologia de investigação reflexiva, a fase de execução foi desenvolvida para ocorrer em três etapas: elaboração coletiva, aplicação e crítica da SD.

Para a implementação da primeira etapa, de elaboração coletiva da SD, foram idealizadas situações que requereram a organização de três OIs desenvolvidas ao longo de encontros presenciais, com suporte do ambiente virtual *Moodle*, cujos objetivos e datas de realização são mostrados no Quadro 2.

**Quadro 2.** Objetivo e data dos encontros presenciais durante a elaboração coletiva da SD

Situação	Período
Reflexão	24/08/2019
Formação	31/08, 21/09, 28/09 e 05/10/2019
Organização	19/10 e 26/10/2019

Fonte: Produção do autores.

A primeira situação, de reflexão, foi planejada para ocorrer em um encontro presencial com suporte do ambiente *Moodle* com o objetivo de proporcionar reflexões a respeito das escolhas feitas pelos participantes para introduzir o ensino de função no 1º ano do EM. Para isso, foi proposto ao grupo a elaboração de uma SD para tal a partir de situações de ensino cujos recursos foram escolhi-

dos por eles(as) e que demandaram a mobilização de classes de situações. Foi estabelecida como hipótese que os participantes construiriam a SD priorizando a introdução ao ensino de função, a partir de funções do tipo afim, como uma única expressão e comportamento regular. Tal hipótese foi alicerçada a partir de estudos obtidos em investigações conduzidas por Eves (1990), Elia, Panaoura, Eracleus e Gagatsis (2006), Huh (2009), dentre outros, que indicaram ainda como consequência dessa escolha, a produção de obstáculo didático durante o processo de aprendizagem de função.

A fim de que a situação de reflexão planejada favorecesse a mobilização e/ou o desenvolvimento de esquemas documentais pelos participantes, ao longo do processo de elaboração coletiva da SD, foram elaborados uma configuração didática<sup>29</sup> e um modo de execução<sup>30</sup> que se constituiu na a OI-1. Nesse sentido planejou-se a organização de um fórum de discussão no ambiente *Moodle* para dar suporte às discussões presenciais e o arranjo físico, além da gestão do tempo e tecnologias para a realização do encontro presencial. No fórum de debates, os participantes encontrariam um espaço específico para descarregar a(s) situações de ensino que julgassem convenientes para introduzir o ensino de função no 1º ano do EM, além de digitar por meio de postagem suas justificativas para tal escolha.

Em razão do número reduzido de participantes, programou-se que durante o encontro presencial haveria um único grupo de trabalho que disporia de 90 minutos para a construção da SD e outros 60 minutos para participar de um debate reflexivo coordenado pelo formador a respeito de suas escolhas para introduzir o ensino de função.

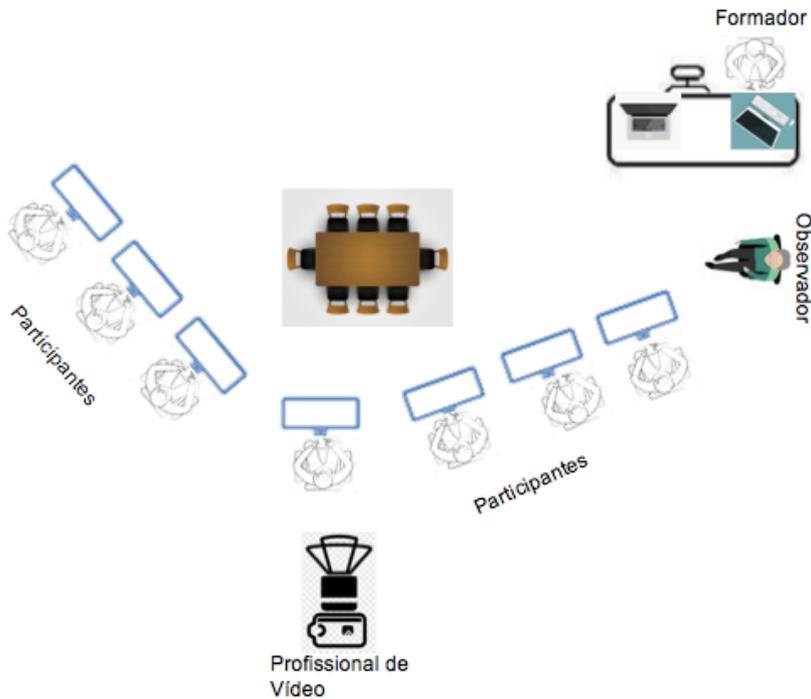
A organização do espaço físico para a realização desse encontro presencial em uma sala de aula da PUC-SP, apontada na Figura 3, mostra as posições ocupadas pelos participantes, pelo pesquisador (exercendo a função de formador), do observador e do profissional de vídeo.

---

<sup>29</sup> De acordo com Trouche (2004, p. 8, tradução nossa), “a configuração didática é um arranjo dos artefatos dentro do ambiente em que ocorre a situação de aprendizagem”.

<sup>30</sup> De acordo com Trouche (2004, p. 9, tradução nossa), “um modo de exploração refere-se à maneira com o qual um professor decide colocar em prática o arranjo dos artefatos a fim de fazer valer suas intenções didáticas”.

Figura 3 – Panorama da OI-1

Quadro Negro, Tela Branca e *Datashow*

Fonte: Produção dos autores.

Planejou-se que a *performance* didática<sup>31</sup> da OI-1 oportunizasse um balanço a respeito do que foi planejado e eventualmente alterado durante a primeira situação, ocasião em que seria possível verificar a viabilidade das intenções que foram planejadas e o êxito da OI-1. Nessa perspectiva esperou-se que a proposta potencializasse a produção de reflexões sobre as escolhas dos participantes para introduzir o ensino de função e abra caminho para abordá-la, posteriormente, por meio de FVSM. Ao longo da situação de reflexão planejou-se acompanhar o trabalho de documentação dos participantes, bem como coletar todos os recursos que porventura fossem produzidos e/ou mobilizados. Resultados preliminares obtidos durante a vivência da *performance* didática da OI-1 apontaram que a hipótese proposta inicialmente foi verificada integralmente.

<sup>31</sup> Segundo Drijvers *et al.* (2010, p. 216) “a *performance* didática está relacionado ao desempenho alcançado pelo cenário projetado, em que se faz possível, verificar a viabilidade das intenções e o sucesso da realização da OI”.

A segunda situação, de natureza formativa, foi planejada para ocorrer em quatro encontros presenciais com suporte do ambiente *Moodle*, a partir de quatro situações de ensino para introduzir função no 1º ano do EM a partir da FVSM, cujos recursos foram intencionalmente selecionados pelo formador.

Considerando o princípio de acompanhamento de longa duração, proposto pela metodologia de investigação reflexiva e, o fato de que, segundo Trouche, Gueudet e Pepin (2018, p. 8, tradução nossa) “as gêneses são processos em desenvolvimento e os esquemas se desenvolvem em longos períodos”, essas quatro situações de ensino foram idealizadas de modo a serem vivenciadas em um período de tempo razoável ao longo da formação continuada.

Conjecturou-se que o processo de resolução coletiva exigiria dos participantes a mobilização de classes de situações e possibilitasse a identificação de esquemas documentais desenvolvidos e/ou mobilizados que permitiriam o acompanhamento do processo de documentação dos participantes. O primeiro encontro, ocorrido em 31/08/2019, foi planejado para resgatar as discussões coletivas da OI-1 e para debater a primeira situação de ensino e os outros três, ocorridos em 21/09, 28/09 e 05/10/2019, para resolver e debater as demais situações de ensino.

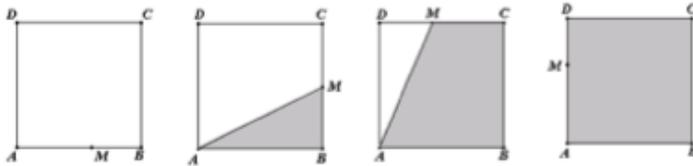
Para implementar a situação de formação planejada foram elaborados uma configuração didática e um modo de execução que constituíram a OI-2. Durante esse processo foram feitas análises *a priori* de cada uma das quatro situações de ensino propostas aos participantes, que segundo Lucena (2018, p. 244), “são fundamentais para prever eventos inerentes a essas, e, os que possam comprometer o bom desempenho dos participantes”. Essas previsões incluem o planejamento de ações alternativas para, eventualmente, contornar eventos que possam comprometer o andamento da orquestra de cada uma das situações lideradas pelo formador.

Na Figura 4 apresenta-se uma das situações de ensino proposta aos participantes.

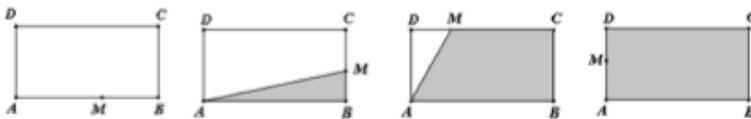
**Figura 4** – Situação de ensino proposta aos participantes durante a OI-2

**PROBLEMA.**

1. Um ponto  $M$  se desloca sobre o lado de um quadrado  $ABCD$  cujo cada lado mede  $4 \text{ u.m.}$  (figura abaixo). Designamos como  $x$  a medida referente ao comprimento do trajeto de  $A$  até  $M$ .
  - a) Expresse a área  $a(x)$  da parte colorida, segundo a posição do ponto  $M$ ;
  - b) Represente graficamente a aplicação correspondente



2. Retome as mesmas tarefas dadas na primeira questão, e considere  $ABCD$  como sendo um retângulo de comprimento  $4$  e largura  $2$  conforme a figura abaixo.



3. Retome as mesmas tarefas dadas na primeira questão e considere  $ABCD$  como sendo um losango cujos lados medem  $4 \text{ u.m.}$  e o ângulo  $C = 60^\circ$

Fonte: *Collection Mathématiques. IPN, 1991, Rep. De Mali, 9<sup>o</sup> année e 10<sup>o</sup> sciences. Hatier – Librairie Nouvelle*

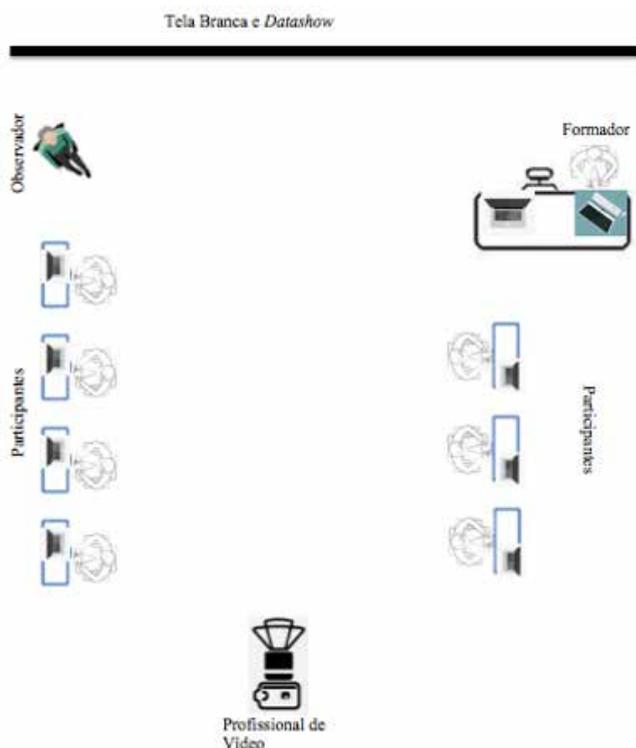
Fonte: Retirado de Xavier Neto (2016).

A situação de ensino (Figura 4) foi concebida originalmente em um contexto intramatemático,<sup>32</sup> inserida em um quadro geométrico bem conhecido dos estudantes, composta por funções do tipo afim e provocando ainda, segundo Almouloud (2016, p. 9) “o surgimento de questões do tipo: o que os alunos vão fazer?; o trabalho será desenvolvido em grupo?; que instruções fornecer?; que conhecimentos poderão ser socializados?”, suscitando reflexões a respeito do papel desempenhado por estudantes e professores no processo de construção do conhecimento de função.

Durante os encontros para realização dos quatro encontros presenciais, da situação de formação, ocorreu uma nova organização do espaço físico, pois ocorreram em um dos laboratórios de informática da PUC-SP. Na Figura 5, pode-se observar as posições ocupadas pelos participantes, pelo pesquisador que exercia a função de formador, do observador e do profissional de vídeo.

<sup>32</sup> Segundo Laudares (p. 6, 2013) “tratam-se de abordagens de situações no interior da Matemática”.

Figura 5 – Panorama da OI-2



Fonte: Produção dos autores.

Planejou-se que a *performance* didática da OI-2 trouxesse elementos acerca do que foi planejado e efetivamente alcançado ao longo da situação de formação, ocasião em que seria possível verificar a viabilidade das intenções que foram planejadas e o êxito da OI-2 à luz das análises *a priori* das situações. Nessa perspectiva considerou-se que a resolução coletiva das situações de ensino, propostas pelo formador, criariam condições para a produção de desequilíbrios nas escolhas dos professores para introduzir o ensino de função no 1º ano do EM.

A terceira situação, de organização, foi pensada para ocorrer em dois encontros presenciais e, de maneira similar às duas situações anteriores, com suporte do ambiente *Moodle*.

Considerando os princípios do acompanhamento a longo prazo, reflexão e confrontação permanente do seu trabalho documental, programou-se resgatar, durante os dois encontros presenciais, as quatro situações propostas durante a OI-2 acrescidas das contribuições feitas pelo grupo ao longo da situação de formação, de maneira que esse conjunto de recursos balizasse o trabalho de elaboração e organização da aplicação da SD por parte dos participantes.

Para que os participantes experimentassem a situação planejada, foram elaborados uma configuração didática e um modo de execução que formaram a OI-3. O espaço físico planejado para tal foi o mesmo pensando na OI-2 (Figura 5), isto é, os dois encontros deveriam ocorrer em um dos laboratórios de informática da PUC-SP a fim de potencializar o uso de tecnologia digital durante a elaboração da SD.

Programou-se que a *performance* didática da OI-3 ofereceria subsídios para um balanço das intenções que foram planejadas, comparadas ao que efetivamente foi alcançado com a situação viabilizada pela OI-3 e que permitisse aos participantes a organização de uma SD para introduzir o ensino de função no 1º ano do EM a partir da FVSM, bem como o arranjo de sua aplicação nas escolas em que seria aplicada.

Esperou-se que o documento SD, construído a partir do conjunto de recursos mobilizados e/ou utilizados pelo grupo, especialmente ao longo das OIs 2 e 3 para a classe de situações planejada, possibilitasse compreender o fenômeno da gênese documental.

A etapa de aplicação, da fase de execução, foi concebida com o intuito de observar os processos de instrumentalização e instrumentação da gênese documental durante a aplicação da SD, pois esperou-se que os participantes continuassem a mobilizar recursos e desenvolver novos esquemas documentais frente a questões levantadas por estudantes, bem como, na troca de experiências proporcionadas pela aplicação com os colegas de formação.

A aplicação da SD foi planejada para ocorrer em três turmas do 1º ano do ensino médio com alunos de três participantes da formação, em quatro oficinas durante o período compreendido entre 02 a 22 de novembro de 2019, com previsão de dois encontros presenciais com suporte do ambiente *Moodle* que ocorreram nos dias 09/11 e 16/11/2019.

Esses encontros presenciais foram planejados com o intuito de proporcionar o compartilhamento de experiências vivenciadas pelos participantes durante o período de aplicação da SD, pois esperava-se que a troca de experiências durante essa etapa faria com que os participantes continuassem a desenvolver e/ou mobilizar esquemas documentais.

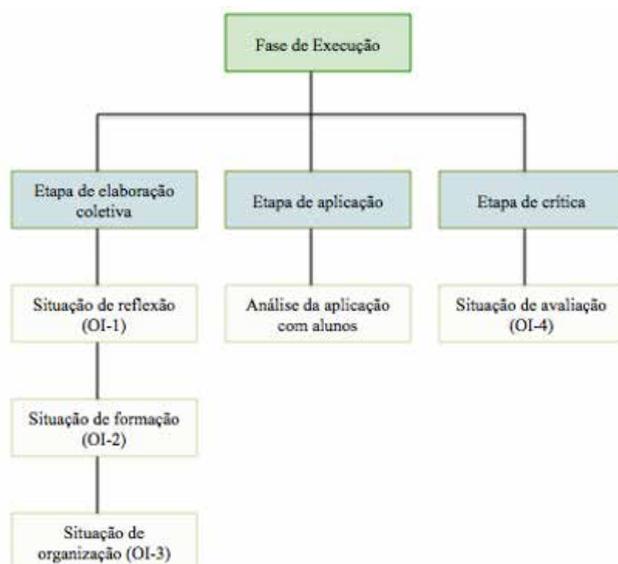
Para implementar a etapa de crítica da formação continuada foram planejados dois encontros presenciais, com suporte do ambiente *Moodle*, realizados nos dias 07/12 e 14/12/2019.

O objetivo dessa etapa foi proporcionar aos participantes a vivência de uma situação de avaliação coletiva sobre a aplicação da SD. Para isso foi disponibilizado ao grupo o acesso prévio ao conteúdo integral do conjunto de vídeos com as oficinas ministradas pelos participantes em um ambiente de dados compartilhado *gdrive*. Os participantes deveriam indicar detalhes dos trechos que gostariam de debater com o grupo em um fórum de discussão no ambiente *Moodle*.

Com intuito de dar suporte à situação de avaliação, foi organizada a OI-4 e para que a situação planejada favorecesse a mobilização de recursos e esquemas documentais pelos participantes, foram elaborados uma configuração didática e um modo de execução. A organização do espaço físico para a realização desses dois encontros presenciais foi similar às OIs anteriores (Figura 5).

Planejou-se que a *performance* didática da OI-4 oferecesse elementos de análise sobre o que foi planejado na configuração didática e modo de execução no sentido de possibilitar construir um balanço acerca da situação de crítica e discussão sobre a aplicação da SD. Esperou-se que a situação viabilizada pela OI-4 permitisse o enriquecimento do documento SD a partir da crítica e reflexão da prática profissional dos participantes, ocasião em que seria possível continuar o acompanhamento da evolução de sua documentação tendo em vista as outras sequências construídas na OI-1 e OI-3. A fase de execução pode ser esquematizada como mostra a Figura 6.

**Figura 6** – Estrutura de funcionamento da Fase de Execução



Fonte: Produção dos autores.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O acompanhamento do trabalho de documentação dos professores é um processo complexo. Os cinco princípios da metodologia de investigação reflexiva oferecem um leque amplo de opções para o acompanhamento das mais diferentes facetas do trabalho documental dos professores que envolvem o estudo de fenômenos que se desenvolvem em longos períodos, como a gênese documental ou mesmo a evolução de esquemas. Por essa razão, a quantidade de dados obtidos durante os acompanhamentos é considerável e constitui-se em um grande desafio, não apenas organizá-los, bem como dispor de um conjunto de ferramentas metodológicas para auxiliar na sua análise.

Com o intuito de adaptar os princípios propostos pela metodologia de investigação reflexiva à nossa problemática, utilizamos algumas estratégias já experimentadas com sucesso em outros estudos tais como observação fora da sala de aula, entrevista individual ou mesmo a RESR durante a primeira fase da formação continuada que intitulamos preparação e desenvolvemos uma ferramenta de acompanhamento do trabalho documental dos participantes durante a fase de execução.

Esse dispositivo constituiu-se da vivência de um conjunto de situações profissionais articuladas por OIs que nos permitiu identificar esquemas documentais e classes de situações mobilizadas pelos participantes da formação continuada, durante o processo de elaboração, aplicação e crítica de uma SD para introduzir o ensino de função.

Se por outro lado encontramos algumas dificuldades em implementar ferramentas como o diário de bordo ou a visita aos sujeitos de pesquisa, por outro, entendemos que os princípios da metodologia proporcionaram o desenvolvimento de um dispositivo capaz de oferecer respostas à nossa problemática, à luz dos referenciais teóricos da ADD e OI.

## REFERÊNCIAS

ALMOULOU, S. Modelos de ensino/aprendizagem baseado em situações-problema: aspectos teóricos e metodológicos. **REVEMAT**. Florianópolis (SC). V. 11. N. 2. P. 109-141. 2016.

ASSIS, C. F. C. **Diálogo Didático Matemático na EaD: Uma Perspectiva para o Ensino e Aprendizagem em Fóruns no Moodle**. Tese de Doutorado. UFPE. 2010.

BRASIL. BNCC. **Base Nacional Curricular – Ensino Médio**. Ministério da Educação. Brasil. 2018.

BRASIL. PCN+. **Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Ministério da Educação e Cultura. 2000.

BROUSSEAU, G. *Fondements et méthodes de la Didactique des Mathématiques*. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, 1986.

DRIJVERS, P.; DOORMAN, M.; BOON, P.; REED, H.; GRAVMEIJER, K. The Teacher and the Tool: instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. **Educational Studies in Mathematics**, Berlin Heidelberg, v. 75, n. 2, p. 213-234, Springer Netherlands, 2010.

ELIA, I., PANAOURA, R., ERACLEOUS, A., GAGATSI, A. **Relations between secondary pupils' conceptions about functions and problem solving in different representations**. *International Journal of Science and Mathematics Education*. n. 5(3). p. 533-556. Research Gate. 2006.

EVES, R. **Subject matter knowledge for teaching and the case of functions**. *Educational Studies in Mathematics*. n. 21. p. 521-544. Springer Link. 1990.

GUEUDET, G.; TROUCHE, L. **Du travail documentaire des enseignants: genèses, collectifs, communautés. Le cas des mathématiques**. *Education et didactique*, Rennes, 2, 3, 7-33. 2008.

GUEUDET, G.; TROUCHE, L. **Investigation Réflexive des genèses documentaires des enseignants**. s/d.

HAMMOUD, R. **Le Travail collectif des professeurs en chimie comme levier pour la mise en œuvre de démarches d'investigation et le développement des connaissances professionnelles. Contribution au développement de l'approche documentaire du didactique**. Tese de doutorado. L'Université Claude Bernard Lyon 1 e L'Université Libanaise. 2012.

HUH, Y. E. **Función definida por partes. Un análisis histórico – didáctico referente a su tratamiento escolar**. (Tesis de licenciatura). Universidad Autónoma de Yucatán, México. 2009.

IPN. **Colletion Mathématiques. 9<sup>e</sup> année**. HATIER Librairie Nouvelle, p. 157. Rep. De Mali. 1991.

LAUDARES, J. B. **O Conceito e a Definição em Matemática: Aprendizagem e Compreensão**. Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba. 2013.

LUCENA, R. **Metaorquestração Instrumental: um modelo para repensar a formação de professores de Matemática**. Tese de Doutorado. UFPE. 2018.

MESSAOUI, A. **Développement de l'expertise documentaire des professeurs dans des situations de mutations de leur enseignement: le cas de professeurs de mathématiques et d'anglais**. Tese de Doutorado. L'Ecole Normale Supérieure de Lyon. 2019.

NCH SOFTWARE. *Express Scribe*. Disponível em: <https://www.nch.com.au/scribe/index.html> . Acesso em: 19 Set. 2018. 2020.

OLIVEIRA, N. **Conceito de Função: Uma abordagem do processo ensino-aprendizagem**. Dissertação de Mestrado. PUC-SP. 1997.

ROCHA, K. D. M. **Uses online resources and documentational trajectories: the case of Sésamath**. In: Fan L, Trouche L, Rezat S, Qi C, Visnovska J (eds) *Research on mathematics textbooks and teachers' resources: advance and issues*. Cham, p. 235-258. 2018.

SABRA, H. **Contribution à l'étude du travail documentaire des enseignants de mathématiques: les incidents comme révélateurs des rapports entre documentations individuelle et communautaire**. Tese de Doutorado. L'Universite Claude Bernard Lyon 1. 2011.

TROUCHE, L. **Managing the Complexity of Humam/Machine Interactions in Computerized Environments: Guiding Students' Command Process Through Instrumental Orchestrations**. *International Journal of Computers for Mathematical Education*. n. 281. 2004.

TROUCHE, L., GUEUDET, G., PEPIN, B. *Documentational Approach to Didactics*. In S. Lerman (ed.). **Encyclopedia of mathematics education**. Cham: Springer. 2018.

VERGNAUD, G. *Toward a cognitive theory of practice*. In A. Sierpinska, & J. Kilpatrick (eds.), **Mathematics education as a research domain: A search for identity** (p. 227-241). Dordrecht: Kluwer. 1998.

WANG, C. **An investigation of mathematics teachers' documentation expertise and its development in collectives: two contrasting cases in China and France**. Tese de Doutorado. Université de Lyon. 2019.

XAVIER NETO, A. L. **Um estudo da Gênese Instrumental para a função de uma variável real com várias sentenças**. Dissertação de mestrado. PUC-SP. 2016.

**XAVIER NETO, A. L., SILVA, M. J., TROUCHE, L. A construção de atividades para o ensino de sequências numéricas: Uma análise pela lente da Abordagem Documental do Didático.** Educação Matemática e Pesquisa. PUC-SP. 2019.

# ORQUESTRAÇÃO INSTRUMENTAL DE UMA SITUAÇÃO MATEMÁTICA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA

*Sonia Barbosa Camargo Iglori*

*Marcio Vieira de Almeida*

## INTRODUÇÃO

Em Março de 2020, a Organização Mundial da Saúde declarou a COVID-19 como uma pandemia global. Em resposta a isso, muitos países aplicaram medidas de distanciamento social restritivas e políticas de *lockdown*.

A pandemia impactou severamente escolas, professores e alunos, visto que uma das medidas para promover o isolamento social foi adotar a suspensão de aulas presenciais. Em virtude disso, a maioria das instituições de ensino praticou o ensino remoto emergencial como abordagem de ensino.

Entendemos que o ensino remoto emergencial não se assemelha ao ensino a distância. Para Garcia *et al.* (2020), o ensino remoto emergencial

[...] é um formato de escolarização mediado por tecnologia, mantidas as condições de distanciamento professor e aluno. Esse formato de ensino se viabiliza pelo uso de plataformas educacionais ou destinadas para outros fins, abertas para o compartilhamento de conteúdos escolares. Embora esteja diretamente relacionado ao uso de tecnologia digital, ensinar remotamente não é sinônimo de ensinar a distância, considerando esta última uma modalidade que tem uma concepção teórico-metodológica própria e é desenvolvida em um ambiente virtual de aprendizagem, com material didático-pedagógico específico e apoio de tutores (GARCIA *et al.*, 2020, p. 5).

Durante o período da pandemia de COVID-19, o Instituto Península (2020) realiza uma pesquisa, utilizando métodos quantitativos, por meio de um *survey on-line* e de uma amostra por conveniência, para avaliar o sentimento e a percepção de educadores brasileiros em diferentes estágios.<sup>33</sup> A pesquisa avaliou 7.734 respostas de professores de todo país, das redes municipais, estaduais e particulares do Ensino Infantil ao Médio. Alguns resultados dessa pesquisa, divulgados em agosto de 2020, indicam que antes da paralização das aulas presenciais, 88% dos professores nunca tinham dado aula de forma remota; 83% não se sentiam preparados para ministrar aulas dessa forma e 94% reconhecem a importância da tecnologia para a aprendizagem.

Esses resultados indicam que a mudança para o ensino remoto emergencial foi drástica e professores foram obrigados a utilizar tecnologias digitais para realizar suas aulas e outras atividades de ensino. Para Engelbrecht *et al.* (2020), houve uma consequência, a necessidade de o professor ministrar aulas com tecnologias digitais.

A comunicação digital, incluindo aulas, tarefas de avaliação, engajamento de estudantes e reuniões virtuais tornaram-se “um novo normal”. Como consequência do COVID-19, a alfabetização digital e atributos que antes eram difíceis de abordar, estão sendo fomentados nos alunos para ajudá-los a navegar com sucesso no século XXI (SEHOOLE, 2020). Essa situação torna o aprendizado *online* e híbrido ainda mais relevante do que antes (p. 821, tradução nossa).

Os professores tiveram que se adaptar, rapidamente, ao ‘novo normal’. Contudo, investigações (ZBIEK; HOLLEBRANDS, 2008; DRIJVERS *et al.*, 2010; LUCENA, 2018) já indicam que professores de matemática estavam buscando a utilização de ferramentas digitais em suas aulas, antes da pandemia.

A integração de ferramentas digitais em educação matemática tem sido considerada promissora, mas complexa. E assim sendo, a escolha e o manuseio de ferramentas, a elaboração de recursos com elas e sua utilização em sala de aula, ou durante o ensino remoto, precisam ser objeto de discussão tanto na formação inicial de professores como na continuada. Isto é, a integração do professor e dos estudantes com as ferramentas digitais é essencial para a prática docente, ainda mais durante um ensino remoto emergencial.

No âmbito dessa problemática podem, também, ser inseridos questionamentos como:

---

<sup>33</sup> Os resultados parciais da pesquisa, que está em andamento, estão disponíveis em: <https://institutopeninsula.org.br/pesquisa-sentimento-e-percepcao-dos-professores-nos-diferentes-estagios-do-coronavirus-no-brasil/>.

O que é difícil, do ponto de vista do professor, integrar a tecnologia ao seu ensino de matemática? Robert e Rogalski (2005) apontam que as práticas dos professores são complexas, mas estáveis. Com base nisso, Lagrange e Monaghan (2009) argumentam que a disponibilidade de tecnologia amplia a complexidade e, como consequência, desafia a estabilidade das práticas de ensino: as técnicas que são usadas em configurações ‘tradicionais’ não podem mais ser aplicadas em uma rotina, da mesma forma quando a tecnologia está disponível. (DRIJVERS *et al.*, 2010, p. 214, tradução nossa).

Zbiek e Hollebrands (2008) indicam que, com relação ao uso da tecnologia com professores em formação ou em serviço, prefere-se focar no ensino da tecnologia ao invés de utilizar alguma tecnologia como instrumento, para aprender e ensinar matemática. Outro ponto observado, é que, embora esses professores mudem à medida que eles incorporam tecnologias à sua prática docente, preocupações de diferentes naturezas emergem quando refletem nessa incorporação. As seguintes preocupações são indicadas pelos autores: conhecimento necessário para a utilização de tecnologias, impactos advindos desse uso, gerenciamento do uso da tecnologia em sala de aula, seleção de situações, os quais podem afetar alunos, outros professores e o currículo.

Além disso, Lucena (2018) indica dois pontos relacionados à formação dos professores, com relação à utilização das tecnologias.

[...] o primeiro consiste no fato da formação do professor exigir a constituição de diversos tipos de conhecimentos, que permeiam elementos do conteúdo, da formação teórica e da prática; o segundo exige uma formação que articule teoria e prática. Tais aspectos são fundamentais à mudança de concepção e conduta desses professores na perspectiva não apenas do uso, mas, principalmente, da integração de tecnologias digitais para ensinar e aprender matemática. Isso tem levado a grandes desafios à formação inicial e em serviço, presencial ou a distância, de professores de matemática. (p. 28).

Essa lacuna relacionada à formação para o ensino com tecnologia, pode se refletir no fato de que, quando professores e estudantes migraram para o ensino remoto emergencial podem transferir e transpor metodologias e práticas pedagógicas típicas do ensino presencial para o ensino *on-line*. Nesse sentido, procuramos adaptar orquestrações instrumentais, desenvolvidas no contexto do ensino presencial, para o contexto do ensino remoto emergencial em uma situação matemática específica, relacionada ao teorema de Euler para poliedros.

Neste capítulo, abordamos a problemática relacionada à utilização de tecnologias para o ensino da matemática, com base em uma situação matemática relacionada ao teorema de Euler para poliedros, como uma possibilidade para

desenvolvimento de aulas no período de ensino remoto emergencial, apresentando modos de instrumentação e sugerindo atividades.

Foi escolhido como referencial teórico para o desenvolvimento da situação matemática a noção de orquestração instrumental. Essa noção aparece no bojo da discussão sobre ser “necessário que a pesquisa educacional, fosse além dos relatos entusiastas dos primeiros adotantes que se dedicavam em pequena escala experimentos de *design*, e fosse firmemente baseado em fundamentos teóricos” (TROUCHE; DRIJVERS, 2014, p. 1, tradução nossa). Esse referencial também atende à orientação que desejávamos adotar: uma necessidade de integrar ferramentas digitais para o ensino e aprendizagem de matemática.

Além disso, o modelo teórico da orquestração instrumental, possibilita o desenvolvimento de configurações didáticas e modos de execuções, para dar suporte à prática docente relacionada ao uso da tecnologia para ensinar/aprender matemática, em períodos de ensino remoto emergencial.

