

Marcos Vinícius Melconian

**MODELAGEM NUMÉRICA
E COMPUTACIONAL COM
SIMILITUDE E ELEMENTOS FINITOS**

Desenvolvimento de Equação Preditiva para o Cálculo
da Força de Retenção em Freios de Estampagem



Blucher Open Access

MARCOS VINÍCIUS MELCONIAN

MODELAGEM NUMÉRICA E COMPUTACIONAL COM SIMILITUDE E ELEMENTOS FINITOS

Desenvolvimento de Equação Preditiva
para o Cálculo da Força de Retenção
em Freios de Estampagem

SÃO PAULO
2014

Modelagem Numérica e Computacional com Similitude e Elementos Finitos:

Equação preditiva geral para o cálculo da força
de retenção em freios de estampagem

© 2014

1st edition – 2014

Editora Edgard Blücher Ltda.

ISBN: 978-85-8039-089-6

Blucher

Rua Pedroso Alvarenga, 1245, 4º andar
04531-012 – São Paulo – SP – Brazil
Fax 55 11 3079 2707
Phone 55 11 3078 5366
editora@blucher.com.br
www.blucher.com.br

Segundo o Novo Acordo Ortográfico, conforme 5a ed.
do *Vocabulário Ortográfico da Língua Portuguesa*,
Academia Brasileira de Letras, março de 2009.

É proibida a reprodução total ou parcial por quaisquer
meios, sem autorização escrita da Editora.

Todos os direitos reservados pela
Editora Edgard Blucher Ltda.

FICHA CATALOGRÁFICA

Melconian, Marcos Vinícius
Modelagem numérica e computacional com
similitude e elementos finitos : equação preditiva
geral para o cálculo da força de retenção em freios
de estampagem / Marcos Vinícius Melconian. -- São
Paulo : Blucher, 2014.
120 p. ; il. color.

Bibliografia
ISBN 978-85-8039-089-6

1. Engenharia Mecânica – Tecnologia 2. Método dos
elementos finitos 3. Estampagem (Metais) I. Título

14-0611

CDU 623.045

Índices para catálogo sistemático:
1. Engenharia Mecânica

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a Deus, aos meus pais Sarkis e Anaid, e ao meu irmão Sérgio, por serem à base da minha vida e inspiração.

AGRADECIMENTOS

A realização e conclusão deste trabalho passaram pela ajuda, apoio e dedicação de muitas pessoas. Gostaria de agradecer principalmente:

Ao Luis Fernando que me ajudou com os primeiros passos, na utilização do STAMPACK®.

Agradeço aos pesquisadores da QUANTECH ATZ, em especial Albert Forgas, por toda ajuda e disponibilidade com a utilização do STAMPACK®.

Aos professores, funcionários e colegas de classe do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo e de Bragança Paulista por toda a ajuda, dedicação, apoio e amizade.

Por fim, e de maneira muito especial, agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Écio Naves Duarte. Obrigado por todas as inúmeras aulas e aconselhamentos. Sempre indicando os melhores caminhos para o desenvolvimento e conclusão deste trabalho, com muita disposição e compromisso e aos meus familiares por toda ajuda e incentivo.

“Predição é muito difícil, especialmente se for sobre o futuro.”

Niels Bohr

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	11
1.1 Objetivos e justificativas do trabalho.....	15
1.2 Organização da obra	15
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	17
3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	25
3.1 Estampagem de chapas metálicas	26
3.2 Freios de estampagem.....	30
3.3 Características dos materiais.....	33
3.3.1 Deformação.....	33
3.3.2 Deformação elástica.....	33
3.3.3 Deformação plástica.....	34
3.3.4 Módulo de elasticidade	35
3.3.5 Limite convencional de elasticidade.....	36
3.3.6 Lei de encruamento isotrópico	37
3.3.7 Anisotropia	39
3.3.8 Critério de plasticidade.....	41
3.4 Similitude em engenharia.....	44
3.4.1 Descrição da metodologia.....	44
3.4.2 Obtenção das equações preditivas	47
3.5 O método dos elementos finitos	49
3.5.1 Descrição geral do método.....	49
3.5.2 Passos para a análise e solução em elementos finitos	52
3.5.2.1 O processo de discretização do método.....	53
3.5.2.2 Definição das propriedades dos elementos	54
3.5.2.3 Montagem das matrizes de rigidez dos elementos	55
3.5.2.4 Aplicar as cargas.....	56
3.5.2.5 Definir as condições de contorno	56
3.5.2.6 Solucionar o sistema de equações	57
3.5.2.6 Calcular os esforços	57
3.5.3 Fases do método dos elementos finitos.....	57
3.5.3.1 Pré-processamento.....	57
3.5.3.2 Processamento.....	58
3.5.3.3 Pós-processamento	58