Com essa perspectiva, este capítulo foi organizado em três momentos: elaboração de uma situação matemática envolvendo o teorema de Euler; elaboração de recursos digitais com a utilização do GeoGebra, e proposição e análise de tipos de orquestração desses recursos com vistas à integralização pretendida.

Sobre a situação matemática, o teorema de Euler para poliedros, a Base Nacional Comum Curricular indica que o estudo da geometria deve envolver um

[...] conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. E ainda complementa: a Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras. (BRASIL, 2017, p. 269).

E com relação ao ensino de geometria, a BNCC indica a necessidade de utilização de *software* de Geometria Dinâmica em seu ensino. Por isso, a oportunidade de formularmos situações didáticas em que se utilize a tecnologia no ensino da geometria. A situação matemática proposta envolve conhecimentos básicos sobre polígonos e poliedros como: identificação e classificação de figuras planas (polígonos simples e não simples; polígonos convexos e não convexos); conhecimento de propriedades relacionadas a curvas (aberta e fechada); identi-

ficação e classificação de sólidos geométricos (poliedros e não poliedros, poliedros convexos e não convexos), entre outros.

Em virtude das dificuldades apontadas sobre a utilização de tecnologias, objetivamos apresentar tipos de orquestrações que possibilitem a utilização das tecnologias, por parte dos professores, no período de ensino remoto emergencial para a situação matemática considerada.

A pesquisa, apresentada neste capítulo, se insere no âmbito de uma pesquisa teórica e assim sendo os procedimentos metodológicos adotados foram de consultas e análises de material bibliográfico, como artigos científicos; textos e vídeos da Internet, entre outros. Para o desenvolvimento da pesquisa utilizamos, essencialmente, indicações de tipos de orquestrações que se adequassem a uma aula desenvolvida no contexto do ensino remoto emergencial. Além disso, consideramos trabalhos sobre o ensino do teorema de Euler e apresentações da discussão sobre as controvérsias geradas pelo teorema.

Este capítulo está organizado da seguinte forma: referenciais teóricos, situação matemática, organização didática e modo de exceção.

## REFERENCIAIS TEÓRICOS

Dois referenciais teóricos foram considerados no desenvolvimento da situação matemática, a orquestração instrumental e a teoria dos registros de representação semiótica.

A orquestração instrumental introduzida por Trouche (2004) é reconhecida por vários pesquisadores como um aporte teórico que traz subsídios a investigações voltadas à interação do professor com a tecnologia, em sua prática docente, tendo a perspectiva de provocar a gênese instrumental de seus educandos.

A gênese instrumental é um processo definido por Rabardel (1995) quando, para determinado sujeito, um artefato<sup>34</sup> passa a ser um instrumento<sup>35</sup> quando adquire significado. A Gênese ocorre quando um “instrumento resulta de um processo, denominado Gênese Instrumental, por meio do qual o sujeito cons-

<sup>34</sup> A noção de artefato é definida segundo a perspectiva de Rabardel (1995). Ele indica que um “corresponde possibilidades de transformação dos objetos das atividades, que foram antecipadas, deliberadamente pesquisadas e que são suscetíveis de se atualizar no uso (RABARDEL, 1995, p. 49, tradução nossa).

<sup>35</sup> E o termo instrumento é utilizado “para designar o artefato em situação, inscrito ao uso, em uma relação instrumental à ação do sujeito, como um meio dele. É somente uma primeira definição correspondente a uma abordagem minimal da noção psicológica de instrumento que corresponderá a um dos usos, o mais fraco, que nós teremos da noção de instrumento (RABARDEL, 1995, p. 49, tradução nossa).

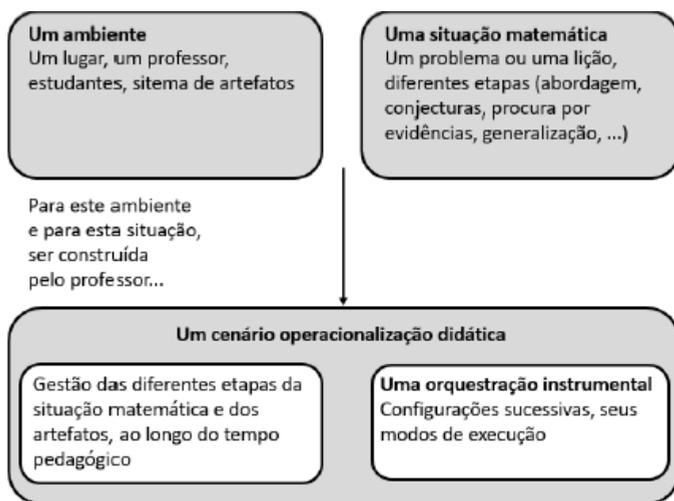
trói um esquema de utilização do artefato para uma dada classe de situações” (GUEUDET; TROUCHE, 2009, p. 204, tradução nossa, grifo dos autores).

Trouche (2004) apresenta uma metáfora para apresentar os elementos da orquestração instrumental. Ele compara a sala de aula a uma orquestra. Uma orquestra, de forma geral, pode ser reconhecida como um agrupamento instrumental composto por maestro e instrumentistas, seus instrumentos e partituras, todos dispostos em um espaço com a finalidade de executar uma música. A metáfora da orquestração instrumental (TROUCHE, 2004) compara a sala de aula a uma orquestra, em que o professor é o maestro, seus alunos são os músicos, as tecnologias digitais os instrumentos musicais, as situações de ensino são os repertórios e os objetos matemáticos estudados a música a ser tocada.

Segundo Trouche, uma orquestração instrumental é o arranjo sistemático e intencional de elementos (artefatos e seres humanos) de um ambiente, realizado por um agente (professor) no intuito de efetivar uma situação dada e, em geral, guiar os aprendizes em gêneses instrumentais e na evolução e equilíbrio dos seus sistemas de instrumentos. É sistemático porque, como método, desenvolve-se numa ordem definida e com um foco determinado, podendo ser entendido com um arranjo integrado a um sistema; é intencional porque uma orquestração não descreve um arranjo existente (sempre existe um), mas aponta para a necessidade de um planejamento *a priori* desse arranjo (TROUCHE, 2005).

Além disso, Drijvers e Trouche (2008) indicam quatro elementos para um cenário de execução didática, que é apresentado na Figura 1.

**Figura 1** – Elementos de um cenário de execução didática



Fonte: Drijvers e Trouche (2008).

No caso deste capítulo, por ser tratar de um estudo teórico, escolhemos uma situação matemática e vamos apresentar possibilidades de orquestração instrumental para a atividade considerada.

Em McKenzie (2001) e em Mariotti (2002) é revelado que a aprendizagem precisa ser guiada pelo professor orquestrando situações matemáticas. Em Kendal e Stacey (2002) e em Kendal, Stacey e Pierce (2004) é mostrado que professores privilegiam técnicas de uso de tecnologias o que acarreta orientar a aquisição de domínio das ferramentas e seus processos de aprendizagem pelos alunos.

Em Drijvers *et al.* (2010) é apresentado um estudo em que se investigou tipos de orquestrações desenvolvidas por professores quando utilizam tecnologias em sala de aula. Os dados considerados foram obtidos por meio de gravações de 38 aulas ministradas por três professores e de informações por meio de questionários e entrevistas. A análise qualitativa desenvolvida identificou seis tipos de orquestração que foram denominados por: *Technical-demo*, *Explain-the-screen*, *Link-screen-board*, *Discuss-the-screen*, *Spot-and-show*, e *Sherpa-at-work*.

A orquestração *Technical-demo* diz respeito à demonstração de ferramentas técnicas pelo professor. Uma configuração didática para essa orquestração inclui acesso ao *applet* considerado e ao ambiente digital matemático, condições técnicas para projetar a tela do computador e um arranjo que permita que os alunos acompanhem determinada demonstração realizada pelo professor. O modo de exploração para a execução dessa orquestração é descrito da seguinte forma “os professores podem demonstrar uma técnica em uma nova situação ou tarefa, ou usar o trabalho do aluno para mostrar novas técnicas na antecipação do que virá a seguir” (DRIJVERS *et al.*, 2010, p. 219, tradução nossa).

O segundo tipo de orquestração, *Explain-the-screen*, é uma explicação oferecida a todos os alunos da sala que é guiada pelo professor com base no que é exibido na tela do computador. A explicação vai além de exposição de técnicas, e envolve conteúdo matemático. O modo de exploração sugerido para esse tipo de orquestração é o seguinte: “o professor pode tomar o trabalho do aluno como um ponto de partida para a explicação, ou começar com sua própria solução para uma tarefa” (DRIJVERS *et al.*, 2010, p. 219, tradução nossa).

Quando o professor destaca uma relação entre o que acontece no ambiente tecnológico e como isso é representado na matemática convencional, seja no papel, no livro e na lousa é denominada orquestração *Link-screen-board*. Esse tipo de orquestração exige instalações de acesso e projeção do ambiente matemático digital, uma configuração didática que possua uma lousa e uma con-

figuração de sala de aula de forma que tanto a tela projetada quanto o quadro estejam visíveis aos estudantes. Da mesma forma que os tipos de orquestração anteriores, no modo de exploração desse tipo de orquestração o professor pode tomar o trabalho do aluno como um ponto de partida ou começar com uma tarefa ou situação problemática definida pelo professor.

A orquestração *Discuss-the-screen* considera uma discussão desenvolvida com todos os alunos da turma sobre as ações que acontecem no computador, objetivando desenvolver uma gênese instrumental coletiva. A configuração didática pode incluir instalações de acesso e projeção do ambiente matemático digital, que possibilite o trabalho do estudante, e um ambiente que seja favorável à discussão. Um modo de exploração, pode ser considerar o trabalho de um estudante, uma tarefa, problema ou abordagem definida pelo professor que podem servir como ponto de partida para as reações dos estudantes.

O quinto tipo de orquestração é chamado de *Spot-and-show*. Nessa orquestração o raciocínio do estudante é exposto por meio de um trabalho desenvolvido por ele, seja de modo individual ou em grupo. Uma configuração didática inclui, no momento de encontro coletivo, instalações de acesso e projeção do ambiente matemático digital, utilizado na atividade, e deve incluir, antes desse encontro, acesso, por parte do estudante, ao ambiente digital matemático. Como modos de exploração, o professor pode selecionar um aluno ou grupo, projetar o trabalho para todos os alunos e solicitar ao grupo selecionado que exponha o seu raciocínio e pedir aos outros estudantes comentários, ou que eles possam fornecer *feedback* sobre o trabalho apresentado.

A última orquestração indicada em Drijvers *et al.* (2010) é chamada de *Sherpa-at-work*. Um estudante, denominado *sherpa*, é selecionado e vai utilizar a tecnologia para apresentar seu trabalho ou realizar ações que o professor possa solicitar. As configurações didáticas são similares à da orquestração *Discuss-the-screen* e deve ser possível que o estudante *sherpa* esteja no controle da tecnologia, de forma que todos os estudantes e o professor possam acompanhar as suas ações. Como modos de exploração, o professor pode considerar o trabalho apresentado ou explicado pelo aluno *sherpa*, ou pode-se fazer perguntas ao aluno *sherpa* e pedir-lhe para realizar ações específicas no ambiente tecnológico.

Em nosso trabalho, adaptaremos três dessas orquestrações (*Explain-the-screen*, *Discuss-the-screen*, *Sherpa-at-work*) para a situação matemática considerada no contexto do ensino remoto emergencial. Contudo, entendemos ser importante destacar todas as orquestrações apresentadas em Drijvers *et al.*

(2010), para que o leitor possa conhecer e adaptar os outros tipos de orquestrações instrumentais para o seu contexto, considerando as tecnologias disponíveis.

Sobre esses seis tipos de orquestrações, os autores indicam distinções relacionadas aos papéis dos professores e dos estudantes em cada uma delas.

Nas orquestrações *Technical-demo*, *Explain-the-screen* e *Link-screen-board*, o professor domina a comunicação, e, a ação dos estudantes é restrita e o professor guia a interação Iniciação-Resposta-Avaliação. Aplicativos disponíveis, no período de ensino remoto emergencial, para realizar orquestrações centradas no professor são aqueles que permitem a realização de videoconferências, como o Google Meet, o Microsoft Teams, o Zoom, dentre outras disponíveis. Nesse tipo de aplicativo, o professor pode compartilhar a sua tela e executar orquestrações do tipo *Technical-demo* e *Explain-the-screen*. Para a execução da orquestração *Link-screen-board*, além de um aplicativo para a realização de videoconferência, seria necessário o auxílio de outros instrumentos tecnológicos, por exemplo, um que possibilite ao professor fazer anotações em linguagem matemática manuscrita, como, por exemplo, a utilização de uma mesa digitalizadora.

As outras orquestrações são centradas nos estudantes, conforme enunciam os autores:

Nas orquestrações *Discuss-the-screen*, *Spot-and-show* e *Sherpa-at-work*, os alunos têm a oportunidade de reagir e ter mais participação. Embora o professor gerencie a orquestração, há mais interação e os alunos têm mais voz do que nos três primeiros tipos de orquestração. Estes podem, portanto, ser vistos como orquestrações centradas no aluno (DRIJVERS *et al.*, 2010, p. 2010).

Uma aplicação disponível para a execução das orquestrações que sejam focadas nos estudantes, destacamos a plataforma GeoGebra Classroom.<sup>36</sup> Essa é uma aplicação que possibilita atribuir tarefas aos alunos; ver seus progressos em tempo real, enquanto trabalham em uma tarefa específica; ver quais tarefas os alunos iniciaram (ou não); fazer perguntas aos alunos e ver suas respostas instantaneamente; ocultar nomes de estudantes ao exibir respostas a determinada pergunta; possibilitar discussões entre todos os estudantes, grupos de estudantes e estudantes trabalhando individualmente.

É muito importante destacar que há tantos tipos de orquestrações quantos um professor pode pensar para a sua aula, e da mesma forma os modos de execução de uma tarefa matemática com recursos digitais, ou outros. Um professor orquestra sua aula definindo configurações didáticas e modos de execução de

<sup>36</sup> Um tutorial completo da atividade, em língua inglesa, pode ser encontrado em: <https://www.geogebra.org/m/hncrgruu>.

uma situação matemática da forma que ele considerar mais adequada. Nossas escolhas nortearam-se pelas experiências como professores, ou como formadores de professores. E têm por objetivo tratar dessa perspectiva na formação de professores.

A teoria dos Registros de Representação Semiótica é, segundo seu autor, o psicólogo francês Raymond Duval (2008), uma teoria que revela que a aprendizagem matemática depende, essencialmente da relação de um aprendiz com os diferentes registros de representação semiótica dos objetos matemáticos. Essa relação é complexa, pois depende de transformações dessas representações as quais são de dois tipos, os tratamentos e as conversões. O tratamento é uma transformação de uma representação interna a um determinado registro, e a conversão, consiste na passagem de um registro de representação a outro.

## SITUAÇÃO MATEMÁTICA

A situação matemática proposta sobre o teorema de Euler para poliedros, se destina ao ensino ou aprimoramento de conceitos matemáticos que constam de seu enunciado e da demonstração desse teorema. Ela permite tratar de identificação de padrões, classificação de objetos geométricos, realização de conversões entre representações de objetos, levantamento de conjecturas e demonstração de resultados matemáticos.

O objetivo geral dessa situação, no que se refere à formação de professores, é o de explorar as possibilidades de um quadro teórico para organizar e gerir uma situação matemática com o uso de tecnologia, utilizando três das orquestrações instrumentais apresentadas (*Explain-the-screen*, *Discuss-the-screen*, *Sherpa-at-work*). No que se refere ao aluno, o objetivo é o de se envolver nos questionamentos e solução dos problemas que compõem a situação matemática, com vistas a justificar a relação envolvida no teorema.

## ANÁLISE A PRIORI

A análise *a priori*, que subsidiou a elaboração da situação matemática, foi realizada a partir de elementos histórico-epistemológicos, de orientações didáticas constantes dos PCN (BRASIL, 1998) e da BNCC (BRASIL, 2017), e de experiências profissionais dos autores deste capítulo em formações de professores com utilização de tecnologias digitais.

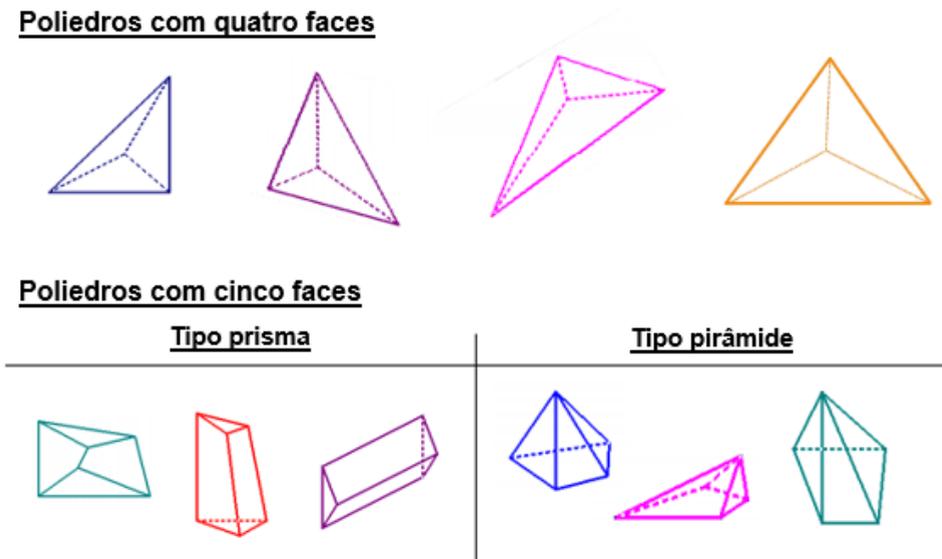
## REFERÊNCIAS HISTÓRICO-EPISTEMOLÓGICAS

O teorema de Euler<sup>37</sup> para poliedros foi descoberto mais ou menos, ao acaso, em 1758 quando Leonhard Paul Euler (1707-1783) descobriu a existência de uma relação entre o número de faces, vértices e arestas de um poliedro convexo. Ele buscava formular uma classificação dos poliedros em função do número de faces, inspirado na classificação já existente para os polígonos, como por exemplo a classificação de polígonos com quatro lados (quadrados, retângulos, losangos, paralelogramos).

Euler iniciou a sua investigação procurando classificar os poliedros em função do número de faces, assemelhados ao número de lados das figuras planas (polígonos convexos). Entre os poliedros com o mesmo número de faces, Euler classificou em prismas, pirâmides e “Outros”.

Os poliedros com quatro faces se enquadravam na categoria “pirâmide”. No entanto, os poliedros com cinco faces se dividiram entre os do “tipo pirâmide” ou “tipo prisma”, conforme Figura 2.

**Figura 2** – Classificação dos poliedros com quatro e cinco faces

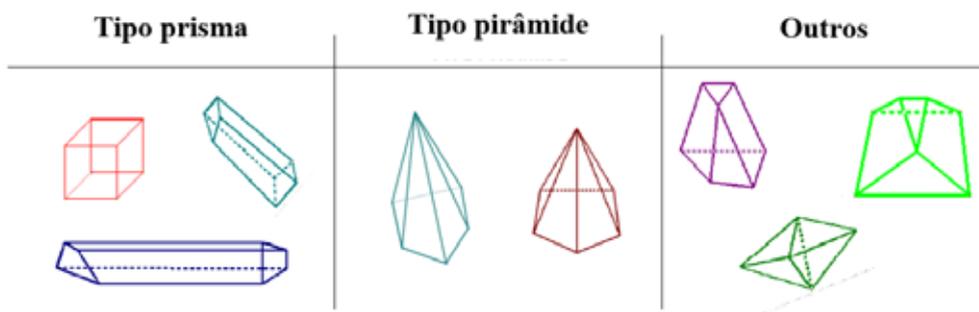


Fonte: MICHEL *et al.*, s.d., p. 4.

<sup>37</sup> O suíço Leonard Euler (1707-1783) é um dos maiores gênios de todos os tempos na matemática e na física.

E observou que para os poliedros com seis faces, começam a aparecer poliedros da terceira categoria “Outros”, como pode ser conferido na Figura 3.

**Figura 3 – Poliedros com seis faces**

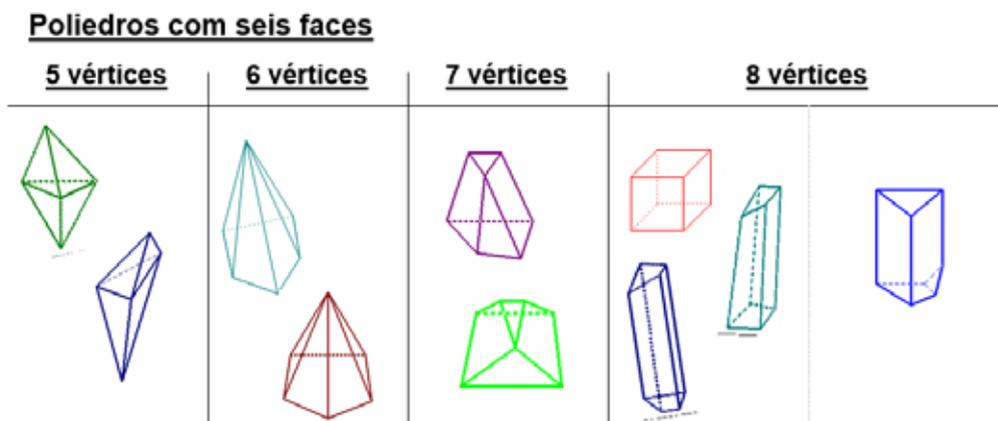


Fonte: MICHEL *et al.*, s.d., p. 4.

Euler verificou que os poliedros que tinham o mesmo número de faces e o mesmo número de vértices não se assemelhavam. São os casos de poliedro com oito vértices entre os hexaedros e aqueles com 10 vértices entre os heptaedros e os com 12 vértices entre os octaedros, por exemplo. Ele usou um segundo critério para classificar os poliedros, considerando aqueles que tinham o mesmo número de faces e o mesmo número de vértices.

Na Figura 4, apresentamos os hexaedros agrupando-os segundo o número de vértices.

**Figura 4 – Poliedros com seis faces e sua separação pela quantidade de vértices**



Fonte: MICHEL *et al.*, s.d., p. 4.

Como terceiro critério, Euler pensa no número de arestas como um meio de identificar poliedros que têm o mesmo número de faces e o mesmo número de vértices.

Para os poliedros com seis faces e oito vértices, ele ficou um pouco surpreso ao constatar que todos tinham o mesmo número de arestas (seis, oito e doze). Incapaz de distinguir e acreditando ser um caso particular dos poliedros com seis faces, ele considerou o caso de sete faces e dez vértices. E a relação se repetiu (sete, dez, quinze).

Notando que esse fato era verdade para outras famílias com o mesmo número de faces e vértices, ele conjecturou que deveria haver uma relação entre esses números. Assim chegou à sua famosa relação  $F + V - A = 2$ , que constitui o “Teorema de Euler para poliedros”.

Essa relação parece natural e evidente. No entanto, sua demonstração construiu uma história.

Várias demonstrações para essa fórmula foram propostas, em campos muito diferentes da matemática, mais ou menos completas e mais ou menos rigorosas.

Uma das mais conhecidas é a demonstração de Cauchy (1813 *apud* LIMA, 1985) e uma das mais simples é a de Legendre.

Lakatos, em seu livro *Provas e Refutações* (1976), utiliza a demonstração desse teorema de Euler, sobre poliedros, para discutir a questão das provas matemáticas, e fez isso a partir de uma análise crítica da prova de Cauchy. Lima (1985) considerou que Lakatos não finaliza sua análise crítica à demonstração de Cauchy, e apresenta uma proposta sua.

De fato, Euler, que não conceituou poliedro, admitia que essa relação era válida para os poliedros que hoje denominamos convexos. Ou melhor, ele achava que a relação classificava os poliedros convexos.

No entanto, é aí que está a famosa controvérsia, há muito tempo se sabe que seu teorema representa apenas uma condição necessária, isto é, o que vale é a relação no seguinte sentido: “se um poliedro é convexo então  $F + V - A = 2$ ”. Não é verdadeira a direção “se  $F + V - A = 2$  então o poliedro é convexo!” Há exemplos de poliedros não convexos para os quais  $F + V - A = 2$ . Euler não percebeu isso. A controvérsia sobre o teorema de Euler perdurou mais de um século. Sua história está escrita nas notas de rodapé do livro Lakatos (1976). A solução definitiva dessa controvérsia deve-se a Poincaré (LIMA, 1985). E qual é essa solução definitiva? A resposta a essa pergunta tem que ficar para outro nível de ensino porque está fora da Geometria estudada na escola básica. Mas é

possível dar pistas. A condição necessária e suficiente está garantida para sólidos que parecem bolas de futebol com aqueles losangos desenhados.

## ELEMENTOS DIDÁTICOS E PEDAGÓGICOS

A situação matemática foi delineada com o objetivo de levar os alunos a fazerem conjecturas, a se interessarem em valorizar a demonstração de resultados matemáticos e a perceberem que a matemática também tem gerado controvérsias em seu desenvolvimento histórico.

No que tange aos professores, o interesse dos autores do capítulo foi propor tipos de orquestrações visando revelar o papel que eles podem desempenhar durante a execução de atividades, o uso de recursos e com a finalidade de ultrapassarem um ensino destinado a algoritmos e técnicas, em síntese, elaborar configurações didáticas para uma situação matemática e organizar modos de exploração dos recursos envolvidos. Uma das formas usuais de exploração da relação de Euler tem sido a seguinte: dados os números de faces e de vértices do poliedro buscar o número de arestas, ou variação disso. Na situação matemática aqui proposta objetiva-se que os alunos acompanhem a elaboração dessa relação e que percebam as questões ligadas à discussão de sua generalidade.

É previsto que os alunos tenham estudado polígonos em anos anteriores, e que eles e os professores tenham conhecimentos elementares de utilização do GeoGebra. O tempo de duração das atividades que constituem a situação matemática depende, como é usual, dos conhecimentos dos alunos, das condições da organização e gestão da sala de aula em um ambiente de ensino remoto e emergencial, ou também presencial. Para essa proposta admitimos que cada atividade deva ter a duração de uma aula de 50 minutos.

## A SITUAÇÃO MATEMÁTICA (DESENVOLVIDA POR UM GRUPO DE ATIVIDADES)

A situação matemática, aqui proposta, é desenvolvida em sete atividades  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ ,  $A_4$ ,  $A_5$ ,  $A_6$  e  $A_7$ . Assumimos que cada atividade desenvolvida, está sendo realizada por meio de videoconferências on-line e que os estudantes tenham um computador e acesso à internet.

As atividades foram organizadas com uso do GeoGebra e estão disponibilizadas na plataforma GeoGebra Materiais, que podem ser acessadas por meio de links indicados no corpo do texto.

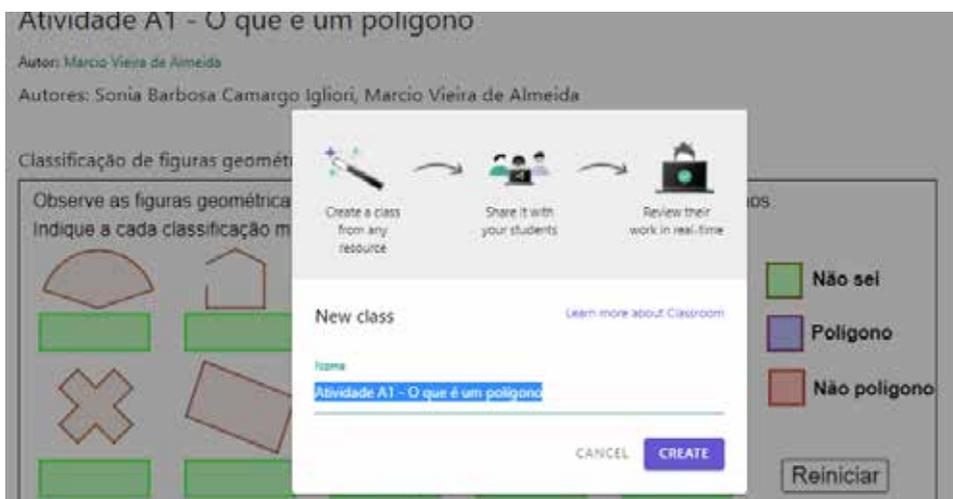
Atividade  $A_1$ : Responder à questão: o que é um polígono?

Objetivos: desenvolver competências de classificar e de realizar conversão do registro representação geométrico para língua natural. O modo de execução dessa atividade é proposto em dois passos.  $P1_1$ : identificação de polígonos entre figuras planas.  $P1_2$ : levar os alunos a proporem uma ‘definição’ de polígono por meio da conversão da representação, do registro geométrico para língua natural.

Essa atividade pode ser organizada pela orquestração instrumental do tipo *Sherpa-at-work* (DRIJVERS *et al.*, 2010). Consideramos conveniente esse tipo de orquestração porque o professor acompanha a produção dos demais alunos e por se tratar de conhecimentos já adquiridos. No passo  $P1_1$ , o alvo é identificar objetos matemáticos, os polígonos. Para isso foi elaborada uma tarefa com o GeoGebra, que está disponível em <https://www.geogebra.org/m/e6ka4cgh>. Essa tarefa é compatível com os objetivos da atividade, pois, favorece a classificação de figuras.

Depois de acessar o link disponibilizado no parágrafo anterior, pode-se criar uma sessão na plataforma *GeoGebra Classroom* para a atividade. Para isso, o professor deve clicar no botão ‘*Create Class*’, localizado no canto superior direito da atividade, e assim será aberta uma janela, na qual o professor pode criar o nome da sua sala, como apresentado na Figura 5.

**Figura 5** – Disponibilizando uma atividade no GeoGebra Classroom



Fonte: Produção nossa.

A partir desse momento, o professor será transferido para a plataforma GeoGebra Classroom e aparecerão instruções para o acesso da atividade selecionada pelo professor por meio de um código, como pode ser visto na Figura 6.

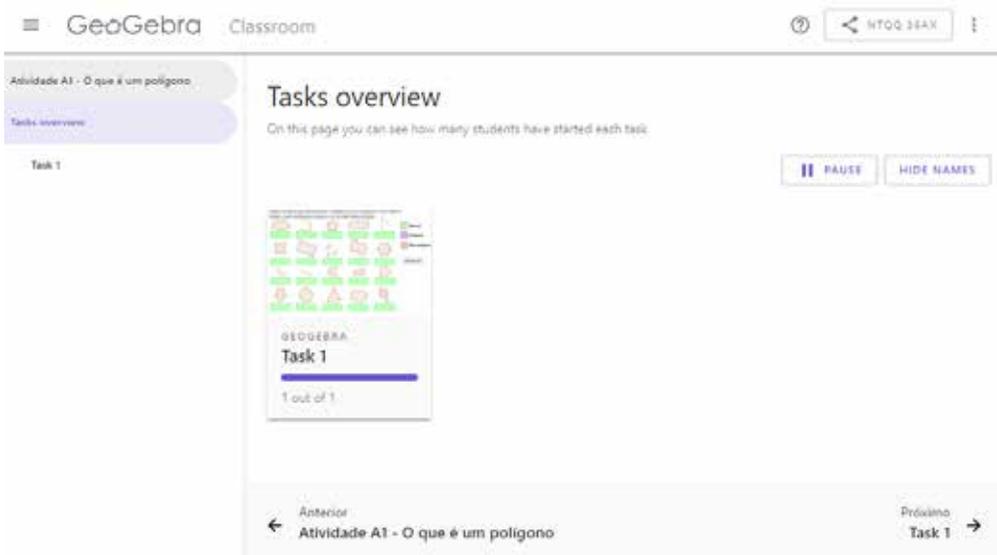
**Figura 6** – Código para o acesso para a atividade A<sub>1</sub> na plataforma GeoGebra Classroom



Fonte: Produção nossa.

Depois que os alunos acessarem a atividade no GeoGebra Classroom, o professor terá acesso a um painel no qual é possível acompanhar o desempenho dos alunos enquanto realizam a atividade em tempo real, no menu ‘*Task Overview*’, como apresentado na Figura 7.

**Figura 7** – Painel do GeoGebra Classroom que apresenta o trabalho dos alunos



Fonte: Produção nossa.

Essa tarefa pode ser resolvida individualmente. Sugerimos um tempo para a realização da tarefa, o qual pode ser alterado, em função do que o professor percebe no desenvolvimento de sua aula. Ao final do tempo estipulado, o professor seleciona a atividade desenvolvida pelo estudante *Sherpa* e compartilha a sua tela com todos os alunos. O professor, então, pode desencadear uma discussão com todos os estudantes solicitando aos outros alunos que indiquem suas concordâncias e suas discordâncias, em relação ao que consta na tela compartilhada. A atividade se encerra quando os polígonos estiverem distinguidos das demais figuras.