3.6 Solução implícita versus solução explícita.....	59
3.7 O software stampack.....	61
4. METODOLOGIA	65
4.1 Bases de dados experimentais.....	66
4.1.1 Experimento realizado	66
4.1.2 A modelagem do freio de estampagem	72
4.2 Utilização do software stampack	73
4.2.1 Importação da figura	74
4.2.2 Configuração das variáveis	74
4.2.3 Resultados da simulação	78
5. DESENVOLVIMENTO DA EQUAÇÃO PREDITIVA GERAL (EPG).....	79
5.1 Validações do modelo em elementos finitos	80
5.2 Definição das variáveis.....	84
5.3 Definições dos π -termos.....	84
5.4 Obtenção das equações componentes	86
6. RESULTADOS OBTIDOS.....	103
6.1 Validação das equações com os dados experimentais....	104
6.2 Desenvolvimento do aplicativo para cálculo	106
6.2.1 Escolha da plataforma e linguagem de programação.....	107
6.2.2 Apresentação do aplicativo	107
7. CONCLUSÕES	109
7.1 Conclusões sobre a pesquisa.....	110
7.2 Sugestões para trabalhos futuros	113

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Representação do freio de estampagem no processo, (CADELL R.M, HOSFORD W.F, 2000)	12
Figura 2 – Imagem da deformação da chapa em função da penetração do freio, (KEELER, 2000)	20
Figura 3 – Chapa se movendo em um freio retangular, (KEELER, 2000)	21
Figura 4 – Ilustração do freio de estampagem, (ZHIHENG, 2011)	22
Figura 5 – Testes com os resultados experimentais de Nine (1978) e com os analíticos de Stoughton (1988), disponíveis em Guo <i>et al.</i> (2000)	23
Figura 6 – Peça tracionada com detalhe da estricção do material.....	26
Figura 7 – (A) Prensa Hidráulica com carga nominal máxima de 5000kN; (B) Prensa mecânica com carga nominal máxima de 35000kN [Schuler, Inc.]	27
Figura 8 – Prensa mecânica de ação simples [Schuler, Inc.]	28
Figura 9 – Prensa mecânica de dupla ação [Schuler, Inc.]	29
Figura 10 – (A) Rugas no flange (B) Rugas laterais, (REDDY, 2012)	30
Figura 11 – (A) Freio de estampagem e a matriz antes do contato. (B) Freio de estampagem e a matriz em contato, (ALEKSANDROVIC, 2011)	30
Figura 12 – Diagrama de flexão e flexão inversa em um freio de estampagem.....	31
Figura 13 – Gráfico Tensão x Deformação, (MELCONIAN, 2008).....	36
Figura 14 – Diagrama tensão deformação, para determinação da tensão limite convencional de elasticidade (σ_e)	37
Figura 15 – Determinação de K e n.....	38
Figura 16 – Curvas das leis de encruamento de Ludwik- Nadai e Voce em um gráfico de Tensão x Deformação para uma aço - FePO3_A, (STAMPACK®).....	39
Figura 17 – Corpos de prova para realização de testes para determinar a anisotropia do material.....	40
Figura 18 – Representação das tensões hidrostáticas em um corpo	42
Figura 19 – Representação gráfica do efeito Bauschinger	43
Figura 20 – Malha triangular plana, (SOUZA, 2003)	50
Figura 21 – Diferentes tipos de elementos finitos, (SOUZA, 2003)	50
Figura 22 – Graus de liberdade. A) graus de liberdade de um ponto; B) graus de liberdade de um corpo rígido	52
Figura 23 – Passos para solução em Elementos Finitos	53
Figura 24 – Discretização de diferentes sólidos e estruturas com o MEF, (ONATE, 2009)	53
Figura 25 – Exemplos de peças discretizadas	54
Figura 26 – Relação de aspecto de elementos retangulares	55
Figura 27 – Força externa aplicada na mola	55
Figura 28 – Fases do MEF	57
Figura 29 – Aplicações do método explícito e método implícito	59
Figura 30 – Visão global da simulação em EF, (STAMPACK®)	63
Figura 31 – Prensa-chapas segurando a chapa metálica que será estampada, (NINE, 1978)	66
Figura 32 – Aparato com freios rolantes, (NINE, 1978)	67
Figura 33 – Esquema de montagem dos freios rolantes, (NINE, 1978)	67