O passo  $P1_2$  é relativo à conversão da representação do registro de representação geométrico para língua natural. Durante o passo  $P1_1$  o professor pode marcar em um editor de texto as palavras-chave indicadas pelos estudantes durante a discussão, por exemplo, ser fechado, não ser redondo etc. O professor pode ir anotando as palavras e ir construindo com os estudantes uma proposta de ‘definição’ e toda a discussão se repete até o momento que o professor perceba que pode sistematizar uma definição de um polígono, que pode ser apresentada da seguinte forma:

Um polígono é constituído de vértices e lados tais que:

Os vértices formam um conjunto finito (ordenado) de pontos em um mesmo plano;

Os lados são segmentos de reta que possuem extremidades nos vértices;

Dois lados consecutivos nunca estão alinhados (colineares);

Qualquer vértice é extremidade de exatamente dois lados;

Os vértices e os lados formam uma figura conexa (em uma única parte); (MICHEL *et al.*, s. d., p. 39, tradução nossa).

Atividade  $A_2$ : Responder à questão: O que é um polígono convexo?

Objetivos: desenvolver competências de classificar, identificar polígonos convexos a partir dos registros de representação geométrico e da língua natural. O modo de execução se apoia em conversão de representações, e na apresentação de uma noção intermediária, a de polígono simples, com a intenção de realçar condições que um polígono deve satisfazer para ser um polígono convexo.

A atividade é desenvolvida em três passos. Passo  $P2_1$ : identificar polígonos simples e não simples em um conjunto de polígonos. Passo  $P2_2$ : identificar

polígonos convexos e não convexos entre polígonos simples. Passo P2<sub>3</sub>: chegar, no registro de representação em linguagem natural, à definição de um polígono convexo, passando primeiro pela definição de polígono simples.

A atividade A<sub>2</sub> é orientada pelas orquestrações dos tipos *Explain-the-screen* e *Sherpa-at-work*. Na configuração *Explain-the-screen*, o professor dá explicações à classe toda utilizando recursos digitais. Consideramos adequado o acréscimo dessa configuração devido ao fato de estar prevista a introdução de conceitos novos, e nos parece mais complicado a utilização da orquestração *Sherpa-at-work* nesses momentos. Mas, não descartamos a configuração do *Sherpa*, pois há situações em que a participação dele parece essencial.

Como modo de execução é prevista a apresentação pelo professor, de definições escritas (registro em língua natural) de um polígono simples e de um polígono convexo. Definições escritas: 1) *polígonos simples*: um polígono é simples se e somente se dois lados não consecutivos não se interceptam, e, é *não simples* se há dois lados consecutivos que se interceptam. 2) *polígonos convexos*: um polígono é *convexo* se e somente se todo segmento fechado e determinado por dois pontos quaisquer do polígono está inteiramente contido nele, e, é *não convexo* se existem, ao menos dois pontos do polígono, tais que o segmento fechado cujos vértices são esses dois pontos, não está inteiramente contido no polígono. Cada definição deve ser seguida de exemplos e contraexemplos que podem ser exibidos durante a fala do professor.

Em seguida a professora pode criar uma sessão na Plataforma GeoGebra Classroom, como a atividade que pode ser encontrada pelo link <https://ggbm.at/ZpDzzTfC>, dar um tempo para que os alunos respondam a atividade, e ao final desse tempo, selecionar a atividade do estudante *Sherpa* para desencadear a discussão coletiva. A partir daqui ocorrem a discussão e a finalização, da mesma forma como proposto na atividade A<sub>1</sub>.

Atividade A<sub>3</sub>: analisar e demonstrar a situação plana do teorema de Euler.

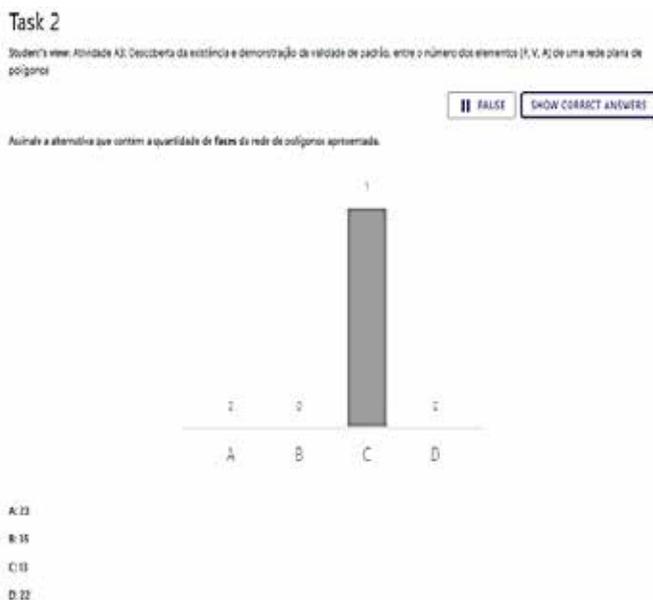
Objetivos: Identificar padrões, transitar entre os registros de representação geométrico e língua natural, por meio de conversões desses registros nos dois sentidos. Essa atividade foi proposta como preparação ao estudo do teorema para o caso espacial, ou seja, para os poliedros.

Tipo de Orquestração instrumental proposta: *Explain-the-screen*. Foi escolhido esse tipo de orquestração pela característica da atividade A<sub>3</sub>, em que o professor precisa introduzir conceitos e proposições novas.

P3<sub>1</sub>: Introduzir a noção de uma rede plana de polígonos, nos registros de representação geométrica e língua natural. O professor introduz a noção de uma rede plana de polígonos, compartilhando a tela com os estudantes na atividade disponibilizada no link <https://www.geogebra.org/m/k8yrdpvn>. Em seguida, seria possível formalizar a noção de rede plana de polígonos constituída de faces, vértices e arestas tais que: as faces são polígonos simples, as arestas são intersecções de duas faces ou fronteira da rede; os vértices são intersecções de duas arestas; as faces, os vértices e as arestas formam um conjunto conexo (em uma parte).

O professor pode criar com o material disponibilizado no link anterior, uma sessão no GeoGebra Classroom de forma que cada aluno possa trabalhar nas atividades 2, 3 e 4. De forma que eles possam obter o número de faces, vértices e arestas de uma rede de polígonos. No caso de questões de múltipla escolha, a plataforma GeoGebra Classroom, exibe um gráfico de barra, no qual o professor consegue verificar como está o desempenho dos estudantes da turma enquanto respondem uma atividade de múltipla escolha. Veja um exemplo, na Figura 8.

**Figura 8** – Resposta de uma atividade de múltipla escolha na plataforma GeoGebra Classroom



Fonte: produção nossa.

P3<sub>2</sub>: Demonstrar a proposição: O número  $F + V - A$  não se altera se os polígonos da rede forem triangularizados. Para isso é preciso inicialmente construir

com os alunos, por meio da orquestração *Explain-the-screen*, uma triangularização de um polígono simples em dois casos possíveis, como apresentado na atividade disponível em <https://www.geogebra.org/m/k8yrdpvn>. E discutir com eles para confirmar que um polígono simples qualquer, com  $n$  lados, pode ser transformado em  $(n-2)$  triângulos. Com o auxílio de tabelas, que podem ser construídas pelo professor, pode-se mostrar em casos particulares, que o número resultante de  $F + V - A$  não se altera se um dos polígonos da rede for triangulizado. A verificação é realizada para as duas possibilidades de triangulação de um polígono particular, disponíveis na atividade. Sugere-se que a orquestração seja repetida para todos os polígonos da rede, e ao final, obtém-se o mesmo número de antes da triangularização.

P3<sub>3</sub>: Verificar que o número  $F + V - A$  de uma rede não se altera se se subtrai um triângulo. Pode-se utilizar a atividade “Desenvolvendo a relação para a rede de polígonos planos:  $F + V - A = 1$ ”.<sup>38</sup> Essa atividade pode ser mediada por meio de uma orquestração do tipo *Explain-the-screen*. Com simulações realizadas por meio do aplicativo construído, suprimos um triângulo da rede resultante e confirmamos que o número de faces, mais vértices subtraindo do número de arestas é o mesmo que o inicial. A rede construída no GeoGebra favorece o entendimento de que o procedimento de suprimir triângulos pode continuar até que reste apenas um triângulo  $T$ , e então  $F_T + V_T - A_T = 1$ .

A partir desse ponto, apresentamos as atividades que serão desenvolvidas e apenas indicaremos a forma de orquestração a ser utilizada, sem inserir detalhes técnicos sobre a plataforma GeoGebra Classroom, como feito nas atividades anteriores.

Atividade A<sub>4</sub>: Responder à questão: O que é um poliedro?

Objetivos: desenvolver competência de classificar, e, de realizar conversão de registros. Nessa atividade, sugerimos a utilização da mesma configuração didática e o mesmo tipo de orquestração da atividade A<sub>1</sub>. Com o apoio da classificação das figuras espaciais em poliedros e outros, como pode ser visto em <https://ggbm.at/kkfrnjkn>. Todos os meios de execução devem levar à caracterização dos poliedros. Espera-se obter como definição: ‘Um poliedro é constituído de faces, de vértices e de arestas tais que: as faces são polígonos, as arestas são intersecções de duas faces, as extremidades das arestas são os vértices, as faces, os vértices e as arestas fazem um conjunto convexo (em apenas uma parte); duas faces contíguas não são coplanares, cada vértice pertence a apenas um ângulo poliedro.

<sup>38</sup> Disponível no link: <https://www.geogebra.org/m/k8yrdpvn>.

Atividade  $A_5$ : Responder à questão: O que é um poliedro convexo?

Objetivos: desenvolver competência de classificar, identificar um poliedro convexo a partir dos registros de representação geométrico e língua natural. Repetir a orquestração da atividade  $A_2$  com a seguinte atividade: <https://www.geogebra.org/m/ugm7tykb>. Definição na língua natural: um poliedro é convexo, se e somente se, para toda face  $f$  o poliedro pertence a uma das regiões  $R_1$  ou  $R_2$  que o plano que contém face  $f$  divide o espaço.

Atividade  $A_6$ : enunciar e demonstrar o teorema de Euler para poliedros convexos. Essa é a atividade central e alvo da situação matemática descrita neste capítulo. Sugere-se dois tipos de configurações didáticas, acontecendo em conjunto. Em parte do trabalho o professor precisa tomar o comando da tecnologia e trabalhar com a classe toda, como por exemplo, quando introduz a noção de diagrama de Schlegel. Para esses momentos, sugerimos a configuração didática tipo *Discuss-the-screen*. Em outros momentos em que as situações são assemelhadas ao caso plano, o professor tem mais a função de selecionar respostas e coordenar discussões sugerimos o *Sherpa-at-work*. Essa atividade tem como modo de execução a realização em cinco passos, orientados pelo encaminhamento das ideias desenvolvido pelo próprio Euler.

No passo  $P6_1$  os alunos analisam uma figura (disponível em: <https://www.geogebra.org/m/xgcvztfc>) com poliedros separados pelo número de faces. Pode-se escolher um estudante *Sherpa* para conduzir a discussão de possível categorização desses poliedros, considerando duas categorias: prismas ou pirâmides. Conferir que essas duas categorias não são suficientes para poliedros com seis ou mais faces. Discute-se então a tentativa de categorização de poliedros em função do número de vértices e depois pelo número de arestas. Repetem-se a ausência de padrão. Busca a categorização por poliedros que tenham o mesmo número de faces e de vértices.

No passo  $P6_2$ , o professor exhibe para todos os alunos, os encaminhamentos de Euler, de que poliedros com seis faces e oito vértices tinham 12 arestas. Repetiu essa análise com poliedros, de sete faces e dez vértices e constatou regularidade na relação entre os números de faces, vértices e arestas.

No passo  $P6_3$ , o professor desafia, então, os alunos para descobrir essa regularidade (ou padrão), uma fórmula proposta e demonstrada por Euler, entre o número de faces, de vértices e de arestas, de um poliedro convexo, e passa a coordenação do trabalho com software e projetor ao *Sherpa*, que projeta na tela uma tabela (que está disponível em <https://www.geogebra.org/m/xgcvztfc>) e

pode pedir para o Sherpa tentar completar a tabela, e nesse momento os outros alunos podem participar da discussão.

Enunciar a fórmula de Euler a partir de casos particulares é o passo P6<sub>4</sub>. O professor solicita ao *Sherpa* que faça algumas simulações com somas e subtrações entre os números de faces, vértices e arestas. Esse comando leva os alunos a se lembrarem que no caso dos polígonos, as operações tinham por alvo encontrar  $F + V - A$ , e passam a efetuar, junto com o *Sherpa* essas operações em cada poliedro exposto na tabela e propõem a fórmula  $F + V - A = 2$ .

Referendando esse resultado, o professor retoma a configuração didática *Discuss-the-screen*, pois vai trabalhar com a demonstração do teorema no passo P6<sub>5</sub>. O professor pode projetar o texto da seção “Diagrama de Schlegel” da atividade (disponível em: <https://www.geogebra.org/m/xgcvztfc>) e analisar esse diagrama para alguns poliedros. E com a ajuda das construções disponíveis na atividade, professor e alunos podem analisar junto com a classe, uma possível correspondência entre número de faces, vértices e arestas de um poliedro e da rede plana de polígonos correspondente. O objetivo é constatar que os números de vértices e arestas se mantêm e os de faces diminuem em 1. Essa constatação leva à fórmula de Euler, pois se um poliedro tem  $F$  faces,  $V$  vértices e  $A$  arestas, o seu diagrama de Schlegel terá  $(F - 1)$  faces,  $V$  vértices e,  $A$  arestas. Pela atividade A<sub>3</sub>, é verdade que  $(F - 1) + V - A = 1$ , o que implica que  $F + V - A = 2$ .

Atividade A<sub>7</sub>. Informações muito gerais sobre o teorema, incluindo as controvérsias.

Objetivo: Apresentar um poliedro *não convexo* que satisfaz o teorema, e um outro que não satisfaz essa fórmula de Euler. Concluir que essa fórmula não é, portanto, geral, para os poliedros. Dar conhecimento de que outro matemático chamado Poincaré continuou esse trabalho e obteve formulações gerais. Sugerimos como orquestração de instrumentação a *Explain-the-screen*.

Modos de exploração em dois passos. P7<sub>1</sub>. Compartilhar para todos os alunos, dois poliedros *não convexos* (disponíveis na seguinte atividade <https://www.geogebra.org/m/hsa64zwg>). Relacionar faces, vértices e arestas dos dois poliedros. Verifica-se que um deles satisfaz a fórmula de Euler, mesmo sendo não convexo, mas o outro não. Conclui-se que essa fórmula não é geral para os poliedros. Esse fato trouxe controvérsias durante bastante tempo. O fato é que Euler não definiu poliedro. Hoje se sabe que a característica dos poliedros para satisfazerem a fórmula de Euler são aqueles homeomorfos a uma esfera. Nesse nível de ensino, foi construída uma aplicação que mostra um cubo se transformando em uma esfera, e uma pirâmide se transformando em uma esfera. Essa

informação vem de Poincaré que generalizou a fórmula de Euler, para objetos geométricos do espaço, cuja caracterização é de sua deformação contínua.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Finalizamos este artigo em que foi objetivado apresentar tipos de orquestrações que possibilitem a utilização das tecnologias por parte dos professores no período de ensino remoto emergencial para a situação matemática considerada.

Entendemos que o objetivo foi atendido, pois os exemplos apresentados neste capítulo podem auxiliar com a exposição de possibilidades para organização de uma situação didática em busca de desempenhar o papel do maestro que comanda os participantes de um concerto. No entanto, deve-se reconhecer que a análise dos processos de instrumentação e instrumentalização essenciais para uma orquestração, não foram objetivados nesta pesquisa, de orientação teórica. As leituras e consultas de apoio, além das experiências profissionais dos autores foram importantes, mas faltaram os dados da prática específica, que se espera contemplados por meio de contatos virtuais ou efetivos com a sala de aula. Isso porque, o acompanhamento de uma situação prática vai revelar as diferentes concepções de ensino que orientam as práticas pedagógicas. Entre elas, transmitir conhecimento; treinar; indicar; e punir (no sentido de dar uma lição a alguém) (PINO, 2004).

Este artigo apresenta um constructo teórico, a orquestração instrumental, inserido na teoria da didática da matemática, Gênese Instrumental, que abarca uma concepção de ensino “indicar”, segundo a qual a

[...] aquisição do conhecimento é concebida como resultado de uma atividade de procura que o sujeito que aprende (S2) deve fazer seguindo as indicações e orientações do sujeito que ensina (S1). Subjacente a esta concepção está a ideia de que o conhecimento é resultado de um trabalho de investigação e descoberta com a ajuda do outro. No caso do ensino escolar, esse outro é o professor (S1), cujo papel fundamental é ser “guia” do aluno (S2). Esta concepção aponta no sentido de que a atividade de conhecer não é apenas receber informações a respeito do objeto de conhecimento (OC), mas procurar compreender a significação desse objeto, o que exige procura e investigação por parte do sujeito que aprende (S2), mas contando com a orientação de quem ensina (S1) (PINO, 2004, p. 441).

E, em complemento:

[...] inserimos algumas reflexões, sobre o trabalho dos professores e dos saberes que eles trazem em sua prática, elas levam em consideração que em uma sala de aula há tantas particularidades que só o docente que se ocupa dela e ninguém mais tem

condições de equacionar as dificuldades dos alunos e propor abordagens de ensino para elas (ABAR; IGLIORI, prefácio, 2012, adaptado).

Neste artigo, o que trazemos ao professor são contribuições advindas de uma teoria da didática da matemática, as quais sempre podem e devem ser filtradas por sua prática e que podem ser úteis para o desenvolvimento de aulas no período de ensino remoto emergencial.

## REFERÊNCIAS

ABAR, C. A. A. P.; IGLIORI, S. B. C. **A reflexão e a prática no ensino – Matemática**. 1. ed. São Paulo: Blucher, 2012. v. 1. 168 p.

BRASIL. Ministério da Educação e Desporto. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais Primeiro e Segundo Ciclos do Ensino Fundamental – Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação; Secretaria de Educação Básica; Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão; Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica. Conselho Nacional de Educação; Câmara de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC; SEB; DICEI, 2017.

DRIJVERS, P.; TROUCHE, L. From artifacts to instruments: a theoretical framework behind the orchestra metaphor. *In*: BLUME, G. W.; HEID, M. K. (eds.). **Research on technology and the teaching and learning of mathematics: cases and perspectives**. Charlotte, NC: Information Age, v. 2, p. 363-392, 2008.

DRIJVERS, P.; DOORMAN, M.; BOON, P.; REED, H.; GRAVEMEIJER, K. The teacher and the tool: instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. **Educational Studies in mathematics**, v. 75, n. 2, p. 213-234, 2010.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. *In*: MACHADO, S. D. A. (org.). **Aprendizagem em Matemática: registros de Representação Semiótica**. 4. ed. Campinas: Papirus, 2008, p. 11-34.

GARCIA, T. C. M.; MORAIS, I. R. D.; ZAROS, L. G.; RÊGO, M. C. F. D.; GOMES, A. V. **Ensino remoto emergencial: orientações básicas para elaboração do plano de aula**. Natal: SEDIS/UFRN, 2020.

GUEUDET, G.; TROUCHE, L. Towards new documentation systems for mathematics teachers? **Educational Studies in Mathematics**, v. 71, n. 3, p. 199-218, 2009.

INSTITUTO PENÍNSULA. **Sentimento e percepção dos professores brasileiros nos diferentes estágios do Coronavírus no Brasil**. Disponível em: <https://www.institutopeninsula.org.br/pesquisa-sentimento-e-percepcao-dos-professores-nos-diferentes-estagios-do-coronavirus-no-brasil/>. Acesso em: 30 out. 2020.

KENDAL, M.; STACEY, K. Teachers in transition: moving towards CAS-supported classrooms. **ZDM – The International Journal on Mathematics Education**, v. 34, n. 5, p. 196-203, 2002.

KENDAL, M.; STACEY, K.; PIERCE, R. The influence of a computer algebra environment on teachers' practice. In. GUIN, D.; RUTHVEN, K.; TROUCHE, L. (eds.), **The Didactical Challenge of Symbolic Calculators: turning an computational device into a mathematical instrument**. Dordrecht: Kluwer, 2004, p. 83-112.

LAKATOS, I. **Proofs and Refutations: the logic of mathematical discovery**, Cambridge: Cambridge University Press. 1976.

LIMA, E. L. O Teorema de Euler sobre poliedros. **Revista Matemática Universitária**. Rio de Janeiro: SBM, n. 2, 1985.

MARIOTTI, M. A. Influence of technologies advances in students' math learning. In. ENGLISH, L. D. (ed.), **Handbook of International Research in Mathematics Education**. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, 2002, p. 757-786.

MCKENZIE, J. Head of the class: how teachers learn technology best. **American School Board Journal**, v. 188, n. 1, p. 20-23, 2001.

MICHEL, D.; JÉRÉMY, D.; SAMUEL, H.; CINDY, L.; ANGELO, M. Relation d'Euler et les polyèdres sans "trou": Cellule de Géométrie – Catégorie pédagogique la HEH. Elaborada pelo Centre de Recherch HAUTE ECOLE – Ecole Normale iSEP. Disponível em: [http://www.cellulegeometrie.eu/documents/pub/pub\\_12.pdf](http://www.cellulegeometrie.eu/documents/pub/pub_12.pdf). Acesso em: 29 jun. 2018.

PINO, A. Ensinar-aprender em situação escolar: perspectiva histórico-cultural. **Contrapontos**, v. 4, n. 3, p. 439-459, 2009.

RABARDEL, P. **Les hommes et les technologies: une approche cognitive des instruments contemporains**. Paris: Armand Colin, 1995.

TROUCHE, L. Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding students' command process through instrumental orchestrations. **International Journal of Computers for mathematical learning**, v. 9, n. 3, p. 281, 2004.

TROUCHE, L. Environnements informatisés et mathématiques: quels usages pour quels apprentissages? **Educational Studies in Mathematics**. v. 55, p.181-197, 2004.

TROUCHE, L.; DRIJVERS, P. Webbing and orchestration. Two interrelated views on digital tools in mathematics education. **Teaching Mathematics and Its Applications: International Journal of the IMA**, v. 33, n. 3, p. 193-209, 2014.

ZBIEK, R. M.; HOLLEBRANDS, K. A research-informed view of the process of incorporating mathematics technology into classroom practice by in-service and prospective teachers. *In*. HEID, M. K.; BLUME, G. W. (eds.) **Research on technology and the teaching and learning of mathematics: Syntheses, cases and perspectives**, Carolina do Norte-EUA, v. 1, p. 287-344, 2008.

# UMA PERSPECTIVA INSTRUMENTAL PARA APRENDIZAGENS SOBRE VARIÁVEIS MATEMÁTICAS COM EXCEL NO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

*Ricardo Araujo da Silva*

*Cibelle Assis*

## APRESENTAÇÃO

Neste texto apresentamos resultados de uma pesquisa sobre a gênese instrumental considerando uma dupla de alunos do 9º do Ensino Fundamental ao fazerem uso do Excel (planilha eletrônica de cálculo) e a compreensão de conceitos relacionados ao objeto matemático *variáveis*. Buscamos discutir respostas para a pergunta: *Que conhecimentos podemos inferir quanto ao conceito de variáveis quando uma dupla de alunos realiza atividades no Excel?*

Na primeira seção, *Introdução*, situamos o contexto e o recorte da dissertação, *O raciocínio proporcional e o uso do Excel: um olhar para a Gênese Instrumental*, finalizada em 2020 no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – PPGECEM da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, feito para este capítulo.

Na segunda seção, *Abordagem Instrumental e processos de aprendizagens no contexto da pesquisa*, fizemos uma breve apresentação da Abordagem Instrumental, segundo Rabardel (1995), considerando principalmente a ideia de *instrumentação e instrumentalização*.

Na terceira seção, *Procedimentos metodológicos*, descrevemos as etapas e os instrumentos da investigação que realizamos: Etapa I) Avaliação diagnóstica, Etapa II) Atividade introdutória; Etapa III) Atividades de intervenção; e Etapa IV) Avaliação final.

Na quarta seção, *Uma descrição para aprendizagens sobre variáveis matemáticas no Excel*, consideramos as etapas da pesquisa, as situações didáticas e os dados que nos levaram a inferir elementos da gênese instrumental (instrumentalização e instrumentação) e aprendizagens de variáveis matemáticas mobilizados pelos alunos. Discutimos o esquema da dupla para *obter relações entre taxas e grandezas* com o artefato Excel.

Por fim, na quinta seção, *Considerações na perspectiva instrumental para aprendizagens sobre variáveis*, apresentamos nossas considerações sobre o que inferimos dos dados da pesquisa. Os alunos mobilizaram conhecimentos sobre variação conjunta das variáveis e grandezas, com comparativos no Excel; sobre razões, taxas e proporções, inclusive com uso de fórmula no Excel; sobre formação condicional que realizam entre as tabelas e gráficos.

## INTRODUÇÃO

Este texto emerge das reflexões de parte dos resultados da dissertação de mestrado intitulada “O raciocínio proporcional e o uso do Excel: um olhar para a Gênese Instrumental” desenvolvida pelo primeiro autor sob orientação do segundo (SILVA, 2020). Na dissertação, voltamos-nos para o estudo dos processos de gênese instrumental considerando uma dupla de alunos do 9º ano ao utilizarem a planilha de cálculo Excel.

Consideramos o raciocínio proporcional todas as mobilizações matemáticas possíveis entre duas expressões racionais, atuando no cerne da formação de nossas estruturas cognitivas. Lesh, Post e Behr (1988, p. 93), em seus estudos afirmam que “o raciocínio proporcional envolve pensamento sobre relações de natureza holística entre duas expressões racionais, tais como, taxa, razão, quociente e fração”.

No Brasil, o raciocínio proporcional é trabalhado nas últimas séries dos Anos Iniciais (4º e 5º ano) e intensificado ao longo dos Anos Finais (6º ao 9º ano) com a predominância no uso de estratégias de resolução e uma maior variabilidade de conceitos matemáticos. Nas propostas educacionais como a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017), *Principles and Standards for School Mathematics* – NCTM (2000), Programa de Matemática do Ensino

Básico de Portugal (ME, 2007), observa-se, por exemplo, o raciocínio proporcional no estudo de problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação e da divisão com a proporcionalidade; de porcentagem e representação fracionária; de grandezas diretamente proporcionais; de problemas envolvendo a partição de um todo em duas partes proporcionais; dentre outros.

Em Silva (2020) os objetos matemáticos que nortearam as situações didáticas foram a partir dos conceitos de Partilha, Invariância, Covariância e Variáveis. As situações que tratam da *Partilha* entendem-se os problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre partes e o todo. No conceito de *Covariância*, desponta o estudo das diferentes relações existentes entre os conceitos de Razão e Proporção, principalmente a natureza da variação entre grandezas. Já o conceito de *Invariância*, é emergente no ensino ao distinguir razão da constante de proporcionalidade (taxa), entre grandezas de espécies diferentes.

Quanto ao conceito de *Variáveis*, esse surge da possibilidade de inserção da linguagem algébrica. Só há menções de ensino para essa temática nos Anos Iniciais no documento do NCTM (2007), o qual trata de três expectativas. A primeira, o aluno precisa começar a representar a noção de variável, enquanto quantidade desconhecida, através de letra ou símbolo; a segunda trata de um trabalho de investigação das variáveis em uma variação de grandezas; a terceira, um trabalho específico com taxas de variação, na distinção dos casos constantes ou variáveis. Nesta pesquisa não assumimos a posição da primeira expectativa.

Os resultados aos quais nos propomos a discutir neste texto possuem um olhar para as situações didáticas relacionadas ao objeto matemático *variáveis*. A situação didática elaborada junto ao conceito de Covariância revelou resultados interligados ao objeto matemático de variáveis e por isso, também iremos considerá-la. Para este texto e para as atividades que propomos aos alunos, consideramos os seguintes objetos de conhecimento e habilidades (Quadro 1), expressos na BNCC (BRASIL, 2017):

**Quadro 1.** Os conceitos, conhecimentos e habilidades seccionados para organizar as atividades

<b>Objeto Matemático</b>	<b>Objetos do Conhecimento</b>	<b>Escolha de Habilidades envolvidas</b>
Variáveis	Linguagem algébrica: variável e incógnita.	(EF07MA10): Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.
Covariância	Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais.	(EF08MA10): Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano.

Fonte: BRASIL, 2017.

Estes objetos de conhecimento e habilidades nortearam nosso trabalho mediado junto ao Excel. Os referenciais citados sugerem a exploração de tabelas e gráficos, para auxiliar o raciocínio proporcional, neste caso, um ponto positivo para o Excel, devido às suas ferramentas. A escolha compõe a atividade instrumentada a ser desenvolvida e aplicada nessa pesquisa como objeto de estudo.

Vislumbramos um caminho para o ensino não somente das variáveis matemáticas, mas de conceitos relacionados às grandezas, taxas, simbolismos, dentre outros. Para os Anos Finais, todos os documentos enfatizam a linguagem algébrica com o raciocínio proporcional, incluindo o ensino de relações matemáticas através de equações e os diferentes usos do simbolismo (incógnita, constante e variável).

Apoiamos-nos na Abordagem Instrumental, principalmente nos escritos de Pierre Rabardel (1995), com o intuito de investigar a atividade dos alunos mediada pela planilha de cálculo Excel, e como ocorre a transformação progressiva deste artefato em instrumento, a partir de uma proposta pedagógica desenvolvida pelos autores.

Consideramos que o estudo mais amplo realizado contribuiu como ponto de partida para pesquisas e propostas didáticas que tratam da utilização de instrumentos voltados para conceitos relacionados ao raciocínio proporcional, especificamente, Partilha, Invariância, Variáveis e Covariância (SILVA, 2020), tanto na práxis do professor quanto no conjunto de estratégias do aluno. Apesar

do reconhecimento do Excel no âmbito educacional, principalmente em pesquisas em Portugal, a mesma não tem o mesmo tratamento no Brasil e inexistem, até o momento do nosso levantamento, pesquisas que relacionam a abordagem instrumental com o Excel e os conceitos relacionados ao raciocínio proporcional.

Neste texto, nos dedicamos à escrita de elementos que possam caracterizar o processo de gênese instrumental, especificamente, buscando apresentar respostas para a pergunta: *que conhecimentos podemos inferir quanto ao conceito de variáveis quando uma dupla de alunos realiza atividades no Excel?*

## ABORDAGEM INSTRUMENTAL E PROCESSOS DE APRENDIZAGENS NO CONTEXTO DA PESQUISA

A Abordagem Instrumental analisa e conceitua as atividades de seres humanos com instrumentos, sendo “[...] sua característica definidora, precisamente, a presença de seres humanos e suas atividades” (RABARDEL, 1995, p. 9). Ela assume um ponto de vista psicológico: o instrumento como uma entidade mista, de artefatos e esquemas.

De acordo com Rabardel (1995), os artefatos se constituem na forma tanto material (exemplo, um computador) quanto simbólica (exemplo, um aplicativo). Com o tempo e no decorrer de várias situações de aprendizagem, este artefato assume novas funções, novas ferramentas, constituindo um instrumento em cada contexto, devido às subjetividades dos sujeitos, no ato de apropriação. O artefato é visto na abordagem instrumental como um meio social e cultural, único do sujeito, parte dos seus anseios.

A distinção entre artefato e instrumento reside em concepções associadas. Se o artefato é primeiramente concebido e utilizado por uma pessoa ou uma equipe de pessoas para responder a um objetivo preciso, o instrumento é construído pelo sujeito a partir deste artefato, ao longo de seu uso, no decorrer de uma atividade. Logo, as funções inicialmente concebidas e previstas na concepção de uma ferramenta (as funções constituintes) são modificadas e outras funções novas (as funções constituídas) são criadas no decorrer de seu uso (ARAÚJO, 2014, p. 66).

O aluno constrói o instrumento a partir dos artefatos. Sendo um processo longo, de idas e vindas, de reconstrução e formulação de esquemas, sempre com o uso do artefato no decorrer de uma atividade. Este processo é composto por alguns elementos, que, no geral, moldam a chamada gênese instrumental, ou seja, a uma transformação progressiva do artefato instrumento. Pensar este processo é refletir todo o percurso planejado, inclusive a relevância pessoal deste instru-

mento para o sujeito. De acordo com Béguin e Rabardel (2000), compreender este processo é considerar a evolução dos artefatos e a emergência dos esquemas de utilização.