Figura 34 – Esquema de montagem dos freios rolantes, (NINE, 1978)	68
Figura 35 – Aparato utilizado na montagem dos freios de estampagem, (NINE, 1978)	70
Figura 36 – Freio de estampagem desenhado no software SolidEdge ST5	72
Figura 37 – Aplicações do STAMPACK®	73
Figura 38 – Imagem do freio de estampagem importada para o software STAMPACK®	74
Figura 39 – Malha não estruturada discretizada por erro cordal	75
Figura 40 – Malha estruturada retangular	75
Figura 41 – Freio de estampagem discretizado	76
Figura 42 – Valores das propriedades mecânicas da chapa metálica, adotados em uma simulação típica (STAMPACK®)	77
Figura 43 – Pró-processamento do freio de estampagem	78
Figura 44 – Geometria dos freios de estampagem	80
Figura 45 – Gráfico da Força de retenção do freio (N) x Tempo(s), em uma simulação feita no STAMPACK®	82
Figura 46 – Gráfico com resultado das simulações para $\pi 1 \times \pi 2$	93
Figura 47 – Gráfico com resultado das simulações para $\pi 1 \times \pi 3$	94
Figura 48 – Gráfico com resultado das simulações para $\pi 1 \times \pi 4$	95
Figura 49 – Gráfico com resultado das simulações para $\pi 1 \times \pi 5$	96
Figura 50 – Gráfico com resultado das simulações para $\pi 1 \times \pi 6$	97
Figura 51 – Gráfico com resultado das simulações para $\pi 1 \times \pi 7$	98
Figura 52 – Gráfico com resultado das simulações para $\pi 1 \times \pi 8$	99
Figura 53 – Gráfico com resultado das simulações para $\pi 1 \times \pi 9$	100
Figura 54 – Interface do Aplicativo “Drawbead Calc”	108
Figura 55 – Análise de sensibilidade da FR em relação a cada parâmetro presente na EPG elaborada	110
Figura 56 – Análise de sensibilidade da FR em relação a cada parâmetro presente na EPG elaborada	111

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Modelos propostos para a FR e FP, de acordo com Xu <i>et al.</i> (1998), <i>apud</i> Duarte (2007)	18
Tabela 2 – Geometrias das seções de freios mais usuais. a) Semicircular; b) Retangular; c) Triangular d) Trapezoidal; e) Assimétrica – XU <i>et al.</i> , 1998 <i>apud</i> DUARTE, 2007 (adaptado)	32
Tabela 3 – Propriedades mecânicas dos materiais utilizados nos experimentos, (NINE, 1978)	69
Tabela 4 – Forças de retenção dos freios para chapas de aço, (NINE, 1978).....	71
Tabela 5 – Forças de retenção dos freios para chapas de alumínio, (NINE, 1978).....	71
Tabela 6 – Parâmetros utilizados experimentalmente, (NINE 1978)	81
Tabela 7 – Resultados obtidos para validação do modelo utilizado nas simulações com o STAMPAK®	83
Tabela 8 – Natureza de cada parâmetro	84
Tabela 9 – Descrição dos π -termos.....	85
Tabela 10 – Valores adotados para cada parâmetro.....	86
Tabela 11 – Valores simulados.....	87
Tabela 12 – Obtenção dos pontos para os π -termos	90
Tabela 13 – Intervalo de validade de cada parâmetro	92
Tabela 14 – Validação das EPGs obtidas, com os dados experimentais	104
Tabela 15 – Parâmetros utilizados para o teste da EPG.....	105
Tabela 16 – Comparativo dos resultados obtidos or meio da simulação em EF e calculados pela EPG	106
Tabela 17 – Comparativo dos limites de validade dos π - termos da EPG de Duarte (2007) e de Melconian (2014)	112