[...] os *processos de instrumentação* são relativos à emergência e à evolução dos esquemas de utilização e de ação instrumentada: constituição, funcionamento, evolução por acomodação, coordenação, combinação (sic), inclusão e assimilação recíproca, assimilação de artefatos novos aos esquemas já constituídos, etc. [...] Os *processos de instrumentalização* se referem à emergência e à evolução das componentes do artefato do instrumento: seleção, reagrupamento, produção e instituição de funções, [...] atribuição de propriedades, transformação do artefato (estrutura, funcionamento etc.) (RABARDEL, 1995).

Ambos os processos se relacionam com o aluno, por isso a prevalência na pesquisa pela posição antropicêntrica, considerando a experiência. Cada sujeito possui seu papel na situação didática e os instrumentos têm que refletir as singularidades de cada um.

No contexto educativo, considera-se como artefato/instrumento materiais didáticos diversos. Os professores mobilizam suas concepções pedagógicas e refletem quanto o instrumento precisa ser útil ao processo de ensino e conduzido para o mesmo; já os alunos, em seus estilos de aprendizagens, se apropriam do instrumento como recurso para “enxergar” o saber, como se apenas o existisse com a sua presença.

Como vimos, a Abordagem Instrumental possui elementos estruturantes direcionados à percepção das ações dos sujeitos mediados por instrumentos. As manifestações das ações dos alunos são centralizadas em seus esquemas, contribuindo para a compreensão tanto dos instrumentos em si e para a coletividade da situação, quanto da aprendizagem dos conceitos matemáticos em estudo pelos alunos.

Rabardel (1995) conclui que é a assimilação reprodutiva que constitui os esquemas, por meio de comportamentos repetitivos, que os esquematiza. Logo, é uma organização ativa de experiência, que integra o passado e se adapta a uma ampla gama de situações, generalizando-se de acordo com o conteúdo ao qual é aplicado.

O esquema, totalidade dinâmica organizadora da ação do sujeito para uma classe de situações especificada é portanto um conceito fundamental da psicologia cognitiva e da didática. Mas nem sempre é reconhecido como tal. Por outro lado, exige ser analisado. Se reconhece facilmente que um esquema é composto por regras de ações e antecipações, uma vez que gera uma sequência de ações visando atingir determinado objetivo, nem sempre se reconhece que ele é geralmente composto, de forma essen-

cial, por invariantes operatórias (conceitos-em-ação e conhecimentos-em-ação) e por inferências (VERGNAUD, 1996, p. 162).

Na aprendizagem, o processo de assimilação significa a evolução dos esquemas, quando eles incorporam as coisas ao sujeito. Por exemplo, quando uma criança usa um esquema já constituído, em uma dada situação, caso tenha insucesso, ele será adaptado, formando um novo esquema, auxiliando na compreensão das ações e a aprendizagem.

Se alguém tem uma maneira de abordar certos problemas e recebe uma orientação que não acompanha esse esquema, fica com duas formas de pensar. Ou seja, tem grandes chances de se perder. Mas, se aprender com base no raciocínio que já possui, enriquece o conhecimento, ganha instrumentos para a vida. O aluno toma consciência do próprio pensamento e começa a utilizá-lo de maneira mais apurada, mais generalizada (NUNES, 2003).

Por exemplo, os registros escritos dos alunos mostram uma organização invariante, apoiada em hábitos adquiridos e em teoremas de ação, os quais contribuem para a solução das situações didáticas. Outro objeto da organização invariante são as decisões conscientes. Este sequenciamento de ações às vezes se torna instintivo, ou seja, “a automatização é evidentemente uma das manifestações mais visíveis do caráter invariante da organização da ação” (VERGNAUD, 1996, p. 158). O funcionamento cognitivo do aluno compreende operações que se tornam progressivamente automáticas e passíveis de serem analisadas.

A ação é a fonte do conhecimento conceituado e, essa ação, para Piaget, evolui em três estágios: inicialmente é só uma ação material, buscando ser constituído em comportamento instrumental; depois a ação sofre uma conceituação, tornando-se seus elementos conscientes e interiorizando-os; por último, ocorrem as abstrações. Chegamos aos aspectos da instituição do instrumento e da aprendizagem.

Por fim, Gitirana et al. (2014) nos lembram que ao descrever e analisar os avanços e as conquistas do aluno no seu processo de aprendizagem e desenvolvimento é preciso considerar as duas ferramentas essenciais: a competência e a concepção. Para Vergnaud, as competências podem ser entendidas como combinações de esquemas, uma forma operatória do conhecimento. As concepções são mobilizadas pelas competências, expressas por palavras, representações ou procedimentos.

Na nossa pesquisa, o artefato escolhido foi a planilha de cálculo Excel, pois pensamos que o Excel pode ser uma ferramenta de ensino muito além de só compreensão de fórmulas matemáticas, mas um instrumento com o qual os alunos

poderão reconhecer as regularidades entre os dados de uma situação didática. Não há trabalhos no Brasil com uso deste artefato, cujo referencial teórico baseia-se na Abordagem Instrumental.

As atividades planejadas tiveram como objetivo permitir a exploração de algumas das ferramentas do Excel. Ao propormos atividades que possam ser realizadas em dupla, tomamos um esquema relacionado ao objetivo de obter *relação entre taxas e grandezas* como um guia para a descrição do processo da gênese do instrumento, e particularmente, na inferência de invariantes operatórios que foram mobilizados pela dupla sem fazer distinção de que aluno partiu a informação.

## PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa desenvolvida possui uma abordagem metodológica caracterizada como uma *pesquisa de intervenção*. Uma intervenção é uma abordagem de pesquisa marcada “[...] por uma relação assimétrica em que um dos participantes desta relação é aquele que assiste, propõe e encaminha atividades a serem realizadas” (SPINILLO; LAUTERT, 2008, p. 299).

O presente estudo desenvolveu-se através de uma *abordagem quanti-qualitativa*. Para vivenciar o processo de intervenção precisamos descrevê-lo e interpretá-lo, com moldes de uma *investigação qualitativa em educação* (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

Para realizar nosso estudo, escolhemos uma escola da rede pública estadual localizada no Agreste do Estado da Paraíba, na cidade de Ingá. A escola foi escolhida por diversos fatores e condições que favoreceram a aplicação das tarefas propostas aos sujeitos da pesquisa, a saber: o fato de o pesquisador ter possuído um vínculo empregatício nesta unidade de ensino, e conseqüentemente, ter facilidade para dialogar com a gestão escolar e com o professor titular da turma; a viabilização do espaço físico, recursos e materiais necessários para aplicação da pesquisa; o pesquisador residir no município em questão; a escola escolhida possuir um laboratório de informática ativo e com os computadores funcionando perfeitamente.

A etapa escolar foi escolhida por ser uma das etapas da Educação Básica na qual se espera que os alunos tenham sistematizado competências básicas do raciocínio proporcional. Chamaremos a dupla de alunos de “A1A2”, e quando necessário, individualmente, o aluno “A1” e o aluno “A2”.

Para uma melhor compreensão da investigação, Silva (2020) organizou a pesquisa em etapas: 1) Avaliação diagnóstica; 2) Atividade introdutória; 3) Atividades de intervenção;<sup>39</sup> e 4) Avaliação final, conforme Quadro 2. Na etapa III iremos considerar apenas as atividades relacionadas ao conceito de variáveis matemáticas (Atividade 2 e 4).

**Quadro 2.** Etapas no Campo de Pesquisa

Nº	Etapas	Atividades	Carga Horária
1	Avaliação Diagnóstica	Aplicação do Questionário	1h/Aula
2	Atividade Introdutória	Introdução ao Excel (ferramentas e/ou recursos)	2h/Aulas
3	Atividades de Intervenção	Atividade 2 – Variáveis	2h/Aulas
		Atividade 4 – Covariância	2h/Aulas
4	Avaliação Final	Realização de entrevista Semiestruturada	1h/Aula

Fonte: SILVA, 2020.

Na realização das etapas *Atividade Introdutória* e *Atividades de Intervenção*, os dois alunos do 9º ano do Ensino Fundamental estavam organizados em dupla. Já o questionário diagnóstico e a entrevista semiestruturada, ocorreram individualmente, mas com ambos no mesmo ambiente, na sala de informática.

A forma de análise dos dados que empregamos na pesquisa é a indutiva, partindo das múltiplas fontes de evidências e da triangulação dos dados (BOGDAN; BIKLEN, 1994) para realizar as inferências. Para este artigo iremos inferir nas mobilizações e percepções das aprendizagens dos alunos quanto ao objeto em estudo e a apropriação no Excel, a partir das etapas citadas.

As fontes de evidências são as respostas por escrito dos alunos ao questionário diagnóstico e as transcrições das entrevistas, em forma de extratos e observações. Para as atividades de intervenção, houve o procedimento da captação das imagens no monitor do computador, com o software *Loilo Game Recorder* que grava em vídeo todas as ações registradas; o instrumento da *Videogravação*, no ambiente da sala de aula informática, e a *Audiogravação* dos diálogos entre os alunos nas tarefas, para captação dos áudios.

<sup>39</sup> As demais atividades 1 e 3 trataram dos conceitos de Partilha e Invariância, que não foram consideradas neste texto.

## UMA DESCRIÇÃO PARA APRENDIZAGENS SOBRE VARIÁVEIS MATEMÁTICAS NO EXCEL

Nesta seção, consideramos as etapas da pesquisa, as situações didáticas e os dados que nos levaram a inferir elementos da gênese instrumental (instrumentalização e instrumentação) e aprendizagens de variáveis matemáticas mobilizados pelos alunos. Identificamos um esquema da dupla para *obter relações entre taxas e grandezas no Excel* e que nos pareceu adequado para representar um momento da gênese instrumental da dupla de alunos com o artefato Excel.

Como veremos, o esquema tinha por objetivo permitir aos alunos obter relações entre taxas e grandezas e consistiu na realização de um procedimento pelos alunos de forma que seus valores se mantinham constantes ou variáveis em relação às variáveis das grandezas.

A escolha deste esquema parte das relações estabelecidas entre conceitos envolvendo taxas e grandezas (variáveis, razões, divisões, unidade de medidas) que desencadearam em conceitos sobre variáveis matemáticas. O esquema permitiu uma leitura da evolução dos alunos no uso do Excel, como descreveremos a seguir.

*Etapa 1 – Avaliação Diagnóstica.* A partir do questionário individual, relativo ao Excel (Questão 1 – O que conhece/utilizou no Excel? Questão 2 – Como se cria uma tabela no Excel? e Questão 3 – Como se cria um gráfico no Excel?) identificamos que os dois alunos desconhecem as ferramentas específicas de formatação de tabelas, não sabem construir gráficos e não citam o uso de fórmulas na planilha.

Quanto às concepções sobre variáveis, razão e proporção (Questão 4 – O que você entende por variáveis na Matemática? Dê exemplos; Questão 5 – O que você entende por grandeza na matemática? Dê exemplos; Questão 6 – Qual a diferença entre grandezas diretamente proporcionais, inversamente proporcionais e não proporcionais? Questão 7 – Qual a diferença entre Razão e Proporção?) analisando os registros dos alunos (Figuras de 1 até 6), observamos que:

**Variáveis** – Possui significados diferentes para a dupla. O aluno A1 iguala variável a uma incógnita e, conseqüentemente, à necessidade de sempre buscar uma solução, Figura 1. Além de mostrar a linguagem algébrica comum aprendida. Já o aluno A2, associa o termo variáveis ao uso praticado do dia a dia, como no dizer “tudo aquilo que nos mostre variedades”, Figura 2. Esta intencionalidade da variedade do cotidiano foi expressa pelo aluno além do registro escrito, na

conversa captada pela gravação. Em termos matemáticos, se aproxima melhor da compreensão em detrimento do significado de incógnita. As imagens a seguir são dos escritos dos alunos.

**Figura 1** – Registro de A1 – Pergunta 4

4. O que você entende por variáveis na Matemática? Dê exemplos.  
As Variáveis são Incógnitas que precisam ser descoberto os seus valores. Ex.:  $x, m, m$  e  $y$ .

Fonte: SILVA, 2020.

**Figura 2** – Registro de A2 – Pergunta 4

4. O que você entende por variáveis na Matemática? Dê exemplos.  
eu entendo por variáveis de sinais, números tudo aquilo que nos mostra variedades e uma determinada coisa.

Fonte: SILVA, 2020.

**Grandezas** – Sobre o termo grandezas, a dupla A1A2 não sabe definir tal conceito, como mostram as Figuras 3 e 4. No entanto, o aluno A1 se aproxima da resposta correta ao exemplificar que grandezas são medidas matemáticas (razões, proporções, estatísticas). A resposta do aluno A2 não deixa claro o que seja grandeza para ele, “algo grande de um número inferior”.

**Figura 3** – Registro de A1 – Pergunta 5

5. O que você entende por grandeza na Matemática? Dê exemplos.  
São medidas matemáticas para facilitar questionamentos. Ex.: Proporção, Razão, estatísticas.

Fonte: Questionário do aluno A1.

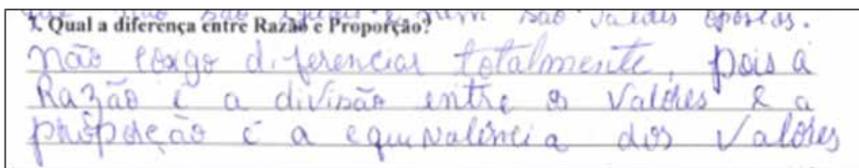
**Figura 4** – Registro de A2 – Pergunta 5

5. O que você entende por grandeza na Matemática? Dê exemplos.  
é algo grande relacionado a qualquer número inferior

Fonte: Questionário do aluno A2.

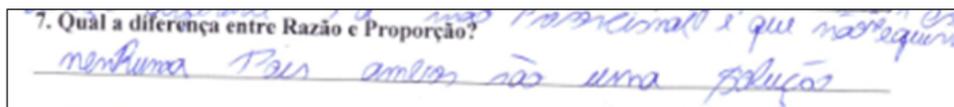
**Razões e Proporções** – Em se tratando da diferença entre razões e proporções, o aluno A1 se aproxima da diferenciação e usa termos como divisão e equivalência para explicar as relações que existem no uso das razões e proporções. Utiliza também o termo valores numéricos, na falta do vocabulário para “variáveis das grandezas”, como mostra a Figura 5. O aluno A2 considera ambos os conceitos iguais, afirmando ser a solução numérica dos problemas matemáticos, demonstrando não ter aprendido estes conceitos ao estudá-los, Figura 6.

**Figura 5** – Registro de A1 – Pergunta 7



Fonte: SILVA, 2020.

**Figura 6** – Registro de A2 – Pergunta 7



Fonte: SILVA, 2020.

*Etapa 2 – Atividade Introdutória.* Esta etapa consistiu de um momento de familiarização dos alunos com as ferramentas e os recursos básicos da planilha eletrônica Excel. Ocorreu na forma de um conjunto de comandos ditados pelo pesquisador (Quadro 3) e executados pelos alunos no Excel.

**Quadro 3.** Exemplos de comandos da Etapa II

- [...] - Na célula F14 digite “Grandeza 2/Grandeza1”
- Altere o valor da célula G8 para “30”. O que acontece?
- Altere o valor da célula G10 para “45”. O que acontece?
- Dobre todas as variáveis. O que acontece?
- Agora nas células M1 e N1 crie uma tabela com as variáveis do seu modelo;
- Agora crie um gráfico com dados da tabela. Escolha outro modelo para comparação das variáveis. [...]

Fonte: SILVA, 2020.

Os alunos fizeram uso das ferramentas do Excel voltadas para organização e disposição dos dados para melhor compreender a relação pretendida e para

também se ambientar com as funcionalidades do Excel. Eles inseriram símbolos, usaram fórmulas e plotaram gráficos a partir de tabelas e assim, usaram a criatividade para personalizar/transformar estas funções. Na Figura 7, a seguir, temos um exemplo da resposta da dupla no Excel durante a execução de um dos trechos de comandos ditados pelo pesquisador.

**Figura 7** – Produção dos Alunos na Atividade Introdutória

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1						taxa ↓			
2						g/ml			
3									
4						0,025			
5				grandeza 1			grandeza 2		
6				1600 ml de suco			40 gramas de açúcar		
7		razão →	1,5						1,5
8				2400 ml de suco			60 gramas de açúcar		
9			0,75			0,025			1,5
10				1800 ml de suco			90 gramas de açúcar		
11						0,05			
12									
13						taxa ↑			
14						grandeza 2 / grandeza 1			

Fonte: SILVA, 2020.

Na Figura 7 podemos observar que os alunos não tiveram dificuldades quanto a reproduzir o ditado pelo pesquisador ficando a planilha clara e personalizada pela dupla, conforme ditado pelo pesquisador, representando parte do proposto no Quadro 3. Por exemplo, na Figura 7 as células G8 e G9 possuem os valores 60 e 90, respectivamente e, no Quadro 3 os comandos dessas células pediam que houvesse a alteração para os valores inicialmente 30 na célula G8, verificando a mudança de toda a planilha e o valor 45 na célula G10, e novamente solicitando a explicação da mudança na planilha. O primeiro comando dobrou uma variável e o segundo dividiu-a pela metade, mas em ambos, a intencionalidade era observar a alteração das razões, taxas e variáveis das grandezas.

A dupla obteve as razões e taxas com uso de fórmulas e comparativos no Excel entre os resultados. Como nunca utilizaram de fórmulas no Excel, podemos inferir que a dupla aprendeu uma estratégia para obter estes valores, o que caracteriza um processo de instrumentação. Foi possível também a variação conjunta das variáveis e assim, uma análise dos sentidos da situação. Aqui temos o enriquecimento das propriedades do Excel gerando alteração no pensamento da dupla o que caracteriza um processo de instrumentalização.

Assim, o desempenho dos alunos perpassou pela execução dos esquemas de uso e das ferramentas mobilizadas de acordo com as indicações do sequenciamento das ações, mostrando o estado funcional dos esquemas de utilização.

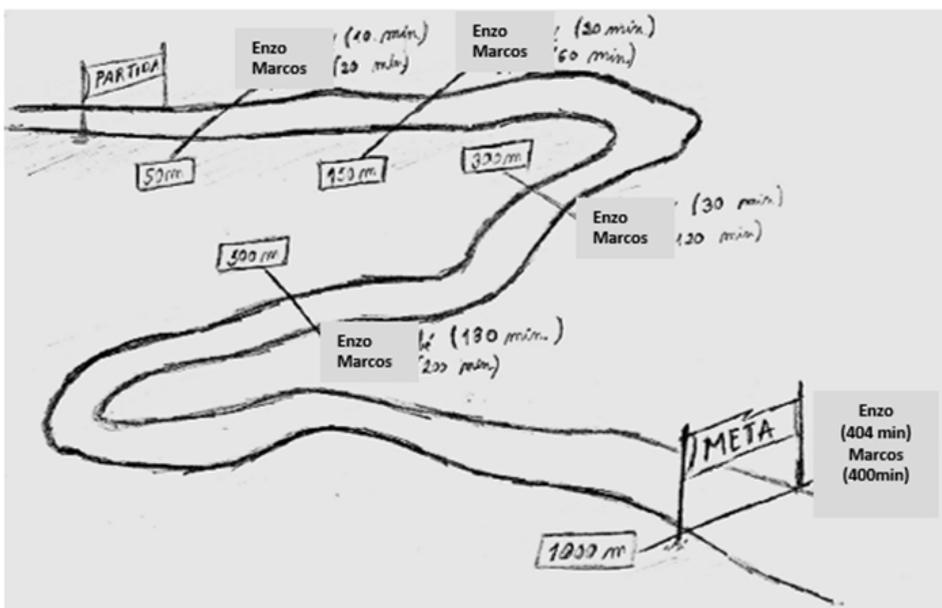
*Etapa 3 – Atividades de Intervenção.* Nesta etapa consideraremos as atividades 2 e 4 que consistiam em duas situações nas quais era apresentado um problema matemático, algumas ferramentas para serem usadas e alguns campos no Excel para serem preenchidos com o objetivo de que os alunos mobilizem tanto os recursos do Excel quanto os conhecimentos referentes ao conceito de variáveis matemática.

Na Atividade 2, a situação propunha valores numéricos dispostos em uma imagem, além de cinco questões, Quadro 4. As grandezas principais da situação eram a distância percorrida e o tempo gasto. As variáveis continham os valores expressos na imagem quanto às grandezas, além de outras obtidas ao relacionar as grandezas principais em operações matemáticas, por exemplo, distância/tempo implicitamente obtiveram variáveis de velocidade.

Para responder, os alunos tinham que criar tabelas e usar fórmulas, de forma livre e organizar os dados, como justificativa para suas respostas. Esta atividade estava relacionada ao conceito matemático de *variáveis* com foco na linguagem algébrica (variáveis e incógnitas) associado à habilidade de analisar a relação de sentido entre variáveis e taxas Quadro 1.

#### Quadro 4. Atividade sobre Variáveis

##### Atividade 2 – Investigando uma Corrida.



Em uma certa escola, os alunos esperam ansiosos todos os anos a corrida dos concluintes. O aluno Enzo e o Marcos tinham sido os atletas escolhidos para a corrida deste ano. O desenho mostra a prova realizada pelo Marcos e o Enzo. Investigue o que terá acontecido durante a corrida, usando a Matemática e o Excel.

- Construa no Excel uma Tabela 7x2 para cada competidor da corrida. Utilize a ferramenta “Mesclar e Centralizar” para introduzir o nome dos competidores na primeira linha; abaixo coloque o nome das grandezas envolvidas no desenho e preencha o restante das células com informações numéricas da corrida.
- Crie novas tabelas abaixo com três colunas, nomeadas de “Distância \* Tempo”; “Distância/Tempo” e “Tempo/Distância”. Preencha seus valores abaixo usando a ferramenta “Barra de fórmulas”, baseado no desempenho dos alunos.
- Dentre estas novas colunas, realce com a cor azul as variáveis que representam a taxa da velocidade para cada instante do competidor na corrida.
- Retornando às primeiras tabelas, calcule as Razões entre as variáveis das grandezas em cada competidor. Utilize a ferramenta “Barra de fórmulas”, em células fora da tabela. Qual a diferença entre as razões das tabelas? O que significa?
- Se o percurso da prova tivesse 2000 m, é possível prever o tempo que cada um dos atletas precisaria para concluir a prova? Crie uma última linha na tabela para responder.

Fonte: SILVA, 2020.

Nessa atividade os alunos mobilizam elementos do esquema com o objetivo de *obter relações entre taxas e grandezas* no Excel. O trecho a seguir de um diálogo da dupla evidencia esse esquema, especificamente a componente regras-de-ação.

**Pesquisador:** Será que dá certo?

**Resposta do aluno A1:** Não. Porque tem que ser valores e não letra.

**Resposta do aluno A2:** Então temos que modificar tudo isso aqui.

**Resposta do aluno A1:** Da outra forma que estamos fazendo é muito rápido.

**Pesquisador:** Como é a outra forma?

**Resposta do aluno A1:** Colocar o valor da unidade em cima.

**Pesquisador:** Vocês acham que dessa forma os alunos podem aprender?

**Resposta do aluno A2:** Com certeza, muito mais simples e organizado.

As regras-de-ação mostram que a dupla, de forma operatória e autônoma, identifica possíveis procedimentos errados antes da execução das fórmulas, reflexo dos aspectos proporcionados pela situação e mobilizados no Excel em um processo de instrumentação. E mais, aproveita o ensejo e já organiza os dados de forma a ficar mais “simples e prático” para o leitor, dispondo as unidades de medida em uma linha acima dos valores numéricos na tabela. Também exploram ferramentas como, barra de fórmulas, inserir linhas, colunas e grade, mesclar e centralizar, caixa de texto, inserir números, copiar e colar.

Neste momento, a dupla insere o pesquisador no diálogo e comunica a forma que irão organizar os dados, ressaltando o aspecto visual proporcionado no Excel. Deste fato ressaltamos que o Excel possui ferramentas e desdobramentos delas que não são exclusivos deste artefato, mas que nesta situação e com estes alunos foi determinante no comportamento instrumental. Tanto a organização em forma de tabelas quanto o ato de refletir a situação a partir da visualização enaltecem o processo de evolução no Excel que entendemos como um processo de instrumentalização.

A partir do extrato, percebemos a componente controle do esquema, onde a dupla faz uma releitura da atividade para compreensão dos conceitos-em-ação, esses, intimamente ligados aos aspectos subjetivos da dupla na formação de conceitos. “Para Piaget, os esquemas também estão na origem da formação de conceitos [...]” (RABARDEL, 1995, p. 80).

As respostas para as perguntas dos enunciados da Atividade 2 estão representadas na Figura 8 a seguir. Elas representam as relações entre as variáveis e as

grandezas, ou seja, as relações entre as variáveis dos dados de cada competidor separadamente por grandezas de distância e tempo, e quando comparadas entre os competidores, proporcionando outras grandezas (distância\*tempo; distância/tempo; tempo/distância). A dupla compara os dados de ambos os corredores e começam a fazer inferências em cima deles e tiram conclusões de como a taxa é constante nas variáveis das grandezas direcionadas a Enzo; já não ocorre com os dados de Marcos, compreensão demonstrando evolução nos processos da gênese. Estes fatos demonstram uma compreensão da dupla dos detalhes apresentados pela tela do computador, principalmente na leitura dos tutoriais.

A organização da resolução por meio de tabelas dos dados, na qual os valores numéricos (variáveis) foram dispostas em uma coluna e sua descrição (significado) em outra coluna ao lado auxiliou na compreensão dos alunos.

**Figura 8** – Produto Final na Atividade 2 sobre Variáveis – Organizar os dados das Razões

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1							ENZO				MARCOS			
2	enzo			marcos			distância*tempo	distância/tempo	tempo/distância		distância*tempo	distância/tempo	tempo/distância	
3	distância (metros)	tempo (min)		distância (metro)	tempo (min)		1000	2,5	0,4		500	5	0,2	
4	50	20		50	10		9000	2,5	0,4		9000	7,5	0,133333333	
5	150	60		150	20		36000	2,5	0,4		9000	10	0,1	
6	300	120		300	30		100000	2,5	0,4		90000	2,777777778	0,36	
7	500	200		500	180		400000	2,5	0,4		404000	2,475247525	0,404	
8	1000	400		1000	404									
9														
10	razão			razão										
11	3	3		3	2									
12	2	2		2	1,5									
13	1,666666667	1,666666667		1,666666667	6									
14	2	2		2	2,244444444									
15														
16														
17														
18				SIM, BASTARIA APENAS DOBRAR O TEMPO DE CADA COMPETIDOR.										
19														
20							ENZO=800 MIN		MARCOS 906,755556 MIN					
21														

Fonte: SILVA, 2020.

Nas resoluções dos alunos observamos que eles fizeram uso de colunas para separar os dados permitindo a compreensão das concepções de variáveis e taxa. Assim, demonstram que o aspecto visual, seja no uso de formas ou na disposição de dados em forma de tabela, com fórmulas condicionadas entre si, servem como elo para a compreensão do objeto em estudo de uma dada situação.

### Quadro 5. Atividade sobre Covariância

Atividade 4 – Construa 03 gráficos de Coluna no Excel, destacando grandezas e variáveis, para cada uma das seguintes situações:

- Hugo pinta um apartamento em 24 dias. Ele e mais três amigos pintam em 6 dias. Já ele e mais sete amigos pintam em 3 dias. Por fim, Hugo e Tomás pintam em 12 dias.
- Uma menina chega à escola em 10 minutos. Quando veio ela e uma amiga levam também 10 minutos, e assim, quatro amigas levam 10 minutos e até oito meninas levam 10 minutos.
- Quatro caixas de cereais custam R\$ 11,20 no supermercado A. Uma caixa no supermercado B custa R\$ 2,80. No supermercado C, existe uma promoção que oito caixas de cereais custam R\$ 22,40. Já o mercadinho da esquina, duas caixas de cereais custam R\$ 5,60 reais.

Depois, responda as próximas três perguntas no Excel, justificando com elementos destacados nos gráficos e explicações dos significados destes elementos em uma célula.

- a) Qual dos gráficos representam relações de grandezas diretamente proporcionais?
- b) Qual dos gráficos representam relações de grandezas inversamente proporcionais?
- c) Qual dos gráficos representam relações de grandezas não proporcionais?

Fonte: SILVA, 2020.

Na Atividade 4 – Covariância, da Etapa 3 de intervenção, foi proposta uma situação de criação de gráficos a partir de três situações hipotéticas e, ao término, três questionamentos aos alunos, Quadro 5. Na primeira situação, as grandezas são dias e quantidade de pessoas a trabalhar; na segunda, tempo e quantidade de alunas; e a terceira, quantidade de um produto e valor a pagar. As variáveis são de acordo com os quesitos.

Essa atividade estava relacionada ao conceito de *covariância*, com objeto de conhecimento em estudo a variação entre grandezas (três casos, diretamente, inversamente e não proporcional), com a habilidade em estudo a exploração de estratégias envolvendo essa variação e o estudo da natureza da variação das grandezas por meio da visualização, Quadro 1.

As antecipações do esquema da dupla: seria necessário explorar várias ferramentas do Excel para conseguir plotar os gráficos, uma vez que na avaliação diagnóstica informaram nunca terem criados gráficos; explorar tutoriais no próprio Excel fazendo as leituras das caixas de texto com as recomendações das ferramentas; os alunos pensam e citam ser necessário criar os gráficos a partir de algum recurso relacionado a uma tabela predefinida, pois sem a tabela, a organização dos dados da forma como está a acontecer iria se modificar, não ficando os dados condicionados entre si.

Para a descrição das componentes do esquema da dupla, mobilizados nesta atividades, apresentamos o extrato do trecho a seguir que envolve regras de ação e o resultado final da atividade na Figura 9 realizado no Excel.

**Resposta do aluno A1:** Na primeira linha a gente só coloca a quantidade de pessoa. Melhor colocar em ordem.

**Pesquisador:** Como eu faço isso? Existe uma ferramenta, sem precisar apagar?

**Resposta do aluno A1:** Se existir não sabemos. Essa ferramenta eu desconheço.

**Resposta do aluno A2:** Primeiro você precisa fazer a tabela. Olha o tutorial. Vamos explorar os gráficos.

**Pesquisador:** O gráfico é onde vocês tem mais dificuldades?

**Resposta do aluno A1:** Ah porque estamos selecionando errado.

**Resposta do aluno A2:** Vai em gráficos recomendados. O Excel facilita a criação de gráficos.

**Pesquisador:** Mas vocês não já podem fazer o gráfico numa folha de papel?

**Resposta do aluno A1:** Mas sai torto.

**Resposta do aluno A2:** Com o Excel eu posso fazer por meio de tabela, porque é mais simples do que criar um gráfico do zero. Eu adiciono e fica fácil e explicativo.

**Resposta do aluno A2:** A resposta a gente podemos encontrar na tabela. O primeiro é proporcional, independente da classificação.

**Resposta do aluno A1:** O gráfico 2 não é proporcional.

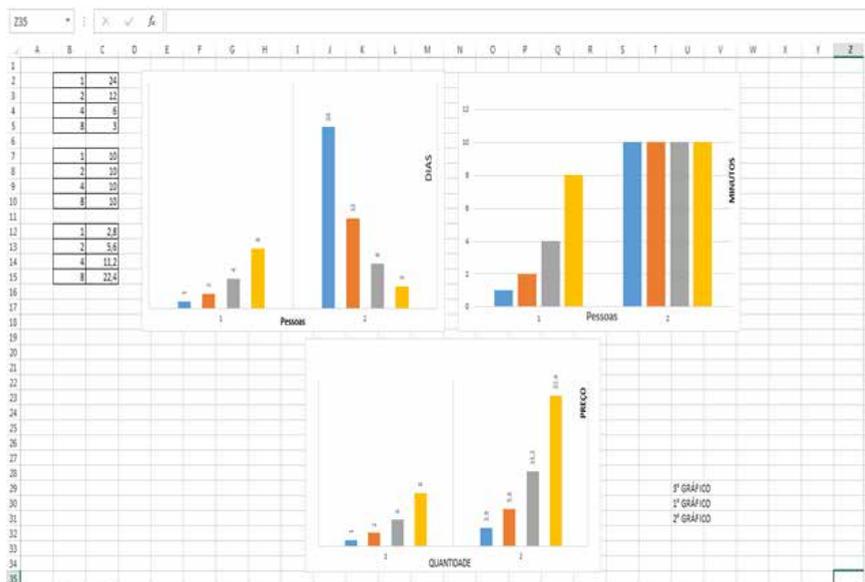
**Resposta do aluno A2:** O primeiro é inversamente, porque começa do menor para o maior.

**Pesquisador:** Ambos, o gráfico 1 e 3 estão começando do menor, e agora?

**Resposta do aluno A1:** O primeiro é inversamente. Porque a menor quantidade de pessoas e o maior dias. Já no terceiro gráfico a maior quantidade de cereais tem o maior preço.

**Resposta do aluno A2:** Independente de classificar o gráfico, sempre o número 8 vai carregar 22,4. Mesmo que altere a sequência do gráfico.

**Figura 9** – Produção Final na Atividade 4 – Aspecto Visual/Análise da proporcionalidade



Fonte: SILVA, 2020.

Na fala da dupla percebemos a compreensão na criação de gráficos ao fazerem várias tentativas e o procedimento condicionado a uma tabela. O uso dos tutoriais auxiliaram os alunos nas descobertas para relacionar as tabelas aos gráficos. Ainda no extrato encontramos a explicação na Figura 9, quando a dupla afirma que é possível criar gráficos a partir de tabelas e que as respostas ao problema podem ser encontradas tanto na tabela quanto na visualização da regularidade do gráfico.

A partir dos registros dos alunos para esta atividade, como mostrou a Figura 9 e os trechos com regras de ação podemos confirmar a presença do esquema *obter relações entre taxas e grandezas* no Excel. Percebemos que ocorreu a distinção do conceito de taxa em detrimento ao de razão, por meio do entendimento da invariância dos resultados.

Uma vez dispostos os gráficos, o esquema em estudo ganhou novas ações, no que diz respeito à análise visual dos tipos de proporção de cada situação. A dupla vai alterando os valores nas tabelas e automaticamente os gráficos vão se modificando. Este dinamismo aliado a uma formatação própria da dupla, contribuem para a resposta final da atividade.

Uma comparação entre as concepções *a priori* mobilizados na Etapa 1 – Avaliação Diagnóstica com as ações da Etapa 3 – Atividades de intervenção, nos

permite inferir alguns invariantes operatórios (conceitos e teoremas-em-ação) do esquema *obter relações entre taxas e grandezas no Excel*, Quadro 6.

**Quadro 6.** Invariantes operatórios

<b>Conceitos-em-ação <i>a priori</i></b>	<b>Conceitos e Teorema-em-ação <i>a posteriori</i></b>
Variável é igual a uma incógnita; Grandeza é uma medida matemática; Razão é igual à proporção.	As grandezas são proporcionais quando as variáveis são equivalentes; Taxa como razão ou taxa como divisão entre grandezas; Grandezas são quantidades representadas por variáveis; A inserção de colunas depende da análise da quantidade de grandezas na atividade (instrumental); Ao alterar o valor de uma célula representante das variáveis, altera-se uma célula da razão entre os valores da grandeza e este fato pode alterar a proporcionalidade; No Excel existe variação mútua entre as grandezas (instrumental).

Fonte: SILVA, 2020.

Os conceitos-em-ação, à esquerda do Quadro 6, representam um apurado da compreensão dos alunos sobre o conceito de variáveis matemáticas no início da pesquisa. Após as situações vivenciadas no Excel, a dupla, de forma operatória demonstra tanto teoremas-em-ação matemáticos quanto relacionados ao instrumento. Esse também, atrelado a conceitos-em-ação, agora instrumental.

*Etapa 4 – Avaliação Final.* Na última etapa realizamos uma Entrevista Semiestruturada com os alunos, simultaneamente. A seguir, apresentamos um trecho da entrevista onde os alunos respondem novamente a alguns questionamentos da avaliação diagnóstica, na busca de captação das novas concepções dos alunos após vivenciar as situações.

**Entrevistador:** Por enquanto, aluno A1, você escreveu que “as variáveis são incógnitas que precisam ser descobertos”. Para você o que são variáveis?

**Resposta do aluno A1:** Eu falei que era somente letras, mas são valores, tanto descoberto quanto que você quer descobrir.

**Entrevistador:** Você utilizou variáveis nas atividades, aluno A2?

**Resposta do aluno A1:** Sim. Dados como de quantidade de pessoas, valores, caixa de biscoito. [...].

**Entrevistador:** Aluno A1 você disse que “não consegui diferenciar totalmente, pois a razão é a divisão entre os valores e a proporção é a equivalência dos valores”. Qual é a diferença depois das atividades?

**Resposta do aluno A1:** Eu diria que razão continua sendo a divisão, mas entre uma grandeza e não as duas.

**Entrevistador:** Para a dupla o que é a divisão entre duas grandezas?

**Resposta do aluno A1:** Proporção.

**Entrevistador:** E a taxa?

**Resposta do aluno A1:** Essa seria a taxa, a razão seria eu pegar uma só grandeza. Já a proporção em relação a crescente ou decrescente.

A partir do extrato é possível termos uma noção da mudança relativa da dupla quanto aos conceitos matemáticos, alterando seus invariantes operatórios. Conseguem argumentar os conceitos de variáveis (com exemplos), razão, proporção, grandeza, taxa, crescimento e decrescimento. Percebemos que eles conseguem obter as razões, taxas e proporções das situações problemas; respondem às atividades tanto de forma quantitativa quanto qualitativa.

## CONSIDERAÇÕES NA PERSPECTIVA INSTRUMENTAL PARA APRENDIZAGENS SOBRE VARIÁVEIS

O trabalho no ambiente natural é necessário para compreender como ocorre a aprendizagem com a tecnologia, por meio da construção do conhecimento pelo sujeito. Rabardel (1995), ao incorporar os esquemas à ação instrumentada, explica que Vergnaud percebe o conhecimento científico sustentado pelos esquemas e, esses revelam os elementos cognitivos que permitem que a ação do sujeito seja operacional. Nesse ambiente pensamos que a dupla exerceu um papel operatório. Através do esquema *obter relação entre taxas e grandezas no Excel* foi possível à dupla de alunos compreender conceitos interligados às variáveis matemáticas.

O processo de instrumentação foi inferido através de evidências como as novas construções conceituais da dupla, na obtenção de razões e taxas com auxílio de fórmulas no Excel ou na identificação de procedimentos errados e o diálogo na busca da solução correta. Outras evidências, como a compreensão dos objetivos das situações trazidas pelas atividades e as justificativas das ações como decisões conscientes para os casos em que eles alteraram suas concepções a priori. Todas as evoluções foram reforçadas com dados da última etapa.

No processo de instrumentalização, na segunda atividade de intervenção, a dupla reconheceu a existência da proporcionalidade ao fazerem comparações visuais na medida em que manipulavam no Excel. O condicionamento das tabelas enriqueceu e consolidou o esquema da dupla. Na quarta atividade de intervenção, os alunos construíram gráficos destacando as grandezas e variáveis e, a partir de uma análise visual da planilha, associaram os tipos de proporção: diretamente, inversamente e não proporcional. Foi neste momento que os alunos mais exploraram o Excel com ferramentas básicas e de personalização.

De acordo com Rabardel (1995), novas situações de ensino levam os alunos transformarem os esquemas já disponíveis, gerando novas composições de esquema, através das reorganizações, fragmentações e reestruturações. Agora, os alunos analisam a variação conjunta das variáveis e fazem uma análise dos sentidos das atividades. O aspecto visual da variação mútua, exclusivo do Excel, permitiu a compreensão dos conceitos matemáticos. Utilizaram-se de fórmulas em duas colunas, ora com variáveis numéricas ora com algoritmos em língua materna. O uso da disposição dos dados com fórmulas condicionadas entre si nas tabelas, serviram como elo para a compreensão do objeto em estudo da pesquisa.

## REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, C. H. S. **Elementos constitutivos do trabalho pedagógico na docência online**. Tese (doutorado) – Pontifícia Universidade Católica de Goiás, Programa de Doutorado em Educação, 2014.
- BÉGUIN, P.; RABARDEL, P. **Designing for instrumented mediated activity**. In O. Bertelsen, S. Bodker (eds) *Information technology in human activity*, Scandinavian Journal of Information Systems, vol. 12, 173-190, 2000.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017.
- LESH, R.; POST, T.; BEHR, M. **Proportional reasoning**. In J. Hiebert & M. Behr (eds.) *Number Concepts and Operations in the Middle Grades* (p. 93-118). Reston, VA: Lawrence Erlbaum & National Council of Teachers of Mathematics. 1988.
- GITIRANA, V.; MAGINA, S.; SPINILLO, A. G.; CAMPOS, T. M. M. **Repensando multiplicação e divisão: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais**. São Paulo: PROEM, 2014.

ME. **Programa de Matemática do Ensino Básico**. Lisboa: Ministério da Educação, Direção Geral de Educação. 2007.

NCTM. **Principles and Standards for School Mathematics**. USA: NCTM. 2000.

NUNES, T. É hora de ensinar proporção. Entrevista concedida a Revista Nova Escola, São Paulo, n. 161, abr. 2003. Acessado em: 8 de dezembro de 2017. Disponível em: <http://revistaescola.abril.com.br/matematica/fundamentos/hora-ensinar-proporcao-fala-mestre-nunes-428131.shtml>. Acesso em: 20 dez. 2017.

RABARDEL, R. **Les hommes et les technologies**. Approche Cognitive des instruments contemporains. Armand Colin, Paris.1995.

SILVA, R. A. **O raciocínio proporcional e o uso do excel: um olhar para a Gênese instrumental**. Dissertação (Mestrado em Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2020.

SPINILLO, A. G.; LAUTERT, S. L. **Pesquisa-intervenção em psicologia do desenvolvimento cognitivo: princípios metodológicos, contribuição teórica e aplicada**. In: CASTRO, L. R.; BESSET, V. L. Pesquisa-intervenção na infância e juventude. Rio de Janeiro: FAPERJ, 2008. p. 294-321.

VERGNAUD, G. **A Teoria dos Campos Conceituais**. In: BRUN, J. Didáctica das Matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

# PENSAR RECURSOS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA NA ESCOLA BÁSICA

## UM TRABALHO COLETIVO DE PESQUISADORES E PROFESSORES

*Sonia Barbosa Camargo Iglioni*

*Dedico este capítulo à minha mãe que faleceu enquanto eu fazia incubações para o projeto.*

### APRESENTAÇÃO

Este capítulo apresenta o trabalho colaborativo, “Pensar Recursos para o Ensino de Matemática na Escola Básica” (PREMa-EB) desenvolvido no âmbito do PIPEQ, órgão de fomento da PUC-SP, durante o mês de novembro de 2019. Participaram desse trabalho 16 professores do ensino fundamental de escolas públicas e privada, 4 pesquisadores, 5 estudantes de pós-graduação em educação matemática e foi coordenado por engenheiro pedagógico.<sup>40</sup>

A proposta desse capítulo é refletir sobre a pesquisa colaborativa, um meio eficiente de se entrosar teoria e prática e trazer contribuições aos diversos grupos de pesquisa da educação matemática brasileira dessa modalidade, no enfrentamento dos desafios existentes em suas execuções. Os fatores para eles são vários,

<sup>40</sup> Pesquisadores da PUC-SP: Celina Abar e Maria José da Silva. Estudantes de pós-graduação: Carlos Eduardo Campos, Christian Danilo Christo, Jeferson Gimenez, Renata. Engenheiro pedagógico: do Instituto Francês de Educação da Escola Normal Superior de Lyon, França: Pierre Bénech. Pesquisadora da UFPA: Cibelle Assis.

para apenas citar alguns a concepção, adequação de aportes teóricos e metodológicos ou até mesmo espaços para o trabalho de uma comunidade de pesquisa. Hoje, com a pandemia apareceram outros a serem dimensionados.

O fato é que uma experiência, como essa nossa, ajuda a levantar novas questões cujas buscas de respostas podem iluminar o caminho para outros grupos de pesquisa interessados em trabalhar em parceria com professores. Ela trouxe frustrações pois a pretensão era maior, no entanto nos permitiu reflexões que dividimos com os leitores, neste capítulo.

Com esse alvo expomos elementos prévios, concepção e organização do projeto, proposição, teorias e metodologias de apoio, desenvolvimento e resultados obtidos. Antecederam a elaboração desse projeto algumas ações voltadas à formação do professor da escola básica, a publicação do livro (ABAR; IGLIORI, 2009) para os professores do ensino fundamental e da revista EMD, a participação de Ferreira da Silva em formação de professores no Peru, reflexões para a reformulação da licenciatura em Matemática da PUC-SP, a criação de um espaço digital (referência) e por fim, um estágio pós-doutoral na França da autora deste artigo.

A colaboração entre pesquisadores e professores corresponde às exigências educativas do século XXI e às expectativas atuais do mercado de trabalho. Nesse momento, são necessárias investigações educativas de largo espectro, afinadas por referências teóricas e empíricas. Essas necessidades são amplificadas se se leva em conta a complexidade da formação inicial dos professores da escola elementar, em particular os de matemática, face aos desafios que lhes são impostos. Mas não só, a educação matemática há tempos incluiu em suas investigações o ensino superior de cursos em que a matemática está presente. Na problemática desse projeto estão inseridas as exigências sociais, políticas e culturais e as restrições à prática do professor, sua formação, suas crenças e a necessidade de impregnar a prática profissional com os resultados teóricos das pesquisas. O desenvolvimento de um projeto de pesquisa para atingir seus objetivos necessita de sólidas referências teóricas. A implementação do espaço digital <https://hal.archives-ouvertes.fr/DAD-MULTILINGUAL/>, pelo teórico francês Luc Trouche, cumpre esse papel.

O desenvolvimento de conjunto de recursos para a aula do professor de matemática de qualquer nível é uma forma de otimizar expertises dos profissionais da pesquisa e do ensino. É por meio de estudos teóricos e empíricos que é possível conceber atividades novas, necessárias e apropriadas ao ensino dos diferentes níveis de educação. É preciso que esses estudos tragam uma contri-

buição ao professor, tanto do ponto de vista conceitual quanto do ponto de vista de sua prática, e, aos pesquisadores de educação matemática do ponto de vista da relação teoria e prática. Os estudos sobre os recursos e documentação devem abordar as questões de gestão da classe, da inclusão de alunos com necessidades especiais, de interdisciplinaridade e/ou de transdisciplinaridade da educação (MORAES; ABAR, 2015), as dificuldades de aprendizagem e os problemas das pedagogias diferenciadas, entre outros.

Esses pressupostos estavam presentes nas intenções e motivações do grupo que se envolveu neste projeto. E são os elementos essenciais desse projeto de pesquisa, os temas deste capítulo.

O PREMa-EB tomou como modelo o PREMaTT (*Penser les Ressources de l'Enseignement des Mathématiques dans un Temps de Transitions*)<sup>41</sup> um programa de desenvolvimento de recursos e de pesquisa do l'Institut Carnot de l'éducation (ICE) que aconteceu no período de maio de 2017 a junho de 2018. As informações sobre esse projeto estão na página de seu sítio. Esse projeto estabelecia uma sinergia entre duas componentes: pesquisa e ação educativa.

A componente pesquisa se interessava pelo desenvolvimento profissional dos professores de matemática apoiada por um processo de concepção colaborativa de recursos adaptados a uma dupla transição (digital e curricular). Ela se destinava a três tipos de atividades; modelização de recursos mutualisáveis; modelização de laboratórios de concepção; modelização de trajetórias profissionais dos professores (TROUCHE, [s.d.]).

A componente ação educativa [...] se interessava pela colaboração entre professores da escola básica, em torno da concepção de recurso. As práticas são questionadas, de um lado pela *gestão de classe e dos rituais*, e de outra parte da *evolução da visão formativa*. Esse trabalho colaborativo e reflexivo ajuda os professores a colocarem em prática novos programas de matemática, e contribui com seus desenvolvimentos profissionais (TROUCHE, [s.d.]).

O importante é o que é difícil de um projeto como esse é a sinergia entre as duas componentes. No caso do PREMaTT.

A pesquisa traz para o projeto de ação educativa ferramentas de concepção, de reflexividade e de modelização. Os professores trazem suas expertises da sala de aula; as soluções colaborativas e com a experiência ajudarão no avanço da pesquisa (TROUCHE, [s.d.]).

As duas componentes dispunham de coordenadores responsáveis e os professores recebiam bolsas do estado para participarem do projeto. Na FAPESP,

<sup>41</sup> Endereço eletrônico: <http://ife.ens-lyon.fr/ife/recherche/groupes-de-travail/prematt>.

agência de fomento do Estado de São Paulo, há um projeto destinado ao ensino público nos moldes do PREMaTT. No entanto, mesmo com remuneração há entraves para se estabelecer parcerias com professores, dadas as dificuldades que eles têm em assumir compromissos, para além de suas ocupações profissionais.

Para chegar neste projeto fizemos idas e vindas por São Paulo, durante todo o segundo semestre de 2018. Mantivemos contato com diferentes escolas públicas estaduais e municipais, de diferentes regiões de São Paulo buscando parcerias. Todas as escolas demonstravam, a princípio interesse, mas, depois não assumiam o projeto, sempre pela mesma razão, falta de tempo.

Realmente foi uma situação muito frustrante, a de não conseguir formar um grupo de professores para desenvolver um projeto em um modelo desenvolvido na França, que muito nos motivou.

E finalmente, o momento chegou quando a PUC-SP abre o Edital 01/2019 do Programa PEPG de Excelência (PEPG-Ex) em que a modalidade 1 destinava-se a: convite de pesquisador estrangeiro. O projeto ampliou seus participantes, podendo contar, como convidados, com os pesquisadores Pierre Bénech do IFE de Lyon e Cibelle Assis da UFPA. Uma escola privada e um grupo de escolas públicas da secretaria municipal de São Miguel Paulista, um bairro de São Paulo, se dispuseram a participar.

Bénech, engenheiro pedagógico,<sup>42</sup> contribuiu com a criação, acompanhamento e avaliação do projeto, sua função em projetos de formação de professores de matemática na França, em especial o PREMaTT (*Penser les Ressources de l'Enseignement des Mathématiques dans un Temps de Transitions*).<sup>43</sup>

A pesquisadora Cibelle Assis da UFPA, com sua vivência como pesquisadora em educação matemática, professora de graduação e pós-graduação da UFPA trouxe contribuições conceituais e metodológicas. Um dos pontos importantes destacados por ela e com o qual compartilhamos é que a relação entre pesquisador e professor merece ser questionada, se a intenção é atender aos interesses e necessidades dos professores nas escolas.

Nessas condições, a pesquisa colaborativa tomou corpo e se estruturou com o comando de Assis e Bénech nas “incubações”, ou seja, encontros regulares entre os pesquisadores e estudantes de pós-graduação participantes, a cada momento do projeto, para refletir sobre os problemas identificados. E foi por meio de uma delas que o projeto teve início.

---

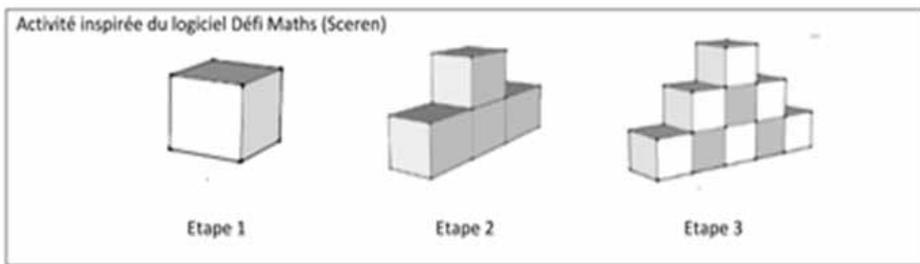
<sup>42</sup> Pesquisador convidado no PEPGEx. 2019 da PUC-SP.

<sup>43</sup> <http://ife.ens-lyon.fr/ife/recherche/groupes-de-travail/prematt>.

Na França essas incubações ocorriam por meio de um trabalho colaborativo concebido por negociações e ações conjuntas e com uma metodologia que atendia aos objetivos propostos.

Uma incubação, na dinâmica do projeto francês, implicava que os professores construíssem cenários possíveis para ela, levando em consideração a análise de seus efeitos no trabalho da sala de aula. Um exemplo interessante de incubação efetivada durante o desenvolvimento do PREMaTT encontra-se na Figura 3. Trata-se de uma situação matemática para ser explorada em sala de aula. Essa situação se torna assim um recurso para a sala de aula. Nesse recurso denominado Pirâmide, a questão era descobrir em cada etapa de uma construção geométrica o número de cubos existentes. O número de etapas era escolhido em consonância aos conhecimentos dos alunos.

**Figura 1** – Pirâmide. Quantos cubos compõem a etapa  $n$ ? Para  $n \geq 1$ ?



Fonte: TROUCHE, [s.d.]

Isto é, a “Pirâmide”, podia ser explorada de diversas formas, a depender do nível do ensino. Assim, em seu enunciado poderia constar questões como: quantos cubos há na etapa 1? na etapa 2? na etapa 3 ou 4? na etapa 5, 10 ou 100? E poder-se-ia ainda solicitar ao aluno explicar o modo de resolução.

## A: PREMA-EB- CONCEPÇÃO

### Participantes do Projeto:

Convidados: Pierre Bénech (IFE Ecole Normale Lyon) e Cibelle Assis (UFPA).

Participantes do PEPG em Educação Matemática da PUC-SP.

Professoras: Celina Aparecida Almeida Pereira Abar, Maria José Ferreira da Silva e Sonia Barbosa Camargo.

Doutorandos: Carlos Eduardo Campos, Chrystian Bastos de Almeida, Danilo dos Santos Christo, e Renata Udvary Rodrigues.

Mestrando: Jefferson Gimenez.

## **Professores do Ensino Básico**

Doze professores do ensino médio de uma Escola Técnica de uma cidade do estado de São Paulo. Havia a previsão de participação de professores do ensino fundamental (Ciclo II); 80 professores do ensino fundamental (Ciclo I) da Secretaria da Educação desse município.

O Diretor da Escola Técnica abalizou a pesquisa e disponibilizará horas e salas para o desenvolvimento do projeto. Os professores da Secretaria da Educação se deslocarão até as dependências dessa Escola Técnica.

## **Objetivos**

Conceber e elaborar recursos para o ensino da matemática da escola básica conforme demandas, preferencialmente, dos professores. Entendendo como recurso, não necessariamente uma situação matemática. Poderia ser algo que os professores indiquem interesse em trabalhar durante o projeto.

## **Metas**

- (1) Cooperação, criatividade e didática nos processos de ensino e aprendizagem (em especial em matemática);
- (2) Desenvolvimento profissional e formação continuada de professores (em especial de matemática);
- (3) Concepção, criação, análise (evolução e avaliação) de recursos para o ensino (em especial de matemática).

## **Referência teórica**

A base teórica principal desse projeto é o da Abordagem Documental do Didático (GUEUDET; TROUCHE, 2010). Nessa referência estão as noções de recurso, esquema; trabalho documental; entre outras que fundamentam o desenvolvimento da teoria da Gênese Documental, uma extensão da Gênese Instrumental (RABARDEL, 1995) à Didática da Matemática. Há ainda nessa teoria, a proposição da dialética recursos/documentos que a renova e dá mais força às questões das pesquisas sobre a formação de professores. Em Gueudet e Trouche (2009) é considerado que a documentação dos professores, na ação de preparar

suas aulas, constitui-se o cerne das atividades e do desenvolvimento profissional do professor implicando: a pesquisa de novos recursos, a seleção e a criação de tarefas matemáticas para a planificação e o desenvolvimento de sequências, a gestão do tempo e administração dos artefatos.

É necessário que esses estudos possam trazer contribuição ao professor, tanto do ponto de vista conceitual quanto do ponto de vista de sua prática. Esses estudos devem abarcar questões de gestão de sala de aula, de atendimento dos alunos com necessidades especiais (inclusão), e da interdisciplinaridade e/ou transdisciplinaridade da educação (MORAES; ABAR, 2015), às dificuldades de aprendizagem e às questões da pedagogia diferenciada, entre outros.

É necessário reforçar que o conceito de atividade admitido nessa teoria é devido a Vygotski (1934, 1997), Leontiev (1984), Vandebrouck, (2010) e o conceito de esquema segundo Vergnaud (1996).

Na problemática dessa pesquisa vários problemas podem ser sublinhados. Mas tudo pode ser resumido na seguinte questão: Como desenvolver uma ação conjunta pesquisadores/professores na concepção dos recursos e na análise do trabalho documental dos professores?

## Metodologia

O projeto mobilizará uma metodologia de Design Pedagógico e de Pesquisa baseada no *Design-Based Research Collective* (2003). Trata-se de uma abordagem colaborativa, interativa e centrada no usuário. Esta abordagem permite combinar objetivos do projeto, sejam eles pragmáticos (design de recursos e dos laboratórios) ou objetivos heurísticos (conhecimentos associados à matemática e ao ensino de matemática). A natureza iterativa da metodologia empregada, conduzida em condições mais próximas do ambiente natural (ecológico), ajuda a levar em consideração a complexidade dos contextos estudados.

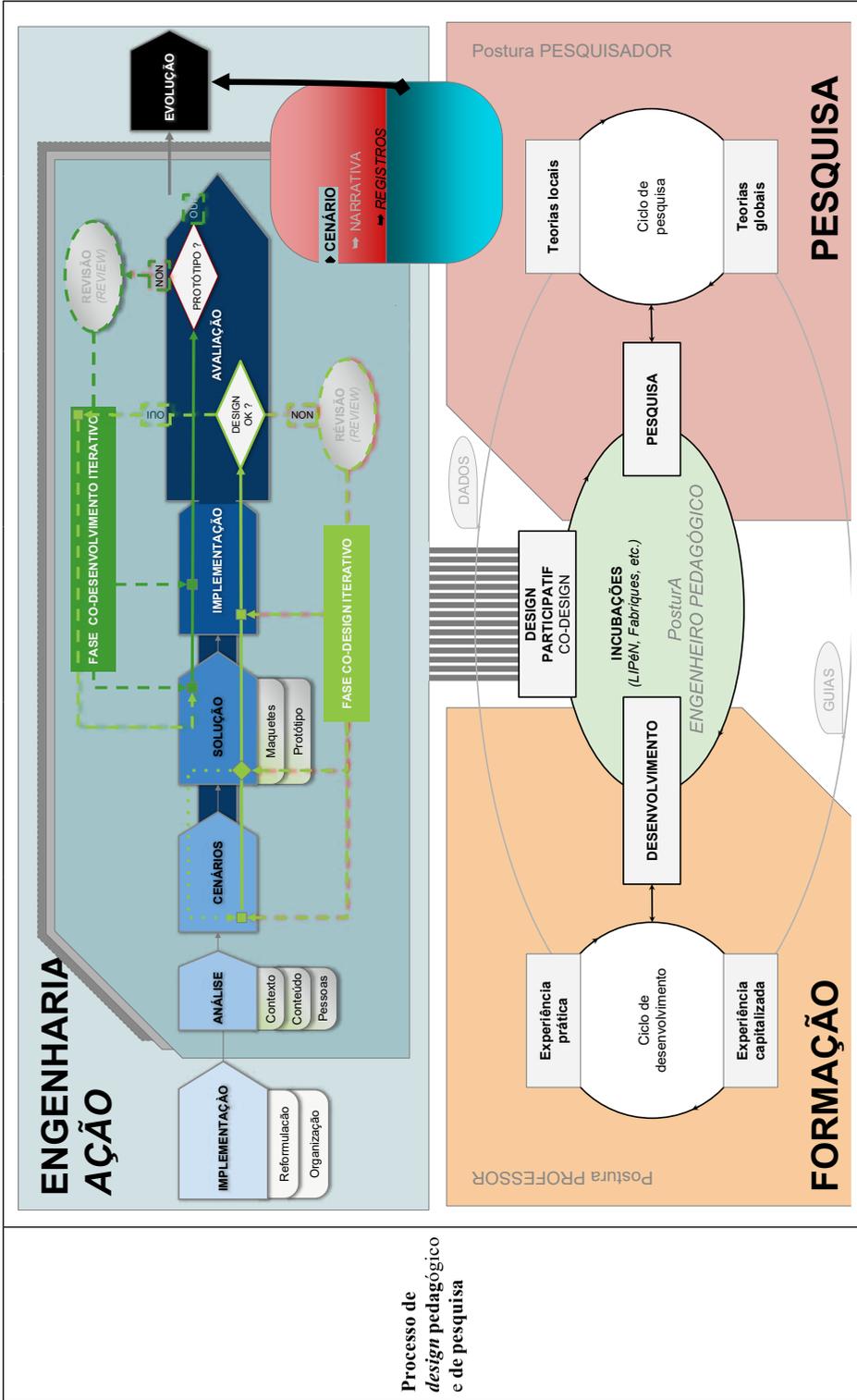
Seguindo o processo de Design Pedagógico (ALTUTKMANI *et al.*, 2019), a implementação do projeto inicia-se com as várias partes interessadas (professores da escola participante do projeto, pesquisadores e alunos do PEPG), de modo a definir: equipes de trabalho e sua organização, a problemática de cada equipe em torno de questões associadas ao ensino de matemática em seus contextos, outros participantes que podem atuar no projeto, utilização de um laboratório ou vários laboratórios, calendário, utilização e criação de recursos digitais etc. Em seguida, inicia-se o desenvolvimento do projeto baseado em uma Metodologia Ágil (SALAUN; HABERT, 2015) que compreenderá a análise dos recursos existentes relacionados às problemáticas levantadas e à produção es-

crita de um ou mais cenários correspondentes (situação pedagógica, sequências didáticas no espaço escolar).

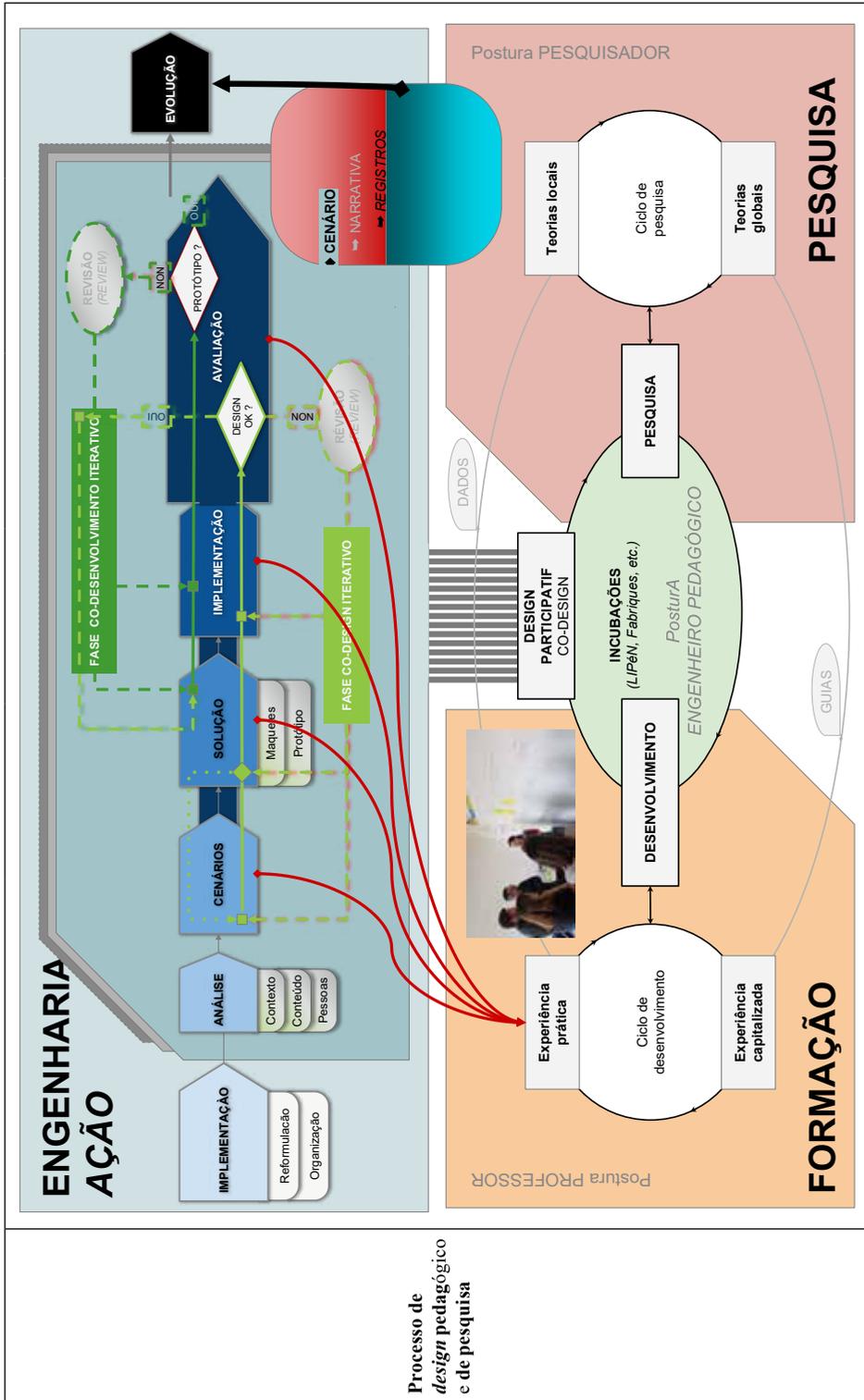
Dando continuidade, as equipes apresentam tais cenários e recebem feedback; modificam o cenário levando em conta o *feedback*; e representam para a comunidade o seu cenário alterado em um processo interativo. Cada equipe do projeto pode desenvolver um ou mais recursos necessários para o cenário não identificado ou existente durante a análise. Assim, apresentam o recurso desenvolvido; adaptam o recurso de acordo com os feedbacks; e apresentam novamente o recurso modificado em um processo iterativo ágil.