LISTA DE ABREVIATURAS

ABREVIATURAS

EF	Elementos Finitos
EPG	Equação Preditiva Geral
FP	Força do Prensa- Chapas
FR	Força de Retenção do Freio
MEF	Método dos Elementos Finitos

LISTA DE SÍMBOLOS

SÍMBOLOS

E	Modulo de Young
ε	Deformação
F	Força Aplicada
k	Constante de proporcionalidade do material
Δx	Variação de comprimento
K	Modulo de encruamento
n	Expoente de encruamento
σ	Tensão mecânica
σ_e	Tensão limite convencional de elasticidade
σ^y	Tensão de escoamento final
σ^e	Tensão de escoamento inicial do material
Δr	Anisotropia planar
r	Anisotropia transversal
σ_m	Tensão Hidrostatica
σ_p	Tensão de proporcionalidade
π_i	Pi-termo
$r_n, r_{45} \text{ e } r_{90}$	Coefficiente de Lankford
$\{F\}$	Matriz coluna com todas as cargas nodais
$\{U\}$	Matriz de rigidez da estrutura
$[K]$	Matriz coluna com todos os deslocamentos nodais
v	Velocidade
v_s	Velocidade de propagação do some m um material
ν	Coefficiente de Poisson
ρ	Massa especifica
R_m	Raio da matriz
R_d	Raio do Freio
c	Folga horizontal entre o freio e a chapa
C_a	Constante em Função dos Grupos de Variáveis Adimensionais
t	Espessura da chapa
h	Penetração
m	Atrito

1

CAPÍTULO

INTRODUÇÃO

A tecnologia tem exercido grande influência no desenvolvimento das sociedades e, como grandes responsáveis deste desenvolvimento, estão também os meios de produção.

No início do século XIX, deter o conhecimento sobre processos de produção já era considerado um diferencial e com o advento da mecanização - por meio da utilização de máquinas - o termo tecnologia assumiu um novo significado.

Atualmente, a tecnologia é um dos baluartes do estilo de vida moderno. Neste contexto, os processos de conformação de metais desempenham um importante papel.

A produção de componentes utilizando chapas metálicas e técnicas que dão forma aos sólidos é de grande significância, como na aplicação em indústria automotiva, modelagem de recipiente, construção de edifícios ou na produção de eletrodomésticos.

As prensas, com a sua capacidade para conduzir com precisão as atividades de conformação metálica, tornaram-se um símbolo da metalurgia e do processo de produção moderno. É neste contexto que o freio de estampagem desempenha papel fundamental em determinadas operações de estampagem, em que grandes esforços de conformação mecânica estão envolvidos.

Para que determinadas peças sejam estampadas com qualidade, é essencial que o fluxo de material conformado no interior da matriz seja bem controlado. Normalmente este fluxo é controlado pela força do prensa-chapas, no entanto, quando a magnitude da força necessária é excessivamente grande, ao ponto de poder causar danos à peça ou a máquina utilizada, são utilizados os freios de estampagem, que têm a função de prover a força de retenção necessária para controlar o fluxo de material para dentro da matriz (HUG, 2004)

O freio de estampagem, também conhecido como quebra-rugas ou *Drawbeads*, consiste em um pequeno aparato localizado na superfície do prensa-chapas ou na borda da matriz e um sulco localizado na superfície oposta, conforme mostra a Figura 1.