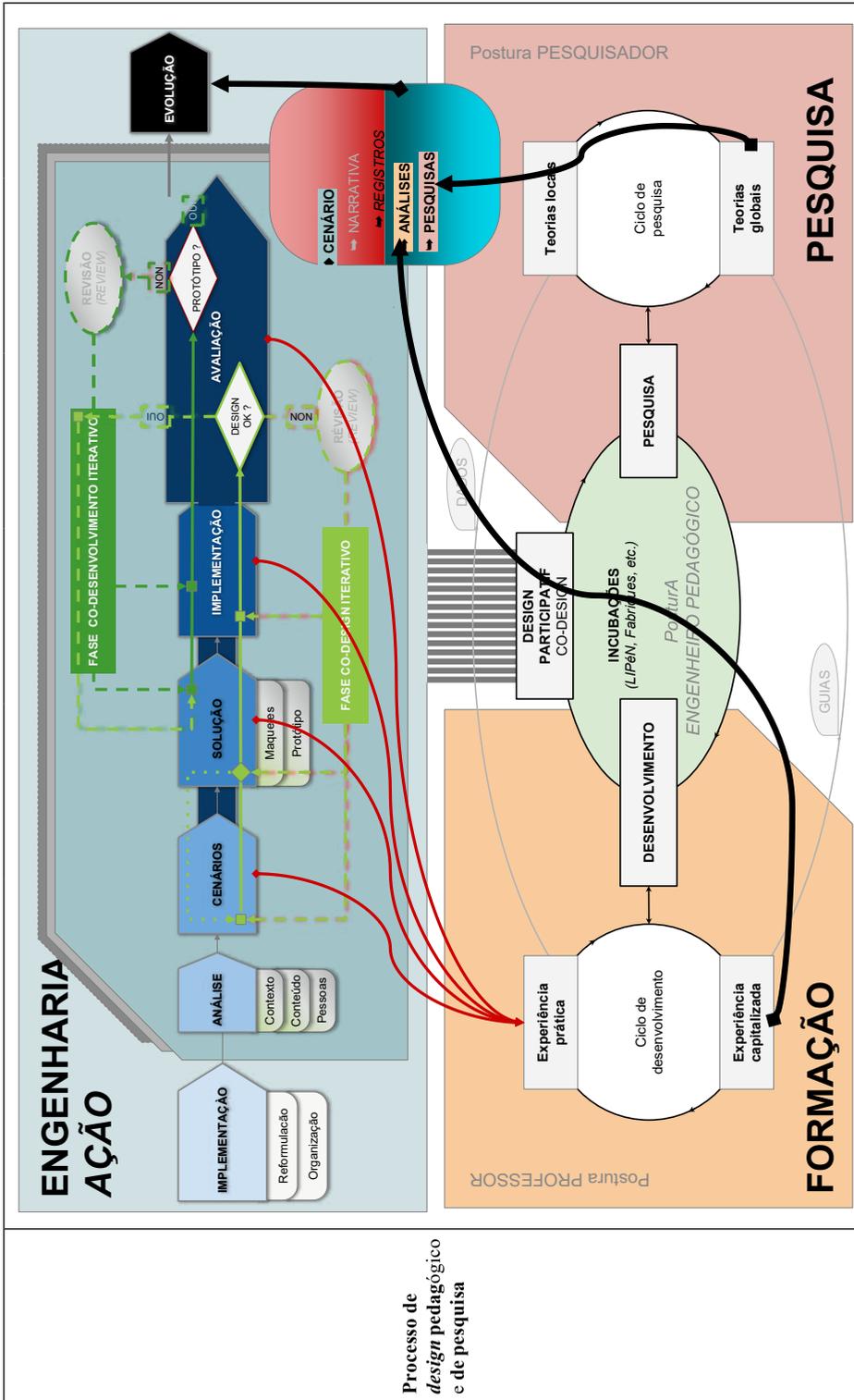
A Implementação do cenário e do(s) recurso(s) ocorre por meio da experimentação nas escolas (ambiente ecológico). Para a avaliação e posterior evolução dos cenários, são estabelecidos instrumentos de coleta de dados, seguidos da análise dos dados novamente pela comunidade de prática. Novamente se dará um feedback para a comunidade de prática que eventualmente modificará o cenário para um próximo experimento. A divulgação dos cenários experimentados e seus recursos ocorrerá pelo intermédio de uma plataforma on-line. As atividades (tarefas e incubações) previstas no design pedagógico estão descritas no Quadro 1.

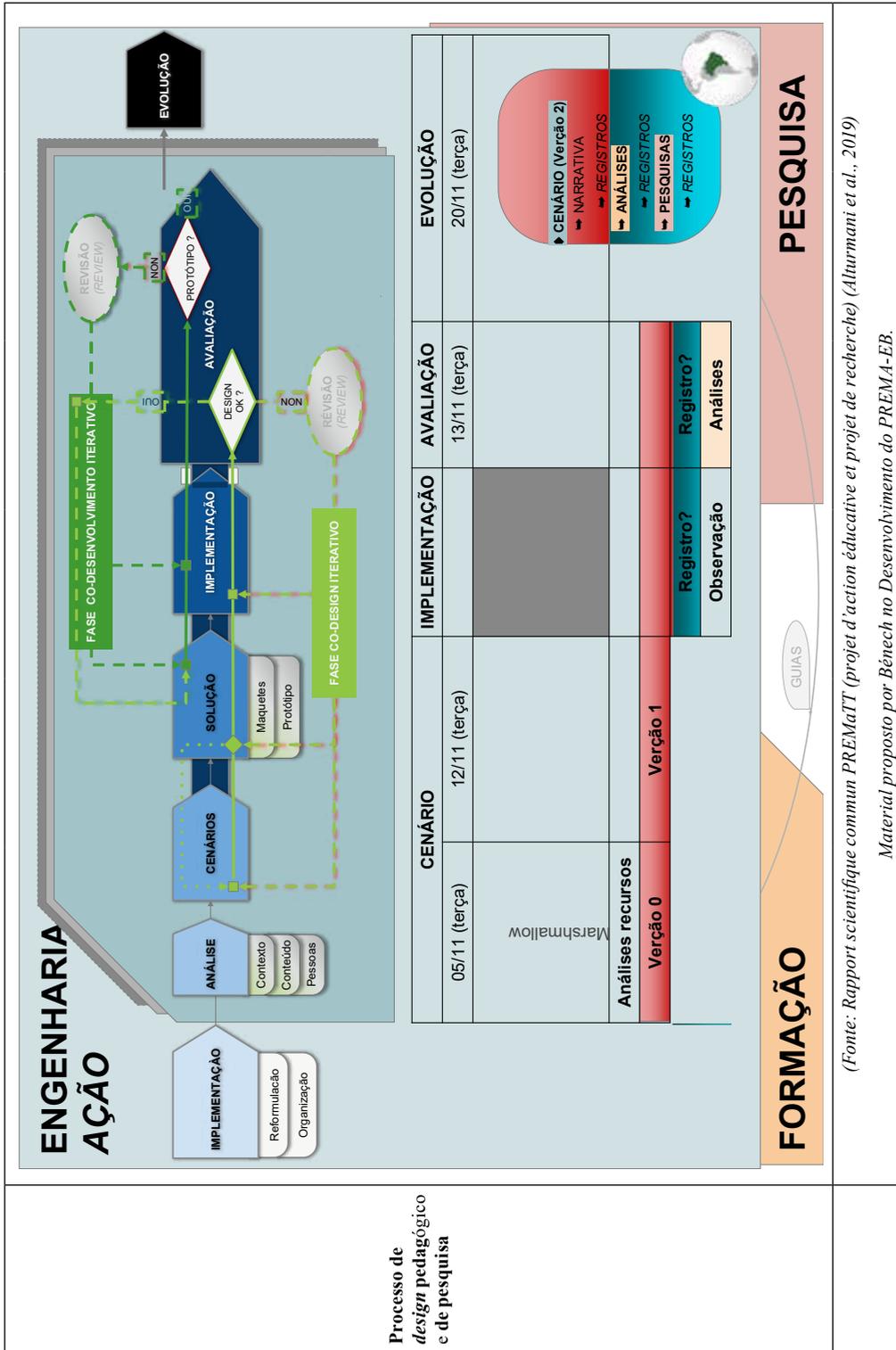
Quadro 1. Descrição das Atividades (Incubações e Tarefas)



Processo de design pedagógico e de pesquisa







Processo de design pedagógico e de pesquisa

(Fonte: Rapport scientifique commun PREMaTT (projet d'action éducative et projet de recherche) (Alturmani et al., 2019)

Material proposto por Bénéch no Desenvolvimento do PREMA-EB.

	Início do projeto	Análise	Cenários	Solução	Implementação	Avaliação	Evolução
<b>Tarefas</b>	(In1) Apresentar o projeto. (In2) Reformular o projeto. (In3) Identificar as problemáticas. (In4) Constituir e organizar os grupos de trabalho entorno de uma problemática em comum. (In5) Descrever a implementação do projeto.	(Ana1) Analisar os recursos existentes associados à problemáticas identificadas, aos contextos escolares e aos conteúdos. (Ana2) Formar equipes com relação às dificuldades encontradas.	(Cen1) Criar atividades pedagógicas de acordo com a metodologia ágil. (Cen2) Apresentar cenário às equipes. (Cen3) Avaliar cenários.	(Sol1) Conceber ou identificar recursos necessários aos cenários.	(Imp1) Planejar a implementação em sala de aula.	(Aval1) Autoavaliar e/ou Coavaliar a implementação da aula. (Aval2) Entrevistar professores para refinamento dos dados coletados.	(Evol1) Difundir as atividades pedagógicas e os recursos mobilizados. (Evol2) Difundir a experiência e a reflexão a partir do ponto de vista do ensino e da pesquisa nas equipes. (Evol3) Produzir artigos científicos a partir das questões de pesquisa que emergiram no processo.
<b>Pesquisadores</b>							
<b>Proponente</b>	Apresentar e coordenar o projeto						
<b>Pesquisador Convocado (PC)</b>	(PC) Coorganizar a Incubação 1	(PC) Coorganizar a Incubação 2 e 3	(PC) Coorganizar a Incubação 4	(PC) Coorganizar a Incubação 5	(PC) Coorganizar a Incubação 6, 7 e 8	(PC) Coorganizar a Incubação 9 e 10	(PC) Coorganizar a Incubação 11

<i><b>Pesquisadores (Pest)</b></i>	Identificar colaborativamente questões norteadoras de pesquisa e de seu trabalho	Procurar colaborativamente elementos científicos	Participar da concepção das atividades pedagógicas	Acompanhar colaborativamente os critérios de avaliação dos recursos	Identificar colaborativamente elementos de observação da implementação com os professores	Definir colaborativamente elementos para a realização das entrevistas. Organizar entrevistas  Acompanhar o processo reflexivo de autoavaliação dos professores	Escrita colaborativamente dos artigos
	<i><b>Estudantes da pós-graduação da PUC-SP (Est-PG)</b></i>						
<i><b>Professores</b></i>							
<i><b>Ensino Básico</b></i>		Procurar colaborativamente os elementos pedagógicos e didáticos	Concepção colaborativamente das atividades pedagógicas			Produzir colaborativamente um vídeo participativo (Lunch & Lunch, 2006).	Socializar colaborativamente as atividades produzidas, a reflexão sobre elas e os recursos em uma plataforma.

## O cronograma planejado

Locais: As atividades ocorrerão nas dependências do Programa e das escolas.

**Quadro 2.** Cronograma de Atividades (Incubações e Tarefas)

<b>Incubações (Reuniões)</b>	<b>Tarefas</b>	<b>Participantes</b>	<b>Local</b>	<b>Semana</b>
Incubação 1	Apresentação e início do Projeto	Todos	Escola	Sábado 09/11/2019 (Semana 1)
Incubação 2	Análise	Equipes (professores e pesquisadores)	Escolas	Semana 1
Incubação 3		Pesquisadores	casa	Semana 1
Incubação 4	Cenários (situações pedagógicas e didáticas)	Todos	Escola	Sábado 16/11/2019 (Semana 2)
Incubação 5	Solução	Equipes (professores e pesquisadores)	Escola	Semana 2
Incubação 6	Implementação do Cenário	Pesquisadores	casa	Semana 2
Incubação 7		Todos	Escola	Sábado 23/11/2019 (Semana 3)
Incubação 8		Equipes (professores e pesquisadores)	Escola	Semana 3
Incubação 9	Avaliação	Pesquisadores	casa	Semana 3
Incubação 10		Equipes (professores e pesquisadores)	Escola	Semana 4
Incubação 11	Evolução	Todos	Escola	Sábado 30/11/2019 (Semana 4)

## B- PREMA-EB --REALIZAÇÃO

### Novos Participantes

As escolas públicas previstas não conseguiram participar, desistiram com o projeto iniciado, após a primeira incubação.

Os professores e alguns dos estudantes da pós-graduação da PUC-SP foram à Escola Técnica, em um sábado durante toda a manhã, antes da chegada dos convidados, ou seja, antes do início do projeto. Analisaram com os professores a proposta e referendaram o cronograma, indicado na parte A. Porém, esses professores não chegaram nem mesmo a iniciar o projeto, devido a compromissos, que não estavam previstos quando do aceite de participação, com a escola.

Os professores das escolas públicas chegaram a iniciar o projeto. Eles participaram da primeira incubação sob coordenação de Pierre, mostraram-se muito participativos e interessados em continuar. No entanto, qual não foi nossa surpresa, quando ao final da primeira atividade (com duração de duas horas), quando se acertava o cronograma fomos informados, pela coordenação da secretaria, que não seria mais possível aos professores participarem do projeto, pela mesma razão da Escola Técnica. Houve alteração nas tarefas com a escola.

Esse foi um dos momentos difíceis da implantação do projeto. Nós, já tínhamos uma escola privada com compromisso de participação, mas desejávamos, considerávamos importante, e constava do projeto aprovado pela PUC-SP a participação de escolas públicas.

Retomamos contatos anteriores e conseguimos que professores da Secretaria da Educação Municipal de um distrito da cidade de São Paulo, e 12 professores do ensino fundamental I, II e médio foram engajados ao projeto. Em todas as tratativas que fizemos com as escolas, sempre valorizamos a participação voluntária e não obrigatória dos professores. Nessa secretaria, foi assim que também aconteceu.

## O cronograma realizado

Locais: As atividades ocorreram em uma residência de um dos pesquisadores e nas dependências da escola privada e da Secretaria da Educação Municipal de um distrito da cidade de São Paulo.

**Quadro 3.** Cronograma de Atividades (Incubações e Tarefas)

<b>Incubações (Reuniões)</b>	<b>Tarefas</b>	<b>Participantes</b>	<b>Local</b>	<b>Semana</b>
Incubação 1	Apresentação e início do Projeto	Todos	Escola Privada	Semana 1 Período noite 4 horas
	Apresentação e início do Projeto	Todos	Secretaria da Educação	Semana 1 Período noite 4 horas

Incubação 2	solução	Pesquisadores	casa	Semana 1
Incubação 3	análise			Duas tardes 4 horas
Incubação 4	Cenários (situações pedagógicas e didáticas)	Todos	Escolas	Semana 2 Particular-noite 4 horas
				Semana 2 Públicas-noite 4 horas
Incubação 5	Solução	Equipes (professores e pesquisadores)	casa	Semana 2 tarde
Incubação 6	Implementação do Cenário	Pesquisadores	casa	Semana 2 tarde
Incubação 7		Todos	Escola	Semana 3 Particular-noite
				Semana 3 Públicas-noite
Incubação 8		Equipes (professores e pesquisadores)	casa	Semana 3 Tarde
Incubação 9	Avaliação	Pesquisadores	casa	Semana 3 Tarde
Incubação 10		Pesquisadores	casa	Semana 4
Incubação 11	Evolução	Todos	Escola	Sábado 30/11/2019 (Semana 4)

## As atividades

As atividades de incubação e as tarefas foram semanais. Cada incubação ocupava uma tarde. Muitas vezes, aos domingos. Os encontros com os professores na escola e na secretaria, duravam 4 horas, e ocorreram separadamente em dias diferentes. A distância entre os lugares de trabalho, não possibilitava juntar esses professores. Pretendíamos trocar reflexões, mas não aconteceu, pois, as escolhas de temas dos grupos de professores foram diferentes. Apenas a apresentação do projeto e a primeira incubação mobilizaram atividades iguais, sendo reflexões e discussões conforme as experiências dos professores envolvidos, que

guardavam as diferenças dos tipos de escolas, região de funcionamento entre outras.

Descrevemos a Semana 1 e depois inserimos nosso diário de bordo no qual pode-se avaliar as demais atividades. Apesar do curto tempo, a coordenação e experiência de Bénech permitiu que o trabalho avançasse e realizássemos diversas atividades.

## **Semana 1**

Na primeira atividade, com todos os participantes houve a apresentação e discussão do projeto, com seus objetivos e metas; teoria e metodologia norteadoras.

Nesses momentos, expusemos o que pretendíamos com a parceria, que não se tratava apenas de formação e que esperávamos que pesquisadores e professores contribuíssem cada qual com suas expertises, e que os resultados pudessem favorecer às funções de ambos, ou seja à pesquisa e à ação educativa. E esperávamos, no curto espaço de tempo que tínhamos, conceber recursos para o ensino da matemática. As questões dos professores, nos dois grupos de professores, eram direcionadas ao que o projeto iria acrescentar a eles e às suas aulas. Os pesquisadores enfatizavam o caráter da parceria, refletindo com eles que o projeto incluía escolhas de temas e, portanto, caberia a eles indicar aqueles que trouxessem colaboração nesse sentido. Foi um momento elucidativo, quando pudemos perceber que a parceria deve se iniciar na elaboração do projeto.

Após as aparentes acomodações sobre a pertinência e possíveis repercussões do projeto, foi proposta uma segunda atividade aos professores para que trabalhassem divididos em dois grupos, os quais foram constituídos aleatoriamente. A cada grupo foi entregue um material contendo: um pacote de macarrão fino, algumas peças de marshmallow e fita durex.

A proposta, uma competição entre os grupos, que tinha por consigna o tempo de construção e a altura da torre feita com esse material. O tempo destinado era de 18 minutos. Essa atividade insere-se na metodologia Ágil, obter informações em um tempo curto de tempo. Os grupos passaram a construir suas torres, envolvidos no que faziam, mas poucos pensavam em estratégias ou uma organização prévia. As dificuldades eram inerentes ao material entregue a eles, que se incomodavam com isso, chegando a se expressar assim: mas não poderíamos fazer essa ponte com varetas? Ficariam mais firmes. Essas perguntas eram perfeitas para discutir a proposta da atividade, realizar comparações entre a construção da torre com a preparação e realização de uma aula.

Figura 2 – Os elementos da construção da torre

## Marshmallow Challenge

18 minutos





**Instructions**

- **Objetivo:** Construa a estrutura mais alta e seja autônomo! A equipe vencedora é a que possui a maior estrutura medida da superfície da mesa até o Marshmallow. Isso significa que a estrutura não pode ser suspensa de uma estrutura superior, como uma cadeira, teto ou lustre. Se o espagete for mais alto que o marshmallow, medimos bem desde a base até esta.



- **Bom uso do kit:** A equipe pode usar como desejar os recursos fornecidos: 20 espagete, 1 metro de barbante, 1 metro de fita adesiva. As equipes são livres para quebrar o espagete, cortar a bande e as cordas para criar sua estrutura.
- **Timeboxing:** O desafio dura 18 minutos EXATAMENTE! As equipes não devem manter sua estrutura quando o tempo acabar. Aqueles que tocam ou apóiam a estrutura no final do exercício são desqualificados.
- **Certifique-se de que todos entendam as regras:** não hesite em repeti-las pelo menos três vezes. Pergunte se alguém tem alguma dúvida antes de começar.

**Espaguetes** - Utilizar espaguetes crú, nem muito fino e nem muito espesso

- **Barbante** - Incluir um rolo de barbante que possa ser cortada facilmente com a mão. Se esse barbante for espesso, inclua tesouras em seu kit.
- **Marshmallow** - Utilize uma marca de marshmallows que tenha um tamanho padrão(mais ou menos 2cm por 2 cm). Evite os marshmallows mini ou jumbo. Privilegie os marshmallows que dão uma impressão de leveza.
- **Fita adesiva** - Utilize fita adesiva padrão.

Certifique-se que as seguintes ferramentas estejam disponíveis :

- **Régua retrátil ou de costureira** - Dispon de uma régua retrátil para medir a altura das estruturas ao final do desafio.
- **Um aplicativo Cronometro ( do tipo TimeBoxing)** - o desafio dura EXATAMENTE dezoito minutos : Vinte minutos são demais e quinze poucos. Você pode utilizar um cronometro, mas melhor ainda, utilizar um projetor de vídeo e exibir a contagem regressiva.
- **Projetor de vídeo e sistema de som** (opcional): para maior impacto, utilizar um projetor de vídeo para transmitir a apresentação do desafio do Marshmallow bem como um sistema sonoro para colar uma música e fazer pressão nos participantes contando os minutos

Fonte: Produção de Bénech para o PREMA-EB.

As discussões se pautaram na comparação entre as ações realizadas durante a construção da torre e a preparação de uma aula. Para essa preparação, assim como para a construção da torre é necessário realizar projeções, suposições, analisar os recursos disponíveis para serem utilizados, como no caso do macarrão fino. Os professores acharam a atividade interessante e não levantaram suposições sobre possíveis comparações com as ações de preparação da aula, didáticas ou pedagógicas, e mesmo por que aquela ação.

Nesse mesmo dia, foi entregue aos professores retângulos com as palavras-chave indicadas na Tabela 1, e solicitado que eles escolhessem duas palavras para a condução do trabalho do grupo. Os grupos discutiram bastante. Os pesquisadores observavam e anotavam as falas dos professores. O momento da escola e as exigências do trabalho foram emergindo e influenciaram as escolhas. Na escola privada eles estavam organizando seus portfólios e nas escolas públicas tinham que dar conta de uma tarefa, exigência da Secretaria sobre a interdisciplinaridade.

**Tabela 1.** Palavras-chave para identificação de Problemas

INSTITUIÇÃO	BNCC
COMPETÊNCIAS	HABILIDADE
OBJETOS DE ENSINO	PRÁTICA PROFISSIONAL
PROJETO	(PLUR)INTERDISCIPLINARIDADE
PORTFÓLIO	EXPLICITAÇÃO
SITUAÇÃO	CONTEXTUALIZAÇÃO
OBJETIVO	PLANEJAMENTO
MOTIVAÇÃO	REGULAÇÃO

Fonte: Autores do Projeto Prema-eb 2019.

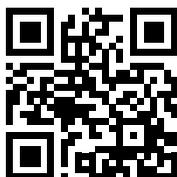
No que segue, apresentamos por meio do diário de bordo do Prema-EB, alguns elementos do funcionamento deste projeto. Eles permitem aos leitores terem uma visão geral das atividades.

As atividades, a exemplo da construção da torre tinham intenções de se discutir as implicações da organização dos recursos para uma aula de modo a torná-la produtora. Outra assemelhada, foi proposta aos professores que elaborassem um prato para um jantar especial tanto do ponto de vista nutricional quanto de combinação de sabores e de aparência do resultado. Eles foram municiados com desenhos ilustrando alimentos que eles poderiam fazer combinações. Reapresentamos na sequência o Quadro 1, agora com o projeto em desenvolvimento.

Engenharia | Formação | Pesquisa

**Tabela 2.** Apresentação do projeto aos professores e pesquisadores – Recurso de apresentação às Escolas

*Recurso de apresentação do 18/11/19*



**Tabela 3.** Projeto PREMa-EB (Em resumo)

	Escola Privada		ESCOLAS PÚBLICAS		
	PORTFÓLIO - PAÍS (G1)	PORTFÓLIO - FÍSICA (G2)	JOGO COM CARDS (G1)	JOGO DE ONÇA (G2)	JOGO DE MULTIPLICAÇÃO (G3)
<b>Professores</b>					
<b>Pesquisadores</b>					
<b>Portfólio</b>					

**Tabela 4.** Engenheiro | Registros de cada incubação  
Reunião Casa (pesquisadores)

Datas/ Dias	Projeto	Desenvolvimento do projeto	Grupo	Registros	Questão do Projeto	Professores	Pesquisadores
<b>05/11 (terça)</b> <b>9:30 às 11:30</b>	Mise en place do projeto com pesquisadores	↕ <a href="#">Desenvolvimento da Incubação I</a>					Discussão sobre a filosofia do projeto aos pesquisadores.
<b>11/11 (segunda)</b>	Cenário						Reflexão sobre o mapa de experiência.
<b>15/11 (sexta)</b>	Cenário						Trabalho sobre questões de pesquisa dos professores.

<b>18/11 (segunda)</b>		Apresentação do trabalho de coordenação do projeto no PEPG em Educação da PUC-SP Por Pierre				Universidade PUC-SP
<b>20/11 (quarta)</b>	Análise					pesquisadores Trabalho sobre os elementos de análise para acompanhar a reflexão dos grupos dos professores.
<b>24/11 (domingo)</b>	Análise	↗ <a href="#">Três ateliês G1 e G2</a>				Trabalho sobre três ateliês ( <a href="#">G1 &amp; G2</a> ) para acompanhar a reflexão dos grupos dos professores e análise final.

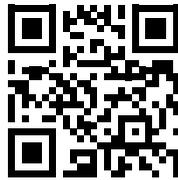
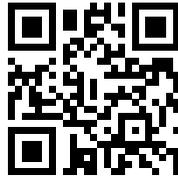
**Tabela 5. Escola Privada**





**Tabela 6.** Escola Pública





Pesquisa |

**Tabela 7.** Questões colaborativas de pesquisa...

	Colégio Particular	Escola Pública
<b>Palavras-chave</b>	Projeto Portfólio, Análise reflexiva (5 níveis), Acompanhamento da aprendizagem Acompanhamento dos professores (para fazer evoluir as práticas pedagógicas) Competências, Habilidades Behaviorismo (de BLOOM a SOLO)	Situações (didáticas e/ou pedagógicas), Projeto Portfólio Competências, Habilidades Resolução de problemas (estratégias e tipos de problema), Diferenciação Leadership
<b>Questões do projeto</b>	<b>G1</b>	Como realizar o acompanhamento da aprendizagem de alunos através do uso #Portfólio durante a realização de um Projeto Escolar ( <i>Volta ao mundo em 80 dias</i> )?
		<a href="#">Link Mapa de experiência</a> ▶ Problema de apropriação do conceito de portfólio e de análise reflexiva. ▶ Situação mais de BLOOM que de SOLO ou de BROUSSEAU ▶ Problema conceitual da grandeza área (superfície) e medida (km <sup>2</sup> ) ▶ Que tipo de regulação é feita na situação?
		<a href="#">Link Mapa de experiência</a> ▶ Como a situação do jogo se encaixa em uma "sequência pedagógica" (ação, formulação, validação e institucionalização)? ▶ Como o interdisciplinar se encaixa nesse jogo? ▶ Que tipo de regulação é feita na situação?
	<b>G2</b>	Como realizar o acompanhamento da aprendizagem de alunos através do uso #Portfólio durante a realização de um Projeto Escolar ( <i>Volta ao mundo em 80 dias</i> )?
		<a href="#">Link Mapa de experiência</a> ▶ ▶
		<a href="#">Link Mapa de experiência</a> ▶ Como a situação do jogo se encaixa em uma "sequência pedagógica" (ação, formulação, validação e institucionalização)? ▶ Como o interdisciplinar se encaixa nesse jogo? ▶ Qual é o projeto? ▶ Que tipo de regulação é feita na situação?
<b>G3</b>		Como conceber situações didáticas para trabalhar o campo numérico respeitando as dificuldades de aprendizagem dos alunos?  <a href="#">Link Mapa de experiência</a> ▶ Para conceber situações didáticas que envolvem a multiplicação necessariamente não deveríamos considerar a adição? ▶ Quais são as dificuldades de aprendizagem dos alunos na multiplicação a serem consideradas? ▶ Quais são as dificuldades dos professores para ensinar a multiplicação? ▶ Que tipo de regulação é feita na situação?

## **Análises das questões colaborativas de pesquisa para pesquisadores**

### **Atelier “Escola Privada”**

As análises dos projetos para os pesquisadores identificam os pontos (problemas) seguinte:

<b>1</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Conceito matemático ou físico como objeto de ensino</li><li>• Analogias x experiências</li></ul>
<b>2</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Objetivo de ensino e as escolhas de didáticas (+ competências e habilidades)</li></ul>
<b>3</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Portfólio<ul style="list-style-type: none"><li>• Escrita reflexiva</li><li>• Acompanhamento da aprendizagem do aluno</li></ul></li></ul>

### **Atelier “Escolas públicas”**

As análises dos projetos para os pesquisadores identificam os pontos (problemas) seguintes:

<b>1</b>	
<b>2</b>	
<b>3</b>	

## Formação |

### Divulgação científica

#### Análise reflexiva *Escrita reflexiva*

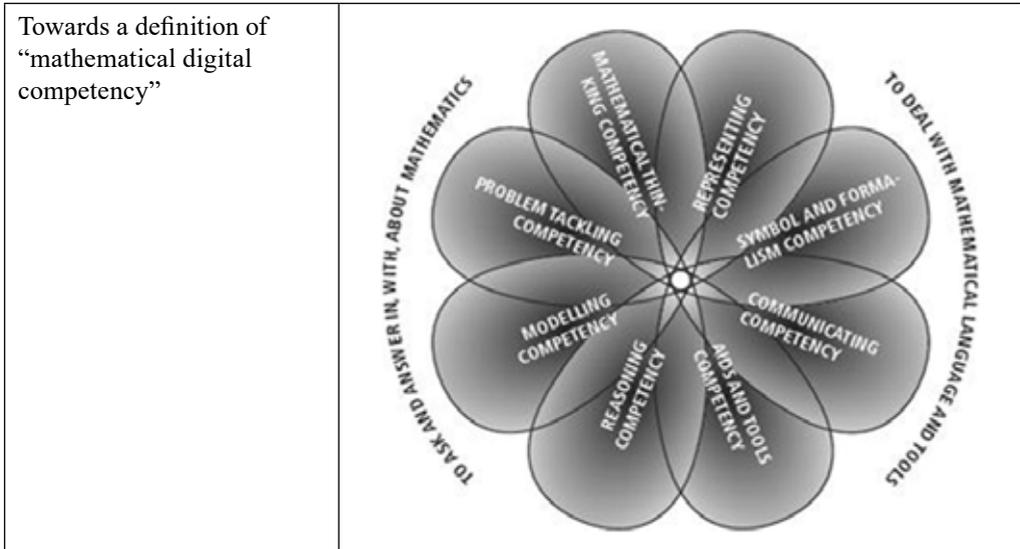
<p>Hatton, N. &amp; Smith, D. (1995). Reflection in teacher education: Towards a definition and implementation. Teaching &amp; Teacher Education, 11, 33-49. doi:10.1016/0742-051X(94)00012-U</p> <p>Fonte: <a href="https://www.semanticscholar.org/paper/Teacher-reflection-among-professional-seminary-in-Gardner/269312d210dcab38ab8867a021120e5922b65b2e">https://www.semanticscholar.org/paper/Teacher-reflection-among-professional-seminary-in-Gardner/269312d210dcab38ab8867a021120e5922b65b2e</a>.</p>	<p>[1] Escrita da contextualização de diferentes pontos de vista</p> <p>[2] Escrita descritiva sem reflexão</p> <p>[3] Escrita descritiva com julgamento</p> <p>[4] Escrita dialogada</p> <p>[5] Escrita crítica</p>										
	<table border="1"> <thead> <tr> <th data-bbox="602 1046 654 1304">Level of reflection</th> <th data-bbox="602 269 654 1028">Possible content</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="660 1046 712 1304">Technical reflection</td> <td data-bbox="660 269 712 1028">Beginning to examine one's use of essential skills or generic competencies</td> </tr> <tr> <td data-bbox="718 1046 770 1304">Descriptive reflection</td> <td data-bbox="718 269 770 1028">Analyzing one's performance in the professional role (probably alone), giving reasons for actions taken</td> </tr> <tr> <td data-bbox="776 1046 828 1304">Dialogic reflection</td> <td data-bbox="776 269 828 1028">Hearing one's own voice (along or with others) exploring alternative ways to solve problems in a professional situation</td> </tr> <tr> <td data-bbox="834 1046 886 1304">Critical reflection</td> <td data-bbox="834 269 886 1028">Thinking about the effects upon others of one's actions, taking into account of social, political and/or cultural forces (can be shared)</td> </tr> </tbody> </table> <p>Adapted from a table by Hatton and Smith (1995), p. 45.</p>	Level of reflection	Possible content	Technical reflection	Beginning to examine one's use of essential skills or generic competencies	Descriptive reflection	Analyzing one's performance in the professional role (probably alone), giving reasons for actions taken	Dialogic reflection	Hearing one's own voice (along or with others) exploring alternative ways to solve problems in a professional situation	Critical reflection	Thinking about the effects upon others of one's actions, taking into account of social, political and/or cultural forces (can be shared)
Level of reflection	Possible content										
Technical reflection	Beginning to examine one's use of essential skills or generic competencies										
Descriptive reflection	Analyzing one's performance in the professional role (probably alone), giving reasons for actions taken										
Dialogic reflection	Hearing one's own voice (along or with others) exploring alternative ways to solve problems in a professional situation										
Critical reflection	Thinking about the effects upon others of one's actions, taking into account of social, political and/or cultural forces (can be shared)										

**Tabela 8.** Representar as atividades dos alunos



## Competências, habilidades

### *Mathematical digital competency*



### *Capacidades ou empoderamento/Resolvendo Fernagu-Oudet*



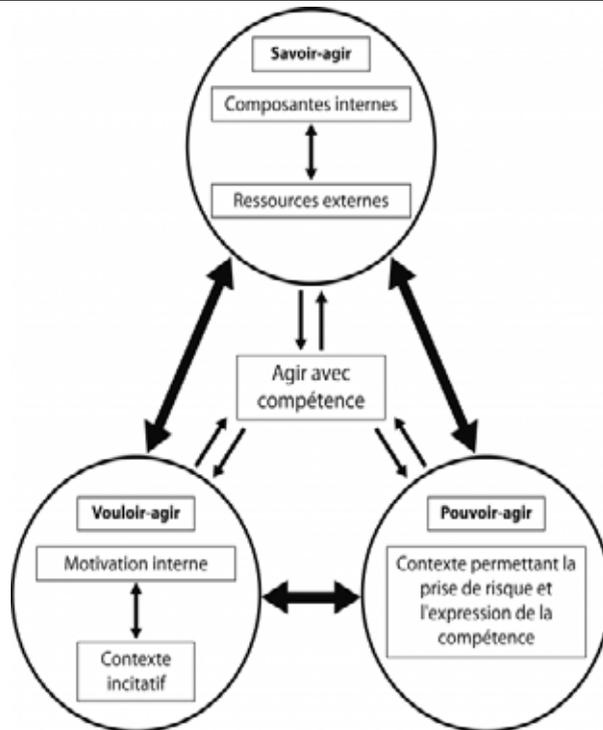
Conceito de competência/Jacques Tardif



Poder de agir

Professionalismo dos professores e complexidade: em direção de uma concepção dinâmica do agir

Olivier Cachet



Fonte: <https://journals.openedition.org/lidil/2747>.