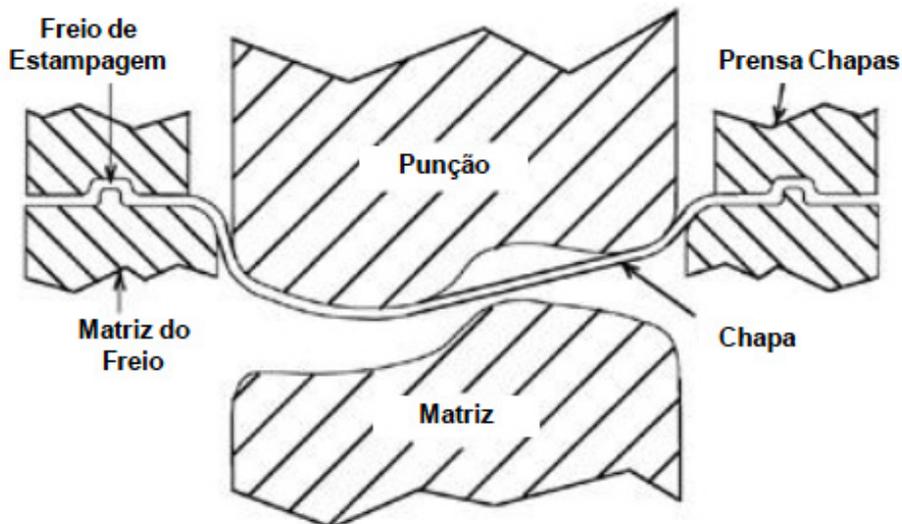


Figura 1 – Representação do freio de estampagem no processo, (CADELL R.M, HOSFORD W.F, 2000)

Os freios de estampagem são largamente utilizados na indústria automobilística por que a seleção do tipo e tamanho de freio bem como a sua instalação são relativamente simples, quando comparado com outro método para controlar o prensa-chapas. Por este motivo, muitos estudos sobre freios de estampagem são efetuados em indústrias automobilísticas de países desenvolvidos (KIM, 1997).

Segundo Kim *et al.* (1997), a utilização de freios de estampagem é essencial não só para a produção de peças de automóveis, que exigem alta qualidade superficial do produto final, como também para a produção de muitos outros produtos de uso geral.

Nine (1978) conduziu uma série de experimentos no laboratório da General Motors em Michigan nos Estados Unidos, simulando o comportamento dos freios de estampagem em aços e ligas de alumínio. Em seus testes, ele posicionou rolamentos nos cotovelos do freio a fim de isolar os componentes da força de deformação dos componentes da força de atrito, causados pelo contato do freio com a chapa.

Baseando-se nos trabalhos de Swift (1948) e Duncand e Bird (1978), o pesquisador Wang (1982) apresentou um modelo matemático para o cálculo da força de retenção (FR) dos freios, considerando como premissas uma chapa de espessura constante, conformação sem folgas entre o freio e a chapa, ou seja, considerando que a chapa assume o raio do freio após conformada e velocidade de deslocamento da chapa somente tangencial em relação ao freio.

Levy (1983) aperfeiçoou os estudos feitos por Wang e Nine e fez um estudo para estimar a FR com uma equação fechada. Yellup e Painter (1985) desenvolveram um modelo computacional para calcular a força do freio, válido para dois tipos de aços e considerando folga constante entre o freio e a cavidade. Stoughton (1988) partiu deste modelo de Levy (1983) para desenvolver uma formulação analítica para a predição da FR. Esse modelo pode ser aplicado a freios não só circulares, mas com outras geometrias.

O primeiro modelo de cálculo da força de retenção dos freios, utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF), foi publicado por Chen (1996). O modelo em EF foi validado com base nos valores publicados por Nine (1982), e a média dos valores absolutos das diferenças percentuais foi igual a 20%.

Segundo Mujic (2011), a utilização do MEF no estudo dos freios de estampagem parte da discretização do modelo tridimensional (3D) de um freio real. Como as dimensões do freio são muito pequenas, quando comparadas às outras ferramentas envolvidas no processo de estampagem, a quantidade de elementos necessita ser muito grande, centenas de milhares em muitos casos. É difícil solucionar este tipo de problema por requererem *hardwares* de alto desempenho, consumindo, ainda assim, muito tempo de processamento. Deste modo, são utilizados modelos bidimensionais (2D) para simplificar a solução deste tipo de problema.

Além disso, investigações experimentais são caras e demoradas, portanto, as simulações numéricas tornam-se o modo mais proeminente para o estudo dos parâmetros do freio. Isto permite que modelos sejam criados para prever matematicamente o trabalho dos freios, auxiliando a produção industrial. (MUJIC, 2011)

Um ponto relevante nas simulações está nos gradientes de geometria. Os raios que definem a curvatura dos freios de estampagem são geralmente muito pequenos se comparados às curvaturas das demais ferramentas de estampagem. Deste modo, problemas numéricos são originados pelas dificuldades na convergência da integração da equação que governam este fenômeno, ou ainda altos custos computacionais para a simulação do problema tridimensional. Assim, nos procedimentos numéricos para solucionar a integração da referida equação, os códigos de simulação de estampagem de chapas consideram os freios como outra ferramenta e os modelam com maior simplicidade, isto é, como se fossem uma linha sobre a qual existe uma FR distribuída ao longo de seu comprimento.

Motivado pelo fato de ser muito demorado e custoso se obter, experimental ou numericamente, um valor confiável da força de retenção dos freios e tendo em vista que muitas são as variáveis associadas a esta grandeza, Duarte (2007) criou uma Equação Preditiva Geral (EPG) para o cálculo da força de retenção para freios de estampagem semicirculares. Uma metodologia híbrida foi proposta para obtenção da FR, empregando-se a Similitude, que utiliza como base da sua formulação o Teorema π de Buckingham, associada a dados obtidos por meio de simulações numéricas bidimensionais feitas para parâmetros de natureza geométrica, de materiais e de processo com o *software* STAMPACK®, um código com solução explícita em EF.

Este trabalho utiliza esta mesma metodologia para obtenção de uma nova EPG, que estime com precisão os valor da força de retenção para uma variação maior de materiais. Duarte (2007), concentrou seus estudos com o aço A-K e liga de alumínio 2036-T4, este trabalho busca ampliar este limite para demais materiais como, bronze, níquel, cobre e titânio.

Como inovação tecnológica, um aplicativo para plataforma Android, com interface interativa, foi desenvolvido a fim de que os cálculos da FR sejam realizados com rapidez pelos usuários, trazendo diversos benefícios para uma linha de produção mais favorável, com melhores características de resistência do produto final, economia no consumo de energia relacionado ao aumento da produção, controle dimensional e acabamento superficial com alta qualidade.

1.1 OBJETIVOS E JUSTIFICATIVAS DO TRABALHO

Este trabalho tem por objetivo apresentar os conceitos envolvidos e outros estudos elaborados sobre freios de estampagem, por meio de revisão bibliográfica e fundamentação teórica, com o intuito de destacar os desafios envolvidos na elaboração de uma EPG para os freios de estampagem.

Utilizando a teoria de similitude e a mesma metodologia híbrida adotada por DUARTE (2007), busca-se estudar a influência dos parâmetros mais importantes na FR e estabelecer uma equação fechada para a predição da FR para os freios de estampagem semicirculares.

Duarte (2007) desenvolveu uma EPG, alcançando resultados bastante assertivos, quando aplicadas em testes com aço A-K e ligas de alumínio, com base nesta EPG, este estudo, busca elaborar uma nova EPG com limite de validade ampliado para outros materiais como cobre, latão, ligas de níquel e titânio. Para isso são elaboradas simulações em modelos bidimensionais em EF no código comercial STAMPACK®, em que a FR é calculada para diversas configurações de freios semicirculares e tipos de materiais.