## Portfólio

Palavras-Chave:	experimentação/descoberta/erro/autonomia
<b>O Diário de Bordo como elemento diferenciador na aprendizagem por projeto, experimental e artística</b>	<a href="https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/29211/2/ULFBA_MP_v5_iss2_p154-161.pdf">https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/29211/2/ULFBA_MP_v5_iss2_p154-161.pdf</a>

## Regulação

Palavras-Chave:	Avaliação/aprendizagem/acompanhamento/regulação
Título do artigo: O Conceito de Regulação no Contexto da Avaliação Escolar <b>(The concept of regulation in the context of school assessment)</b> ANDRÉ LUIS TREVISANI, MARCELE TAVARES MENDES1 e REGINA LUZIA CORIO DE BURIASCO2	<a href="https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/download">https://periodicos.ufsc.br &gt; index.php &gt; alexandria &gt; article &gt; download</a>

## Situações (didáticas e/ou pedagógicas)

Título do artigo: Brousseau	
Chapitre 2. Quels types de tâches pour quels types d'apprentissage dans l'enseignement de la physique-chimie?	Fonte: <a href="https://www.cairn.info/renovation-de-l-enseignement-des-sciences-physique--9782804175443-page-39.htm">https://www.cairn.info/renovation-de-l-enseignement-des-sciences-physique--9782804175443-page-39.htm</a> .

## Resolução de problemas (estratégias)



## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O debate sobre como elaborar e realizar projetos colaborativos entre pesquisadores e professores deve ser permanente, pois a comunidade constituída por eles está sujeita a diversas variáveis.

A pesquisa conjunta deve atender a anseios mútuos, o que em geral pode não ocorrer de pronto, sendo então necessário o estabelecimento e a compreensão dos papéis a serem desempenhados, sem que haja preferenciais. É fato que ainda há muito que se avançar para estabelecermos parcerias entre professores e pesquisadores de modo a valorizarmos as diferentes experiências que a prática da pesquisa e da ação educativa e pudermos trocar e usufruir uma da outra.

O que o PREM-EB nos ensinou é que cada experiência é única, mas, que uma preparação consistente e experiências diversas trazem resultados importantes. Ao final do projeto, curto, mas intenso, fazendo o balanço com os professores com a declaração dos professores tanto da escola particular como os das públicas. Disseram eles que no começo do projeto se sentiram como cobaias, ficando claro para nós que a parceria não começou do começo.

Neste capítulo procuramos deixar marcas para novos projetos. Muita coisa está aqui escrita e com links para se ampliar as informações. Talvez não tenha conseguido explorar todas as nuances com clareza, mas minha intenção foi mostrar aos pesquisadores e professores que trabalham com criar novos horizontes tanto na pesquisa quanto no ensino que há muito o que se fazer. Mas o estudo e a preparação são as ações importantes para se chegar a um bom termo em uma parceria nos moldes do PREM-EB.

Agradeço aos colegas, estudantes que nos apoiaram, aos dois pesquisadores convidados que muito nos ensinaram e à PUC-SP que proporcionou tudo isso.

## REFERÊNCIAS

ABAR, C. A. A. P.; IGLIORI, S. B. C. **A reflexão e a prática no ensino – Matemática**. 1. ed. São Paulo: Blücher, 2012. v. 1. 168p.

ALTURKMANI, M. D., ROUBIN, S., PIOLTI LAMORTHE, C., TROUCHE, L. **Penser les ressources de l'enseignement des mathématiques dans un temps de transitions 2016-2019**, programme de l'institut Carnot de l'éducation: rapport scientifique des composantes PR 03 et PAE 21. [Rapport de recherche] IFE – ENS de Lyon. 2019. <halshs-02103459> URL: <https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-02103459/document>.

GUEUDET, G.; TROUCHE, L. Towards new documentation systems for mathematics teachers? **Educational Studies in Mathematics**, v. 71, n. 3, p. 199-218, 2009.

GUEUDET, G.; TROUCHE, L. Des ressources aux documents, travail du professeur et genèses documentaires. *In*: GUEUDET, G; TROUCHE, L (dir). **Ressources vives: le travail documentaire des professeurs en mathématiques**. Rennes: Presses Universitaires de Rennes, 2010. p. 57-74.

DBRC (DESIGN-BASED RESEARCH COLLECTIVE). Design-Based Research: an emerging paradigm for educational inquiry. **Educational Researcher**, v.32, n.1, p.5-8, 2003.

LUNCH, N.; LUNCH, C. **Vidéo Participative: perspectives et applications – un manuel pratique**. London: InsightShare. 2006. Disponível em: <https://sgp.undp.org/images/Insights%20into%20Participatory%20Video%20-%20A%20Handbook%20for%20the%20Field%20French1.pdf>. Acesso em: 09 nov. 2020.

SALAUN, J-M.; HABERT, B. **Architecture de l'information: méthodes, outils, enjeux**. Bruxelles: Éditions de Boeck, 2017.

RABARDEL, P. **Les hommes et les technologies**: une approche cognitive des instruments contemporains. Paris: Armand Colin, 1995.

TROUCHE, L. **PREMaTT**. [s. d.] Disponível em: <http://ife.ens-lyon.fr/ife/recherche/groupes-de-travail/prematt>. Acesso em: 09 nov. 2020.



# A GÊNESE DOCUMENTAL E O CONTEXTO REMOTO NO DESENVOLVIMENTO DE UMA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES

*Celina Aparecida Almeida Pereira Abar*

*Adriana de Oliveira Dias*

## INTRODUÇÃO

Um projeto de pesquisa das autoras, denominado *Um estudo da formação continuada do professor a partir de sua interação com recursos no contexto STEM*, aprovado nas instâncias da PUC-SP, está sendo desenvolvido, de modo remoto, com seis professores de uma escola pública da rede Estadual de Ensino do município de São Paulo, com a utilização da plataforma *Teams* da Microsoft. Essa plataforma está disponível em toda a rede estadual de São Paulo e tem como administrador, em cada escola, seu respectivo coordenador pedagógico.

O Boletim da Educação no Brasil (Fundação Lemann e Prereal, 2009), resultado de um amplo estudo da realidade educacional no país, evidencia que:

Para gerar mudanças nas escolas e salas de aula é essencial que estes profissionais sejam capazes de identificar os problemas que estão levando seus alunos a não dominarem determinadas habilidades e competências e, a partir daí, reformular suas práticas de ensino. Um dos caminhos para atingir esse objetivo é oferecer aos docentes recursos técnicos – materiais didáticos, guias curriculares, cursos de formação – que os auxiliem nesta tarefa, e que, portanto, estejam alinhados com as competências

medidas pelo sistema de avaliação. Isso ainda não existe de forma sistemática no Brasil (Fundação Lemann e Prereal, 2009, p. 24).

Embora publicado há tempos, a realidade retratada no boletim ainda se faz presente e justifica a proposta de projetos desta natureza.

O projeto, apresentado e aprovado pela PUC-SP, não foi direcionado para sua execução remota e sua implementação é realizada por encontros com os professores, devido à pandemia, remotamente, por meio da plataforma *Teams*. Tanto a escola, por meio da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, quanto as proponentes do projeto, por meio da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), têm acesso à plataforma *Teams* da Microsoft.

Uma das primeiras dificuldades foi compor uma equipe de professores disposta a participar da proposta e, até este momento, temos os seis professores voluntários participantes e que autorizaram o registro dos dados obtidos nos encontros para o desenvolvimento da pesquisa. O projeto teve início em final de julho (30/07/2020) e, até o momento da construção deste capítulo, foram realizados cinco encontros com todos os participantes do projeto e outros encontros apenas entre os professores, sempre por meio da plataforma *Teams* e que serão descritos neste capítulo.

Com o objetivo de contribuir para a formação continuada de professores para o ensino e a aprendizagem da matemática, com a integração da tecnologia como ferramenta potenciadora de novas ideias para o ensino em ciências, o contexto da formação envolve um trabalho colaborativo entre professores e pesquisadores, com a finalidade exposta na teoria subjacente ao projeto que é a *Gênese Documental* (TROUCHE; GUEUDET, 2015).

O projeto tem previsão de duração de dezoito meses, muito há que percorrer, mas consideramos importante, para a exposição desse capítulo, apresentar como aconteceram os primeiros encontros, pois a compreensão sobre a proposta com suporte da gênese documental não é imediata por parte dos professores. Reconhecemos e identificamos algumas dificuldades que são necessárias a serem superadas para que seja possível a continuidade do trabalho colaborativo.

Por outro lado, alguns aspectos positivos foram aos poucos delineados e, também, serão percorridos no texto.

Assim, nas seções que seguem, essas considerações serão apresentadas. E como o projeto está em andamento, com maior interesse dos professores sobre os temas escolhidos e conhecimento, ainda que superficial neste momento, sobre

o *software* GeoGebra que será utilizado, acreditamos que os objetivos do projeto serão alcançados e serão construídos recursos que atendam aos temas escolhidos.

Reflexões sobre os encontros, as ações executadas e o tempo percorrido nos levaram à indagação: que estratégias são necessárias para compreender, motivar e acompanhar a escolha de recursos por esses professores, em colaboração com os demais participantes, de forma remota, para um trabalho documental?

Neste contexto esperamos identificar, nos passos iniciais da proposta, quais elementos permitem desenvolver mudanças de postura de pesquisadores e de professores que os conduzam a uma prática colaborativa e reflexiva na construção de recursos que possam influenciar sua prática educativa, mesmo de forma remota e sem encontros presenciais.

## OS APORTES PARA O ENFRENTAMENTO DOS DESAFIOS NO DESENVOLVIMENTO DO PROJETO

O contexto STEM no ensino e proposto no projeto são sugeridos por diversos especialistas e interessa estudar de que modo os recursos de matemática se adaptam à prática docente nesse contexto. Para a concretização destes desafios, os professores de matemática têm um papel fundamental, uma vez que a matemática ocupa um papel de linguagem e de ciência comum em tal espaço, interessando estudar de que modo o conhecimento científico dos professores da escola básica na área da matemática e das ciências se adequa ao contexto STEM.

O desenvolvimento de projetos na área da STEM, com ênfase na aprendizagem matemática, carece de integrar a tecnologia como ferramenta potenciadora de novas ideias no ensino da matemática, estabelecendo conexões com outros conteúdos da área da ciência. O papel da tecnologia do ensino da matemática é algo que reúne um amplo consenso, sendo um dos princípios das normas para a matemática escolar de forma a garantir aprendizagens matemáticas para todos.

Nesse contexto, esperamos identificar quais elementos permitem desenvolver mudanças de postura de pesquisadores e de professores que os conduzam a uma prática colaborativa e reflexiva. Que estratégias podem ser necessárias para acompanhar a formação continuada dos professores em suas interações na construção de recursos no contexto STEM?

Para obter respostas a essa questão, consideramos que um dos desafios está em conseguir com que os sujeitos envolvidos no contexto escolar reflitam sobre sua prática pedagógica; tenham domínio completo do percurso de um conteúdo

matemático desde as séries iniciais; investiguem e compreendam quais os estilos de aprendizagem de seus alunos, e mergulhem no uso das tecnologias desde os seus primeiros passos.

Abar (2019) apresenta um estudo teórico que versa sobre o trabalho documental do professor de matemática e sua relação com seus conhecimentos prévios em um contexto de inovação tecnológica, argumentando que os conhecimentos prévios do professor influenciam a escolha e a transformação de recursos em documentos, podendo facilitar a relação com uma inovação tecnológica.

Imerso nas suas funções docentes e nas séries que atua, o professor tem dificuldades em se aprofundar nos conhecimentos que muitas teorias, como, por exemplo, a *Technological Pedagogical Content Knowledge* (TPCK), indicam como fundamentais.

A TPCK ou TPACK (MISHRA; KOEHLER, 2006) é uma teoria que envolve três noções necessárias para um professor em sua prática: o pedagógico, do conteúdo e o tecnológico. A observação desses aspectos em uma formação continuada pode permitir a identificação de obstáculos na construção de documentos por um professor, como indica a Gênese Documental (TROUCHE; GUEUDET, 2015).

A gênese documental é um processo contínuo e ocorre quando os recursos passam ao *status* de documento diante dos esquemas de utilização adotados e da experiência do professor, que envolve conhecimentos prévios do ponto de vista matemático e didático do presencial.

Deste modo, considerar os conhecimentos prévios dos professores poderá determinar a escolha de estratégias didáticas no desenvolvimento do trabalho documental dos professores, relativo à escolha e preparação de recursos, segundo Trouche e Gueudet (2015).

Outro aspecto a ser considerado é que a construção de documentos envolve a identificação dos recursos que serão utilizados e os respectivos aprimoramentos que atendam à proposta. Essas modificações incluem idas e vindas a todo momento e exigem uma análise das variáveis presentes nos momentos de adaptação.

Para atender esse contexto foi considerado, no projeto, a Investigação Baseada em *Design* (IBD), termo assim designado por Ponte e Mata-Pereira (2018), que pode ser entendida como o progressivo aprimoramento de uma investigação. Consiste em aplicar uma primeira versão de um projeto para que seja possível verificar e analisar como ocorre, e, posteriormente, seja revista de maneira

constante com base nas experiências colhidas e avaliadas, até que os obstáculos sejam minimizados. Ponte e Mata-Pereira (2018) argumentam que:

Optar por uma IBD permite introduzir alterações à prática em sala de aula que decorrem de combinar e recombinar elementos da investigação, no sentido de promover uma abordagem útil e efetiva no contexto específico em que a investigação se desenvolve (WOOD e BERRY, 2003, apud PONTE e MATA-PEREIRA, p. 787, 2018).

O desenvolvimento do projeto proposto atende uma das características principais do IBD que é o rompimento consciente entre a divisão dos papéis professor-pesquisador, pois são todos igualmente considerados colaboradores neste processo.

No projeto de investigação foi sugerido o uso do GeoGebra na criação de recursos pelos professores para o ensino da matemática no contexto STEM em duas vertentes: adaptando ou criando materiais, ajustados aos interesses, às necessidades e aos problemas que enfrentam os professores nas escolas e investigando o uso desses materiais nos contextos escolares, e o seu efeito na melhoria dos resultados dos estudantes.

A justificativa para a utilização do GeoGebra está no fato de ser um *software* que se mostra útil para o ensino de matemática e de outras ciências, bem como de estabelecer conexões entre conteúdos matemáticos e de outras áreas científicas, garantindo princípios de equidade no ensino e aprendizagem da matemática (JARVIS; HOHENWARTER; LAVICZA, p. 232-233, 2011).

Salienta-se ainda que o papel mediador da Matemática com as ciências e tecnologia dá ao *software* livre GeoGebra condições ímpares e que o investem como ferramenta de eleição para o ensino e aprendizagem das ciências em geral. Acresce ainda que o fato do GeoGebra ser um *software* gratuito é um aspecto muito importante para a realidade de muitas escolas.

Em uma visão atual e para o futuro do ensino e aprendizagem da Matemática, na qual o conhecimento e o pensamento matemático são um mediador das experiências positivas em ciência, engenharia e tecnologia – STEM, o GeoGebra tem sido usado em vários projetos onde participam pesquisadores, professores e estudantes.

Nesse projeto, inúmeros recursos poderão ser selecionados pelo professor no contexto STEM, tanto individualmente como coletivamente, o que envolve: livros didáticos, vídeos de fontes fidedignas, *softwares*, tutoriais e outros, disponibilizados com suas especificidades. No entanto, o GeoGebra será o instru-

mento principal e os conhecimentos matemático, didático e tecnológico serão fundamentais para a transformação destes recursos em documentos.

## A EXPERIÊNCIA INICIAL NO DESENVOLVIMENTO DO PROJETO

A dinâmica do trabalho está orientada por uma participação ativa e colaborativa dos professores nas atividades propostas e nas reuniões on-line. É estimulada a associação entre prática e teoria e a manipulação e análise de situações-problema. Nas sessões de trabalho, que nesse momento acontecem de modo remoto por meio da plataforma *Teams*, os participantes, voluntários e convidados por um dos professores da escola, têm intercalados momentos de dúvidas e interesse quanto ao trabalho que irão desenvolver. Isso descreveremos a seguir.

Foram cinco reuniões que ocorreram, em intervalos de duas a três semanas, com todos os participantes, em formato remoto. A primeira reunião ocorreu no *Teams* da escola, as duas seguintes no *Teams* da PUC-SP, e, por dificuldade dos professores em se desconectarem do *Teams* vinculado à escola para o da Universidade, todas as demais reuniões aqui relatadas foram no *Teams* da escola, no qual as pesquisadoras foram inseridas como convidadas e, desse modo, ocorrerão as próximas.

Essa troca de plataformas aconteceu pela preocupação em ter acesso às gravações posteriores pelo *Teams* da escola, mas foi resolvido com a permissão do coordenador pedagógico para a posse deste registro.

Tais dificuldades iniciais de acesso foram prontamente resolvidas, pois a plataforma já era habitual no dia a dia da escola para todas as atividades, desde o início da pandemia. As reuniões são gravadas e ficam disponíveis para consulta posterior.

Nos intervalos das reuniões com as proponentes, ocorreram encontros, também de forma remota no *Teams*, entre os seis professores, utilizando parte das horas de atividades pedagógicas complementares (ATPC) semanais e um dos participantes, P2, se prontificou a registrar as reuniões, com a permissão de todos, para a obtenção dos dados.

Cada reunião é uma incubação, um momento para ser discutido sobre o que se entendeu, o que está complicado ou difícil, refletir sobre os recursos a serem criados e trazer subsídios teóricos para tal.

No primeiro encontro, em 30/07/2020, o objetivo era conhecer o suposto grupo de professores participantes da pesquisa. O grupo é formado por seis professores, sendo que um deles exerce a função de coordenador pedagógico da

escola no momento e os demais serão identificados neste trabalho por P1, P2, P3, P4 e P5. Dos cinco professores, três atuam apenas com a disciplina matemática P1, P2 e P3. Um professor, P4, atua em química e física e o outro, P5, em ciências e biologia.

Foi apresentado o projeto aos professores a fim de que eles se familiarizassem com a proposta. Os professores questionaram sobre quanto tempo teriam que dispor para as atividades relacionadas ao projeto. A pesquisadora esclarece que eles poderiam usar uma hora de sua ATPC, sendo a cada quinze dias para as reuniões de incubação com os pesquisadores e mais uma hora semanal para discussão entre os pares. O coordenador pedagógico concordou com os procedimentos e assumiu a responsabilidade de documentar a presença dos professores nos encontros para verificação de horas utilizadas e posterior certificação de participação no projeto.

Neste momento foi criado também um grupo no *WhatsApp* para facilitar a comunicação e, também, para troca de materiais relevantes para o trabalho.

O segundo encontro, 13/08/2020, não ocorreu plenamente na data prevista devido às dificuldades dos professores em acessar o *Teams* vinculado à PUC-SP. Ele foi adiado e aconteceu na semana posterior. Embora a mensagem enviada pelo professor P2, texto a seguir, indicasse os procedimentos, no encontro permaneceram dois professores e o coordenador.

*Bom dia pessoal!*

*Mais tarde teremos nosso encontro.* 🙌🙌

*Ao logar no teams não esqueçam de trocar de conta, ou seja, sair da conta institucional e entrar com a conta pessoal (aquele endereço de e-mail que vcs passaram p mim).*

No dia anterior ao segundo encontro de 20/08/2020, o professor P2 envia a mensagem:

*Boa tarde pessoal!*

*Espero que todos estejam bem.*

*Caso algum colega ainda não tenha conseguido acessar o teams da formação e/ou que precisar fazer algum teste antes da aula de amanhã, entre em contato comigo.*

Todos responderam afirmativamente que haviam conseguido acesso.

Nesta segunda incubação, a pesquisadora retoma os principais objetivos do projeto: concepção, criação e aplicação de recursos em um contexto STEM (Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática). Em seguida, ela apresenta um quadro de palavras, Quadro 1, para que os professores escolham as que mais lhes chamam a atenção, refletindo sobre o desenvolvimento do projeto e nas necessidades de aprendizagem dos alunos.

**Quadro 1.** Palavras apresentadas ao grupo de professores

Palavras-Chave para identificação de problemas	
Instituição	BNCC
Competências	Habilidades
Objetos de ensino	Prática Profissional
Projeto	Interdisciplinaridade
Portfólio	Explicitação
Situação	Contextualização
Objetivo	Planejamento
Motivação	Regulação
Diferenciação	Motivação

Fonte: Projeto PREM-EB 2019.

Os professores leram o quadro de palavras e, antes que se manifestassem, o coordenador disse que seria difícil indicar uma palavra, pois todas fazem parte do Currículo Paulista e estão de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Ele argumenta que todas são palavras do cotidiano escolar e devem estar inseridas em todas as atividades. A pesquisadora esclarece ao coordenador que entende sua argumentação, mas que pensando em criar ou desenvolver um determinado recurso, algumas palavras poderão se sobressair.

O professor P2 completa que, em seu entendimento, a criação de um recurso deve relacionar seu uso à habilidade a ser desenvolvida de acordo com a BNCC e pode ser contextualizada de acordo com as palavras apresentadas revelando algum conhecimento pedagógico de acordo com a teoria TPCK. Depois de algumas discussões, nenhuma palavra foi escolhida e ficou evidente que a opinião do coordenador acou os demais participantes em opinarem.

A pesquisadora explica que cada reunião é uma incubação, momento para refletirmos sobre as dificuldades, ideias sobre os recursos a serem criados, apresentar subsídios teóricos para tal, levando os professores a se sentirem mais à vontade para expressarem sua opinião, trazerem suas dúvidas e compartilharem conhecimentos.

Neste momento, o professor P1 se sente à vontade para expor que a tecnologia é um limitante para ele, pois não costuma utilizá-la e, neste momento de pandemia, essa inabilidade lhe fez falta e, então, acredita que o projeto, por prever o uso da tecnologia, irá favorecer o processo de sua incorporação na prática profissional reconhecendo sua importância.

A pesquisadora, buscando motivar os participantes, compartilha a tela do computador e apresenta o *software* GeoGebra. Explica algumas de suas funcionalidades e com relação ao ensino remoto mostra a possibilidade de um aluno, mesmo não tendo o programa instalado, solicitar o controle e manipular o GeoGebra no *Teams*, na tela compartilhada pela professora. Os professores mostraram mais entusiasmo com o trabalho a ser desenvolvido.

Ao final da reunião a pesquisadora propõe uma tarefa: pensar em uma proposta de recurso, utilizando o GeoGebra, a ser aplicado em um conteúdo matemático, levando em conta a evolução deste conteúdo durante os anos fundamentais e médio.

Importante ressaltar que outros encontros, apenas entre os professores, estão ocorrendo e, de acordo com o relato do professor P2, que assumiu essa missão, desenvolveram o hábito de, na parte final das ATPC, discutirem sobre as atividades no contexto da IBD. Relata que, inicialmente, o coordenador pedagógico considerou a pertinência e a relação que a formação tem como anseios da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (SEDUC-SP) e instiga para a possibilidade de relacionarem esses conhecimentos, advindo da formação, com as formações da SEDUC-SP.

Antes do terceiro encontro, por meio do *WhatsApp*, a pesquisadora enviou um endereço na Internet no qual disponibiliza vários materiais, indicando um vídeo sobre os passos iniciais da utilização do GeoGebra.

Na terceira incubação, em 10/09/2020, a pesquisadora, por meio de uma apresentação no *Power Point*, traz uma retomada dos objetivos do projeto, esclarece o que pode ser considerado como recursos e sobre os conceitos teóricos da Gênese Instrumental (TROUCHE; GUEUDET, 2015), sobre artefato, instrumento, instrumentação e instrumentalização (RABARDEL, 1995). A compreensão teórica sobre o projeto não é imediata e esses momentos são necessários para um melhor entendimento sobre o trabalho a ser desenvolvido.

Ao questionar os professores, se pensaram em algum conteúdo que gostariam de trabalhar, eles se manifestaram sobre alguns temas, como polígonos, expressões gráficas e geometria analítica. Sugerem o uso do Tangram para o

trabalho com polígonos. Já os professores de ciências, química e física sugerem um trabalho com doenças infecciosas e exploração de gráficos e tabela.

Nesse encontro, a formação de dois grupos foi espontânea, sendo três professores com a disciplina de matemática, dois com ciências e o coordenador pedagógico se dispôs a permanecer nos dois grupos.

Os professores apresentaram dúvidas com relação ao desenvolvimento do projeto, no sentido de que não haviam compreendido se a aplicação das atividades que irão criar aconteceria com os alunos simultaneamente. A pesquisadora esclarece que ocorrerão em momentos diferentes, pois, primeiro haverá todo um processo de seleção dos recursos e construção dos documentos e, muito provável, apenas no próximo ano que os recursos, já finalizados, serão trabalhados em sala de aula.

Essa dúvida transpareceu pelo fato de um dos professores, que ministra em uma sala de 6º ano um determinado conteúdo, mostrar interesse em aprimorar e buscar novas formas de ensinar aquele tema trabalhado no momento.

Diante do exposto, a pesquisadora solicita que os professores voltem a se reunir em suas horas de ATPC e repensem sobre os temas, esclarecendo que o tema escolhido poderá ser trabalhado em toda sua extensão, do ensino fundamental ao médio, e que se escolherem mais de um tema, que seja, no máximo, dois, um para cada grupo de trabalho.

A apresentação exposta pela pesquisadora foi enviada a todos pelo *WhatsApp* e, também, o professor P2 disponibilizou o link do GeoGebra que permite baixar todos os aplicativos.

A quarta incubação, em 01/10/2020, já no *Teams* da escola, teve o horário remarcado para meia hora depois, pois os professores tiveram uma reunião anterior com representantes da Secretaria de Educação. Apenas dois professores conseguiram participar do encontro, P2 e P3, os demais tiveram problemas com o acesso e pareciam já cansados da reunião anterior para continuarem a fazer tentativas.

O coordenador pedagógico manifestou insatisfação com o aplicativo utilizado para as reuniões, pois em toda reunião se perde um tempo de mais ou menos meia hora até os professores saírem de uma reunião e acessar outra. Essas questões evidenciam as dificuldades tecnológicas que podem dificultar a prática docente.

A pesquisadora indagou aos professores presentes se haviam pensado em algum recurso que gostariam de desenvolver. O professor P2 sugeriu que pode-

riam trabalhar com fenômenos que possibilitassem a modelagem, por exemplo, a variação de temperatura que poderia ser estudada a partir de um modelo representado por pontos no plano cartesiano e na janela de visualização do GeoGebra.

O professor P3 comentou que explorou o GeoGebra e que utiliza um outro *software* de simulação, o *PHET colorado*, para o ensino de química e física, e observou que poderia ser feito na mesma linha, utilizando o GeoGebra, demonstrando algum conhecimento tecnológico no contexto da teoria TPCK. No entanto, não houve apresentação de propostas concretas.

A pesquisadora esclarece que, nesse momento, seria interessante que escolhessem um tema ou atividade para trabalhar, esboçar uma proposta e trazer para a incubação. Que depois de definidos os temas, a próxima etapa será buscar recursos para o desenvolvimento desse tema. Ela explica que não há urgência em pensar na aplicação com os alunos, pois a aplicação poderá ocorrer no próximo ano.

Como os demais professores não conseguiram entrar na reunião, ela foi remarcada para o dia seguinte, como exposto a seguir.

Na quarta incubação, em 02/10/2020, o professor P1 comentou pelo *Teams* que o coordenador havia visto um vídeo sobre jogos lúdicos e gameificação como ferramenta na aprendizagem de várias disciplinas e que havia se interessado pelos recursos apresentados. O professor P1 retomou sua sugestão inicial sobre polígonos, justificando que é um conteúdo que está ao longo de todo ensino fundamental e se desdobra em poliedros e planificações. A pesquisadora sugere que a investigação se concentre na geometria plana, ou seja, em duas dimensões e que é importante recuperar os conhecimentos prévios necessários para a aprendizagem de polígonos.

A pesquisadora compartilha na tela, novamente, o GeoGebra executando algumas construções com polígonos com a ferramenta “polígono”, disponível no *software* e, em seguida, executando uma construção pelas características e propriedades do objeto, evidenciando as possibilidades em se obter uma construção “robusta”, em que a figura não perca suas características (propriedades) ao ser movimentada.

O professor P1 interagiu com a construção e manifestou interesse em conhecer as possibilidades do software no trabalho com polígonos.

Percebe-se, nesse momento, por parte do coordenador, uma preocupação com o atendimento aos objetivos do Currículo Paulista e ele coloca em dúvida se o trabalho não foge do currículo sem esclarecer melhor sua colocação.

Finalizando o encontro com os grupos, foram divididos entre P1, P2 e P3, com o tema sobre Polígonos e P4 e P5 sobre Tabelas e Gráficos para serem trabalhados com doenças infecciosas.

Percebe-se o interesse pelos temas, mas ainda encontram dificuldades em reconhecer como eles se apresentam em cada ano do Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Antes da quinta incubação, inúmeras mensagens foram trocadas no *WhatsApp* entre todos os participantes. A pesquisadora enviou um texto sobre a teoria de Van Hiele (PONTE; SERRAZINA, n/a), que aborda os níveis de aprendizagem da Geometria.