1.2 ORGANIZAÇÃO DA OBRA

No primeiro capítulo deste trabalho estão apresentadas as justificativas e desafios que motivaram a elaboração deste estudo, além das contribuições oferecidas para o desenvolvimento tecnológico e industrial.

O segundo capítulo apresenta a revisão bibliográfica, que descreve alguns estudos de pesquisas realizados sobre o tema e que são referências deste trabalho, em especial o trabalho de Duarte (2007), que foi importante fonte motivadora da pesquisa.

No terceiro capítulo são apresentadas as fundamentações teóricas que serviram de sustentação para o desenvolvimento desse trabalho.

A metodologia de pesquisa utilizada é apresentada no quarto capítulo, em que são detalhados os experimentos realizados por Nine (1978) e os passos seguidos para a realização da modelagem computacional e simulação dos experimentos no *software* de elementos finitos, amplamente utilizado para a obtenção da base de dados experimental, tal como requer a metodologia adotada.

O capítulo cinco descreve os passos seguidos para a obtenção da EPG, como a validação inicial de um modelo em EF, comparando os dados obtidos pelas simulações computacionais e experimentais, a definição das variáveis investigadas e a definição dos π -termos, exigidos pela metodologia de similitude.

No sexto e último capítulo são apresentados os resultados obtidos pela EPG, que foram comparados com os valores experimentais calculados experimentalmente e por distintas simulações computacionais efetuadas.

Ainda no sexto capítulo, são abordados os motivadores e passos seguidos para a criação do aplicativo, que soluciona esta EPG de forma rápida e interativa. É um programa, compatível com o sistema Android, comum na maioria dos dispositivos móveis de comunicação (*smartphones e tablets*), sendo uma importante ferramenta facilitadora para se estimar o valor da força de retenção dos freios.

Por fim, são descritas as conclusões obtidas com o desenvolvimento do trabalho e a proposta de trabalhos futuros passíveis de serem desenvolvidos a partir deste estudo.

2

CAPÍTULO

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A revisão da literatura apresenta estudos sobre freios de estampagem, observando-se as variáveis estudadas que preponderam no modelo aplicado ao problema em estudo, além dos resultados obtidos.

Os principais objetivos deste capítulo são revisar o estado da arte na área e analisar como o assunto tem sido tratado até o presente momento.

O projeto de um freio de estampagem requer um modelo para estimar FR e FP de forma a se considerar quatro tipos de influências: da geometria do freio, da geometria da chapa metálica, das propriedades de materiais e das condições de contorno. Para este objetivo, diversos modelos foram desenvolvidos. A Tabela 1 traz um resumo cronológico dos trabalhos já elaborados.

Tabela 1 – Modelos propostos para a FR e FP, de acordo com Xu *et al.* (1998), *apud* Duarte (2007)