O professor P4 postou um *link* do Ambiente Virtual de Aprendizagem da Escola de Formação e Aperfeiçoamento dos Profissionais da Educação do Estado de São Paulo “Paulo Renato Costa Souza” (EFAPE) para a realização de ações de formação da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. Nesse ambiente, são realizados cursos, programas, orientações técnicas e debates em fóruns de discussão. O professor P4 indicou o espaço afirmando que: *quem tem acesso a EFAPE pode consultar este material de ciências da natureza e matemática! Podemos utilizar como modelo! Já que tem toda a sequência, inclusive com as referências bibliográficas!*

Como o ambiente é restrito a professores da SEDUC, a pesquisadora iria verificar a possibilidade de acesso e retribuiu a informação disponibilizando o *link* do número especial da revista Caminhos da Educação Matemática em Revista (Online), v. 8 n. 2 de 2018: Parcerias Entre O Ensino de Ciências e Matemática<sup>44</sup> e também o *link* do site Anima física.<sup>45</sup> O retorno dos professores foi de agradecimento.

O professor P2 enviou um relato de algumas ações durante os encontros entre eles na ATPC e observa que:

*Nós professores temos discutido sobre a apresentação dos conteúdos nos livros e, a partir delas, possíveis atividades a serem construídas no GeoGebra. Outra preocupação tem sido a presença, nas propostas curriculares, dos objetos de conhecimento escolhidos. Ainda observo que há um anseio de nossa parte, em aprendermos a utilizar o GeoGebra. Isso se deve ao fato de que, na formação, pudemos ver a utilidade do software para construções de representações de alguns objetos, mas, também, porque nos livros há sessões com atividades que sugerem a utilização de softwares, entre eles, o GeoGebra. Como parte dessas inquietações, temos compartilhado al-*

<sup>44</sup> [https://aplicacoes.ifs.edu.br/periodicos/index.php/caminhos\\_da\\_educacao\\_matematica/issue/view/22](https://aplicacoes.ifs.edu.br/periodicos/index.php/caminhos_da_educacao_matematica/issue/view/22).

<sup>45</sup> <http://animafisica.com.br/>.

gumas informações e percepções que temos a partir dos materiais que temos acesso. Um exemplo está em fotos e mensagens compartilhadas por aplicativos de rede social (Professor P2).

O professor P2 traz a transcrição de um áudio realizado com o professor P1, no qual apresenta a pesquisa desse professor sobre o material para o tema Polígono:

*Oi prof [...], é o seguinte: eu vou tirar uma foto das atividades que eu achei legal, assim, para a introdução do polígono. Você me fala se está certo para eu mandar para formadora, se é isso que ela quer tá, porque eu vou dividir por série. Eu vou dividir aqui no sexto ano e depois a gente vai prosseguindo tá. Então, eu vou te passar e também é o seguinte, vou te passar uma atividade aqui do livro mesmo que eu achei legal porque ele tem momento que ele trabalha com área e depois em um outro momento que ele vai trabalhar com geografia, envolvendo polígonos e eu achei legal para verificar, assim....o uso do da interdisciplinaridade. Eu vou tirar foto e aí você me fala se está certo tá. Até mais! (Professor P1).*

Observa-se, no relato acima, que há um início de trabalho colaborativo entre um determinado grupo, indo ao encontro da proposta do projeto. A professora P1 envia ao professor P2, pelo *Teams*, as fotos da Figura 1, Figura 2, Figura 3 e Figura 4.

**Figura 1** – Imagens enviadas pelo professor P1 ao professor P2

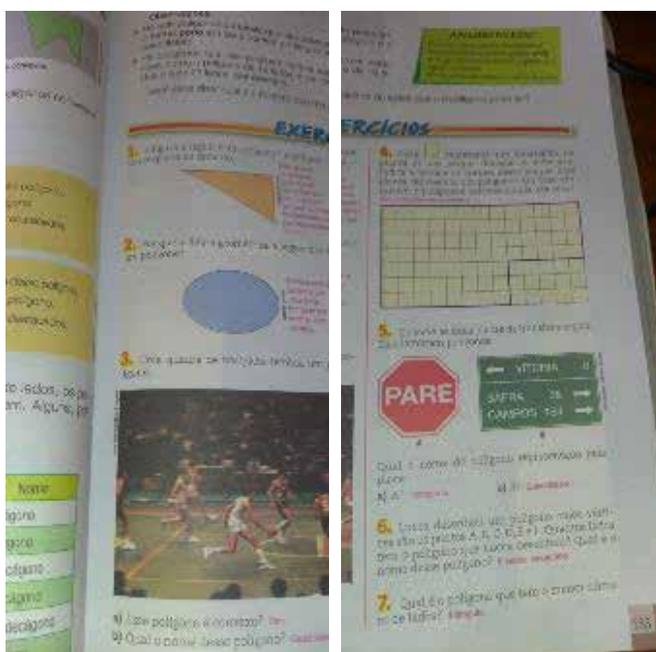


Figura 2. Imagens enviadas pelo professor P1 ao professor P2

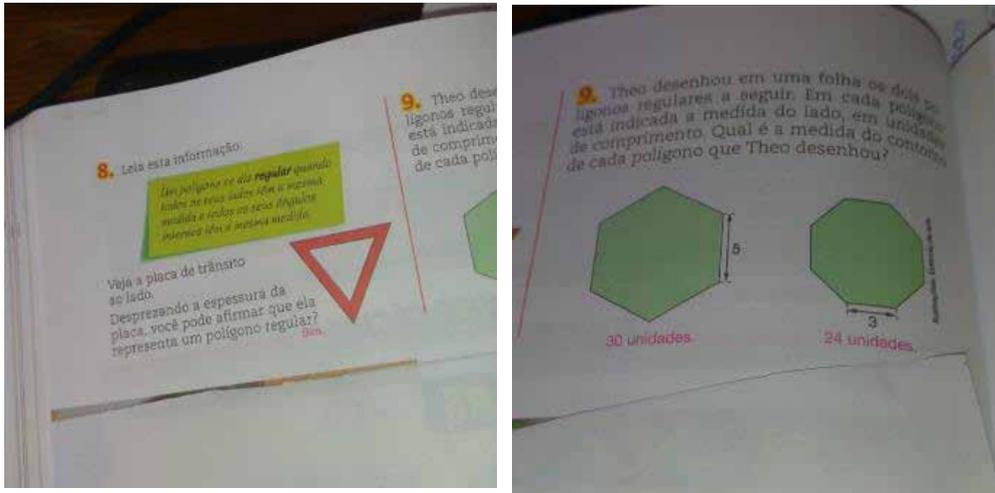
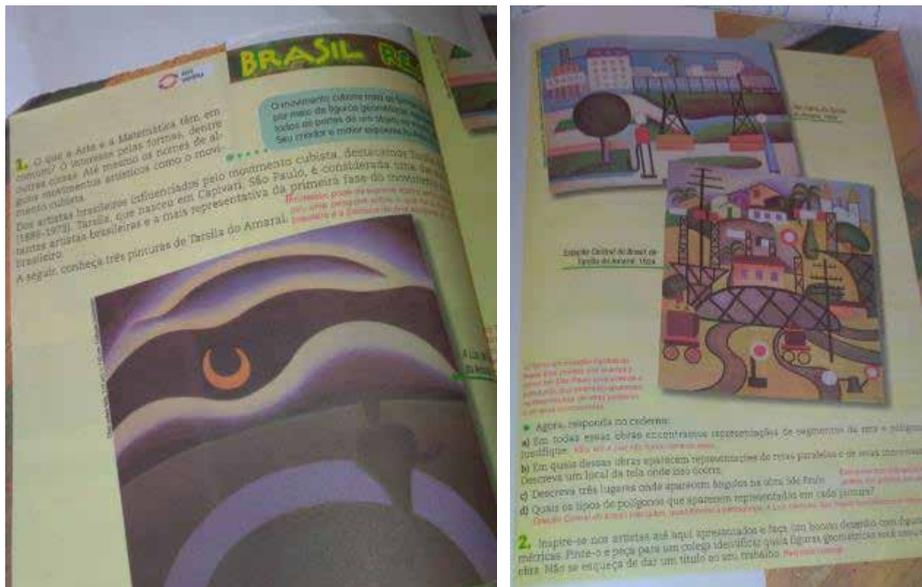
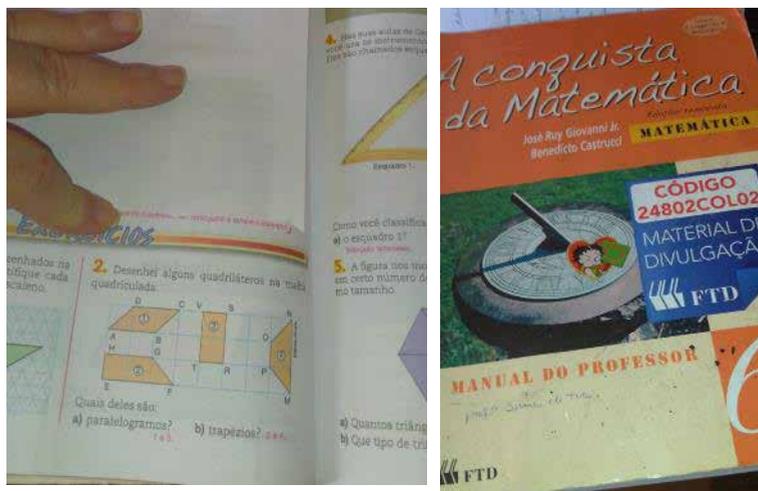


Figura 3. Imagens enviadas pelo professor P1 ao professor P2



**Figura 4.** Imagens enviadas pelo professor P1 ao professor P2



O professor P2 argumenta: *na verdade, você pode pegar, mas aí tem que ver se o PNLD46 é o de 2018, 2019, 2020. Entendeu? Geralmente o livro vale três anos, depois tem que pegar outro atualizado. Entendeu? Para poder utilizar.*

Continuando o diálogo, o professor P2 sugere:

*Uma boa opção seria você pegar o caderno do aluno que, inclusive, eu acho que ele mostra as habilidades e aí você escolhe algumas atividades que você acha que dá para fazer no GeoGebra e aí a gente pode estar pensando, por que eu estou pegando informações no currículo de proposito entendeu? E aí depois a gente pega o que está no currículo, associa com o que está no caderno ou no livro e depois analisa de acordo com aquele textinho que ela [formadora] mandou lá, o de Van Hiele, que é um texto bem fácil de entender e aí a gente vai fazendo a pergunta nas atividades de acordo com os níveis de compreensão lá, sabe. Tipo, se for para aluno de sexto ano, eu não vou fazer uma pergunta complexa, porque ele está num mais baixo ainda. Se for para um aluno de nono ano eu vou fazer uma pergunta um pouco mais bem elaborada porque ele está em um nível mais elevado (Professor P2).*

O professor P1 responde:

*É verdade.... Então eu vou fazer o seguinte: eu vou entrar no currículo lá dá... (SEDUC-SP). [...] Eu não tenho acesso, sabe, ao livro, à apostila, tem que ser só no material de apoio mesmo e aí eu mostro para você e você vê se está de acordo tá! Até mais (Professor P1).*

E, ainda, momentos antes da quinta incubação, o professor P4 enviou pelo *WhatsApp* o link do Currículo Paulista sobre Material de Apoio do Ensino

Médio, incluindo os Guias de Transição e os materiais dos componentes do Inova Educação.<sup>47</sup> Esse material será estudado para ser compartilhado entre os participantes na reunião da sexta incubação, em 19/11/2020.

As mensagens no *WhatsApp* demonstram o interesse do professor P4 pela pesquisa de recursos que poderão ser utilizados, evidenciando compreensão sobre a proposta do projeto, e os diálogos entre os professores P2 e P1 indicam um trabalho colaborativo, um dos objetivos do projeto.

Na quinta incubação, em 29/10/2020, a pesquisadora inicia comentando sobre o material disponibilizado via grupo no *WhatsApp*. Comenta o texto sobre os níveis de aprendizagem em geometria, segundo a teoria de Van Hiele e sugere ao grupo de polígonos que relacionem esse texto às habilidades e competências no contexto do tema e que estão presentes na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e no Currículo Paulista.

O professor P2 se propõe a realizar uma pesquisa nos documentos da BNCC e do Currículo Paulista com relação à incidência da palavra “Polígono”. O professor P1, ao comentar sobre o conteúdo Polígono que deseja trabalhar, comenta sobre objetos em duas dimensões, os polígonos, com objetos em três dimensões, poliedros, especificando a possibilidade de planificação de figuras. A pesquisadora esclarece que os temas estão relacionados, mas que, no momento, o tema se refere a polígonos e os pré-requisitos necessários para o entendimento deste conteúdo, sem adentrar na geometria espacial.

O professor P1 relata que nos livros didáticos, após a apresentação dos polígonos, está o tema poliedros, evidenciando que a escolha de um recurso, no caso o livro didático, pode dificultar a construção de um documento inovador. A pesquisadora esclarece sobre a importância em permanecer no tema escolhido, atendendo os níveis de aprendizagem da geometria plana propostos por Van Hiele, e que outros temas recorrentes poderão ser explorados, como grandezas e medidas ou geometria espacial em outros momentos.

Percebe-se uma certa relutância do professor P1 em concordar, porque, diz o professor que “*foge da proposta do currículo paulista que apresenta os conteúdos mesclados, saindo de 2D e indo para o 3D e trabalhando propriedades e medidas ao mesmo tempo*”. O professor P1 argumenta que, no início, achou estranha a maneira como o currículo propõe as atividades, mas que trabalhando da forma sugerida percebeu que os alunos assimilaram bem o conteúdo e que utiliza a apostila do aluno para propor as atividades.

---

<sup>47</sup> <https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/ensino-medio/materiais-de-apoio/>.

Podemos perceber, neste caso, que há uma certa dificuldade para que os professores reflitam sobre a possibilidade de utilizar outros recursos, que não os habituais de sua prática pedagógica.

A pesquisadora esclarece que os temas poderão ser estudados como se apresentam no livro didático, mas solicita que sejam propostos recursos apenas sobre o tema polígonos e que sejam elaborados os itens separadamente, o que não impede que essas atividades sejam, depois, utilizadas seguindo as ideias do Currículo Paulista. Também sugere ao grupo que tragam atividades sobre polígonos para que possam ser trabalhadas no compartilhamento da tela do computador, utilizando o software GeoGebra.

Quanto ao grupo dos professores P4 e P5 de Química, Física e Biologia, após pesquisarem sobre alguns materiais que a pesquisadora disponibilizou via *WhatsApp*, com o material da própria Secretaria de Educação e um artigo sobre modelagem matemática, os professores pareceram ter optado por trabalhar problemas que possam ser explorados nessa perspectiva. A pesquisadora sugere, igualmente, que tragam atividades dentro do conteúdo que irão escolher para serem explorados com o uso do GeoGebra.

Encerrando esse encontro, a pesquisadora sugere que os professores tenham um olhar amplo na busca por recursos, considerando desde o 6º ano ao Ensino Médio.

A sexta incubação está agendada para 19/11/2020.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como já exposto, este capítulo apresenta as fases iniciais de um projeto das autoras aprovado nas instâncias da PUC-SP no início de 2020 para desenvolvimento presencial.

Teve início no final de julho de 2020 em formato remoto devido à pandemia, que, nesse momento, trouxe transtornos para todos com o isolamento imposto. Este projeto está sendo desenvolvido com seis professores de uma escola pública do Estado de São Paulo, convidados, inicialmente, por e-mail e, posteriormente, contatados pelo *Teams*.

Os encontros são realizados, então, pela plataforma *Teams* da Microsoft, disponibilizado pelo coordenador pedagógico da escola e todos os encontros são gravados com a autorização dos presentes para a obtenção de dados e registros para relatórios.

Foi formado um grupo no *WhatsApp*, o que facilita a rápida comunicação e compartilhamento de materiais e informações. Importante observar que as mensagens se restringem às atividades do projeto, revelando a responsabilidade dos participantes.

Foram realizados cinco encontros remotos e observa-se que os professores estão em uma fase de internalização do projeto, compreendendo o significado de um trabalho colaborativo, como irá ocorrer, quais temas irão trabalhar e como irão trabalhar, sempre considerado seus conhecimentos prévios. Neste momento, surgem muitos questionamentos, até mesmo algumas resistências a novas ideias. É um processo de quebra de prática pedagógica e em romper com as práticas já postas para se lançarem a um novo modo de trabalho.

O desafio, ao realizarem um trabalho colaborativo de utilizar um *software*, é agirem criticamente na busca de recursos para suas atividades, sendo algo que vai se acomodando aos poucos, no coletivo e individualmente e esperamos que os objetivos sejam atingidos. É um projeto a longo prazo, desenvolvido neste momento de forma remota, com a esperança de podermos encerrá-lo presencialmente.

## REFERÊNCIAS

ABAR, C. A. A. P. Articulações teóricas sobre a abordagem documental do didático. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 21, n. 5, p. 217-229, 2019. Disponível em: <http://revistas.pucsp.br/emp/article/download/45494/pdf>. Acesso em: out. 2020.

FUNDAÇÃO LEMANN. Programa de promoção da reforma educacional na América Latina e no Caribe (preal) **Boletim da Educação no Brasil: Saindo da Inércia?** 2009. Acesso em: nov. 2020. Disponível em: [http://www.fundacaolemann.org.br/modelos/lendo\\_arquivo\\_download.aspx?codUrl=/upload/downloads/PREAL\\_final\\_20091202](http://www.fundacaolemann.org.br/modelos/lendo_arquivo_download.aspx?codUrl=/upload/downloads/PREAL_final_20091202).

JARVIS, D., HOHENWARTER, M., LAVICZA, Z. GeoGebra, Democratic Access, and Sustainability. **Model-Centered Learning** (p. 231-241). SensePublishers, 2011.

MISHRA, P., KOEHLER, M. **Technological Pedagogical Content Knowledge: A framework for teacher knowledge**. Teachers College Record, v. 108, n. 6, p. 1017-1054, 2006.

PONTE, J. P., MATA-PEREIRA, J. Promover o Raciocínio Matemático dos Alunos: uma investigação baseada em design. **Bolema, Rio Claro (SP)**, v. 32, n. 62, p. 781-801, dez. 2018. DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v32n62a02>.

PONTE, J. P., SERRAZINA, M. L. **A Teoria de Van Hiele**. Retirado de Didáctica da Matemática do 1º ciclo da Escola Superior de Educação de Viseu. Disponível em: <http://www.esv.ipv.pt/mat1ciclo/tarefas/Teoria%20de%20van%20Hiele.pdf>.

RABARDEL, P. **Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains**. Paris: Armand Colin, 1995.

TROUCHE, L.; GUEUDET, G. Do trabalho documental dos professores: gêneses, coletivos, comunidades: o caso da Matemática. **EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 6, n. 3, p. 1-43, 2015.



---

# BREVE CURRÍCULO DOS AUTORES

## ADRIANA DE OLIVEIRA DIAS

Possui graduação em Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – UNESP/IBILCE (2003) e mestrado em Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – UNESP/IBILCE (2006). Atuou em escolas públicas no ensino fundamental e médio, atualmente é professora assistente da Universidade do Estado de Mato Grosso – UNEMAT – Câmpus de Alto Araguaia e doutoranda no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Física Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: educação matemática e educação tecnológica.

<https://orcid.org/0000-0002-9415-9500>. <http://lattes.cnpq.br/1592264167514623>.

Contato: [adrianadias@unemt.br](mailto:adrianadias@unemt.br)

## **ALAÍDE CECÍLIA DE LIMA**

Licencianda em Matemática na Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE). Ex- bolsista do Pibid. Integrante do grupo de pesquisa “LACAPE – Laboratório Científico de Aprendizagem, Pesquisa e Ensino”.

E-mail: [alaidelima85@gmail.com](mailto:alaidelima85@gmail.com)

## **ARMÊNIO LANNES XAVIER NETO**

Mestre em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Possui Especialização em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Atualmente é Professor de Matemática no Ensino Fundamental – 2 da Escola Viva, Examiner e Team Leader do International Baccalaureate Program (IBO).

E-mail: [eltche@gmail.com](mailto:eltche@gmail.com)

## **CELINA APARECIDA ALMEIDA PEREIRA ABAR**

Doutorado em Lógica Matemática, Licenciatura e Bacharelado em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP. Especialista em Tecnologias Interativas Aplicadas à Educação; em Design Instrucional para Educação On-Line e em Entornos Virtuales de Aprendizaje. Professora titular da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo atuando no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. Coordenadora do Instituto GeoGebra de São Paulo e Editora da Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo e da Revista UNIÓN – Revista IberoAmericana de Educación Matemática – FISEM. <https://orcid.org/0000-0002-6685-9956>. <http://lattes.cnpq.br/3477699398066713>.

ResearchID: J-1240-2014

Contato: [abarcaap@gmail.com](mailto:abarcaap@gmail.com) ; [abarcaap@pucsp.br](mailto:abarcaap@pucsp.br)

## **CIBELLE DE FATIMA CASTRO DE ASSIS**

Bacharel e Mestre em Matemática pela UFPB (2002/2004) e Doutora em Educação Matemática (2010) pelo programa de pós-graduação em Educação da UFPE na linha de Didática de Conteúdos Específicos (Educação a Distância). Pós-Doutorado em Educação Matemática (2016-2018) pela UFPE com Estágios no Ifé – da ENS/ Lyon – França. É professora Associada I do Departamento de Ciências Exatas – DCX do CCAE da UFPB/Campus IV e professora do Programa de

Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB (desde 2013). Tem experiência na área de Educação Matemática e uso de Tecnologias nos temas metodologias de ensino, ensino-aprendizagem, formação de professores e formação de conceitos. Atua nos grupos de Pesquisa GEPEN da UFPB e no Grupo de Pesquisas Brasileiras sobre Recursos. Atualmente, desenvolve pesquisas na área da Didática da Matemática e seus desdobramentos na perspectiva da Abordagem Documental do Didático.

E-mail: cibelleassis@gmail.com

## ELISÂNGELA BASTOS DE MÉLO ESPÍNDOLA

Doutora em Educação na linha de Formação de Professores e Prática Pedagógica (Universidade Federal de Pernambuco – UFPE) e em Science de l'Éducation – École Doctorale: Education, Psychologie, Information et Communication (Universidade Claude Bernard – Lyon 1- França). Mestre em Educação na linha de Didática de Conteúdos Específicos (UFPE). Licenciada em Matemática na Autarquia de Ensino Superior de Arcoverde (AESA).

Professora adjunta do Departamento de Educação da Universidade Federal Rural de Pernambuco. Atua como docente no Programa de Pós-Graduação de Ensino das Ciências (PPGEC) na linha de pesquisa “Formação de professores e construção de práticas docentes no ensino de Ciências e Matemática” e em cursos de Licenciatura em Matemática e em Pedagogia. Coordenadora do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid) no Departamento de Matemática.

E-mail: elisangela.melo@ufrpe.br

## IRANETE MARIA DA SILVA LIMA

Doutora em Matemática e Informática pela Université Joseph Fourier (Grenoble-FR), com pós-doutorado em Didática da Matemática pelo Institut Français de l'Éducation – École Normale Supérieure de Lyon e pós-doutorado em Educação, ênfase em Educação do Campo, pela Universidade Federal do Pará (UFPA). Professora associada da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), atuando na Licenciatura em Pedagogia e no Mestrado em Educação Contemporânea (PPGEduC) do Centro Acadêmico do Agreste, e no Mestrado e Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica (EDUMATEC) do Centro de Educação. Coordena o Núcleo de Pesquisa, Extensão e Formação em Educação do Campo (NUPEFEC); representa a UFPE no Comitê de Educação do Campo de Pernam-

bucu; integra a Comissão Executiva do Fórum Nacional de Educação do Campo (FONEC). É líder do Grupo de Pesquisa GPENAPE e pesquisadora dos Grupos Fenômenos Didáticos e GPEMCE da UFPE, e GEPERUAZ da UFFA. Pesquisadora dos domínios da Didática da Matemática, da Educação Matemática Crítica e da Educação do Campo, com enfoque na formação de professores, decisões didáticas, recursos didáticos, concepções e conhecimentos mobilizados por professores e alunos sobre conceitos matemáticos estudados na educação básica. E-mail: Iranete.lima@ufpe.br. CV: <http://lattes.cnpq.br/8522397432350630>

## **JANAINA ALVES BOTELHO**

Licenciada em Matemática pela UFPB (2011) e Especialista em Educação Matemática para Anos Finais pela UFPB (2013). É mestra em Educação Matemática pela UEPB em (2019) e tem seus estudos voltados para Metodologias de Ensino inovadoras e Formação de professores de Matemática. É professora efetiva da Rede Municipal de ensino de Mamanguape/PB desde 2012 e já atuou como professora formadora de Matemática no PNAIC – Programa Nacional de Alfabetização na Idade Certa – pela UFPB em 2014. Também foi professora substituta atuando no Curso de Licenciatura em Matemática pela UFPB/Campus IV (2016 a 2018). Atualmente, leciona na rede pública em Mamanguape e na rede privada na cidade de Bayeux, ambas na Paraíba e é membro da equipe tecno-pedagógica do PARAIBATEC, programa de formação técnica do Governo do Estado da Paraíba. Tem experiência em coordenação pedagógica e oficinas no ensino de Matemática Básica para os Anos Finais. É doutoranda no programa de Pós-Graduação em Educação da UFPB/Campus I.

E-mail: janainabotelho2011@hotmail.com

## **JOSIAS PEDRO DA SILVA**

Doutorando em Educação Matemática e Tecnológica pela Universidade Federal de Pernambuco – EDUMATEC/UFPE. Mestre em Educação pelo Programa de Pós-Graduação do Educação Contemporânea – PPGEduc/UFPE. Licenciado em Matemática no Centro Acadêmico do Agreste da UFPE. Membro do Grupo de pesquisa Ensino, Aprendizagem e Processos Educativos – GPENAPE. Foi professor do Programa Escola da Terra na UFPE, na área de Linguagens Matemática e Educação do Campo e professor substituto no curso de Administração do Núcleo de Gestão da Universidade Federal de Pernambuco – CAA/UFPE. Coordenou o curso de especialização lato sensu da Faculdade de Ciências Apli-

cadras de Limoeiro – FACAL, onde também foi professor. Atuou durante quatro anos como professor de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Pesquisa sobre a Educação Matemática e Educação do Campo, a Educação de Jovens e Adultos, a Educação Matemática Crítica e a Abordagem Documental do Didático. E-mail: josias\_pedro\_2007@hotmail.com. CV: <http://lattes.cnpq.br/0513264416467812>

## KATIANE DE MORAES ROCHA

Doutorado realizado na École Normale Supérieure de Lyon na área de Didática da Matemática. Graduada em Licenciatura em Matemática e mestre do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática na Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Atuou como Professora dos cursos, presenciais, de engenharia civil, elétrica, ambiental na empresa Uniderp do grupo Anhanguera e no curso de licenciatura em Matemática a distância do mesmo grupo (2014 e 2019). Além disso, foi professora substituta na UFMS (2019). Tem experiência na área de Educação Matemática, com pesquisa em tecnologia educacional. Com ênfase na análise do trabalho do professor de matemática visa a análise das interações dos professores com os recursos, se interessando em particular ao processo de desenvolvimento da experiência desenvolvida ao longo do tempo. Participou da equipe Eductice (Education and Technology, [http://eductice.ens-lyon.fr/EducTice/equipe/membres/doctorants/katiane\\_rocha](http://eductice.ens-lyon.fr/EducTice/equipe/membres/doctorants/katiane_rocha)) na França, que se interessa nas questões de educação relacionadas ao ensino e aprendizagem usando as novas tecnologias digitais. Atualmente, participa do Grupo de Estudo em Didática da Matemática (DDMat) ligado à UFMS.

E-mail: [mr.katiane@gmail.com](mailto:mr.katiane@gmail.com)

## MARCIO VIEIRA DE ALMEIDA

Possui doutorado em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (2017). Realizou estágio pós-doutoral na Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) no ano de 2020. Graduiu-se em Licenciatura em Matemática pela Universidade de São Paulo (2009). Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: ensino e aprendizagem de cálculo, ensino de matemática com tecnologias digitais e metodologias ativas de ensino.

E-mail: [marcioalmeidasp@gmail.com](mailto:marcioalmeidasp@gmail.com)

## MARIA JOSÉ FERREIRA DA SILVA

Bacharel e Licenciada em Matemática, Mestrado em Ensino de Matemática, Doutorado em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC-SP. Atualmente, é Professora do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Tem experiência na área de Educação Matemática com ênfase em Didática da Matemática focando no ensino e aprendizagem de matemática, formação de professores, uso de tecnologias no ensino e na aprendizagem. Atua no grupo de pesquisa PEA-MAT – Processos de Ensino e Aprendizagem em Matemática e no grupo PBR – Pesquisas Brasileiras sobre Recursos e é vice-líder do grupo O Elementar e o Superior em Matemática.

E-mail: zeze@pucsp.br; maze.fsilva@gmail.com

## ROSILÂNGELA LUCENA

Doutora e mestra em Educação Matemática e Tecnológica (UFPE), realizou Doutorado Sanduíche PDSE/CAPES no Institut Français d'Éducation – IFÉ no ENS de Lyon – France. Graduada em Ciências com Habilitação em Matemática (FFPNM/UPE). Atualmente, é Professora Substituta do Curso de Licenciatura em Matemática do Centro Acadêmico do Agreste – CAA/UFPE e membro do Grupo de Estudos em Recurso para a Educação – GERE.

E-mail:rosi.lucenasc@gmail.com

## RICARDO ARAUJO DA SILVA

Licenciado em Matemática e Mestre em Educação Matemática e Ensino das Ciências pela Universidade Estadual da Paraíba. Especialista em Docência na Educação a Distância, Metodologia do Ensino de Matemática e Gestão Escolar Integrada com ênfase em Administração, Coordenação, Inspeção, Supervisão e Orientação Educacional pela UniBF. Atua nos grupos de Pesquisa GEPEM (Grupo de Pesquisa em Educação Matemática) da UFPB; GPDM (Grupo de Pesquisa em Didática da Matemática-CNPq) da UEPB. Professor mediador a Distância pelo Programa Novos Caminhos – IFPB. Técnico Administrativo do Governo do Estado da Paraíba. Atualmente, desenvolve pesquisas na área da Didática da Matemática e seus desdobramentos para a Formação de Professores; estudos sobre a Abordagem Instrumental, Orquestração Instrumental e

a Abordagem Documental do Didático; Gestão Escolar e Ensino a Distância.  
E-mail: araujo.ricardo282@gmail.com

## **SONIA BARBOSA CAMARGO IGLIORI**

Doutora em Matemática, Licenciatura e Bacharelado em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP. Realizou dois estágios pós-doutorais em Educação Matemática na França. O primeiro, no período de um ano, de julho de 1995 a julho de 1996 com a supervisão de Michèle Artigue, em Paris VII. O segundo, em um período de sete meses, de janeiro de 2018 a agosto de 2018 com a supervisão de Luc Trouche na École Normale Supérieure de Lyon. Professora titular da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo atuando no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. Líder do grupo de pesquisa do CNPq. Editora da Revista Ensino de Matemática em Debate do Programa e da Revista UNIÓN – Revista Ibero Americana de Educación Matemática – FISEM.

<https://orcid.org/0000-0002-6354-3032>. <http://lattes.cnpq.br/0345215431099831>

E-mail: soniaigliori@gmail.com; sigliori@pucsp.br

## **VITÓRIA DO NASCIMENTO MOURA**

Licencianda em Matemática na Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE). Ex-bolsista do Pibid. Integrante do grupo de pesquisa “LACAPE – Laboratório Científico de Aprendizagem, Pesquisa e Ensino”.

E-mail: vicknascimentomoura@gmail.com





Este livro compila trabalhos de pesquisadores da educação matemática da UFPE; UFPA; UFMS e PUC-SP. A temática dos trabalhos é a formação de professores do ensino básico, sob a perspectiva teórica da Abordagem Documental do Didático, cujos autores são os pesquisadores franceses Guedet e Trouche.

Nessa teoria destacam-se dois constructos: recurso e documento. Citando Trouche: “Os professores de matemática interagem, em seu trabalho diário, com recursos concebidos para fins de ensino (que nós denominaremos recursos curriculares, por exemplo, um livro didático) ou com recursos que não têm finalidade de ensino (por exemplo, um artigo de periódico). Seus trabalhos com esses recursos, em sala de aula ou fora dela, incluem a seleção, a modificação e a criação de novos recursos. Esse trabalho criativo é denominado *trabalho documental do professor, e seus resultados documentação do professor*”.

O livro se destina a professores de matemática e futuros; estudantes de pós-graduação e pesquisadores na área de educação matemática e afins.



[openaccess.blucher.com.br](http://openaccess.blucher.com.br)



**Blucher** Open Access