MODELO	HIPÓTESES	APLICAÇÕES	CARACTERÍSTICAS	PRECISÃO
C. WEIDEMANN (1978)	<ul style="list-style-type: none"> - Material: rígido-plástico, isotrópico, efeito Bauschinger - Atrito: Lei de Coulomb - Sem variações de tensão ou deformação ao longo da espessura da chapa - Nenhum efeito de tensão sobre o momento fletor 	<ul style="list-style-type: none"> - Somente calcula a FR - Freios circulares, retangulares e freios de contorno - Uma ou mais fila de freios 	<ul style="list-style-type: none"> - Forma simples e de fácil aplicação - Requer uma estimativa da FP e do ângulo de curvatura da chapa - Raio de flexão da chapa igual ao raio da ferramenta 	<ul style="list-style-type: none"> - Em torno de 40% para alumínio e uma subestimação de 60% para o aço
N. M. WANG (1982)	<ul style="list-style-type: none"> - Material: rigidoplástico, isotrópico, sem efeito Bauschinger, critério de escoamento anisotrópico de Hill - Atrito: lei de Coulomb 	<ul style="list-style-type: none"> - FR e FP rigidoplástico, isotrópico, efeito Bauschinger - Uma ou mais filas de freios - Qualquer geometria de freio 	<ul style="list-style-type: none"> - Procedimento numérico <i>step by step</i> - Modelo baseado em equilíbrio de momentos - Raio da ferramenta igual ao raio de flexão da chapa 	<ul style="list-style-type: none"> - Cerca de 15% para A-k steel e 20% para alumínio
B.S. LEVY (1983)	<ul style="list-style-type: none"> - Mesmas hipóteses de Wang - Atrito: lei de Coulomb 	<ul style="list-style-type: none"> - Somente calcula a FR - Uma fila de freios circulares com penetração completa 	<ul style="list-style-type: none"> - Forma explícita semi-empírica - Parâmetro determinado por dados experimentais - Derivação baseada no princípio dos trabalhos virtuais 	<ul style="list-style-type: none"> - Aproximadamente 10%
J. M. YELLUP (1984)	<ul style="list-style-type: none"> - Mesmas hipóteses de Wang - Chapa está dividida em fibras ao longo da espessura 	<ul style="list-style-type: none"> - FR e FP iso-plástico, isotrópico, efeito Bauschinger - Distribuição de tensão e deformação - Freios circulares, de contorno, retangulares, etc. 	<ul style="list-style-type: none"> - Solução com procedimentos numéricos - Possibilidade de incorporação de diferentes leis de materiais - Uso da forma real da chapa no modelo 	<ul style="list-style-type: none"> - Menos de 10%
T.B. STOUGH TON (1988)	<ul style="list-style-type: none"> - Material para a FR: mesmas de Wang - Material para a FP: elastoplástico 	<ul style="list-style-type: none"> - FR e FP - Uma ou mais filas de freios - Potencial para se usar também em outras geometrias 	<ul style="list-style-type: none"> - Formulação analítica completa de fácil aplicação - Uso de um raio de flexão efetivo - Uso do princípio dos trabalhos virtuais na obtenção da equação 	<ul style="list-style-type: none"> - Subestima a FR em torno de 10% com relação aos dados experimentais de Nine (1978) e em 13% ou menos a FP.
L.R. SANCHEZ e K.J. WEIMANN (1988)	<ul style="list-style-type: none"> - Material para a FR: mesmas de Wang - Inclui efeito Bauschinger 	<ul style="list-style-type: none"> - FR e FP - Distribuição de tensão e deformação - Freios circulares e outros 	<ul style="list-style-type: none"> - Solução iterativa numérica - Divide a chapa em varias fibras ao longo da sua espessura - Determinação da geometria da chapa pelo modelo - Ferramentas e freios considerados circulares 	<ul style="list-style-type: none"> - Em torno de 10% ou menos
S. KLUGE (1992)	<ul style="list-style-type: none"> - Material: similar ao modelo de Weideman, com encruamento a cada flexão 	<ul style="list-style-type: none"> - Somente calcula a FR - Freios semicirculares - Uma ou duas filas de freios 	<ul style="list-style-type: none"> - Formulações analíticas e semi-empíricas completas e de fácil aplicação - Necessidade de estimativa da FP - Raio de flexão da chapa igual ao raio da ferramenta 	<ul style="list-style-type: none"> - Na forma analítica, subestima aços entre 20 e 30%. Melhor precisão para a forma semi-empírica

O modelo proposto por Weidemann (1978), assume que a tensão devida à flexão ao longo da seção transversal da chapa é constante, que o raio da chapa conformada assume o mesmo raio do freio e das ferramentas.

Wang (1982) propôs um modelo que considera um material com anisotropia e que segue a lei de encruamento de Hollomon. O número de freios também pode ser arranjado em mais de uma fila de freios de estampagem. Este modelo pode fazer uma predição da FR com um erro médio em torno de 15% para o aço A-K e 20% para ligas de alumínio.

Levy (1983) se baseou nos estudos de Wang (1982) e, utilizando as mesmas hipóteses para os materiais, apresentou um modelo baseado no conceito de trabalhos virtuais. Utilizando a base de dados de Nine (1978), este modelo pode fazer uma predição da FR com um erro médio de 10%.

Yellup (1984) desenvolveu um modelo semelhante ao desenvolvido por Wang. Como ponto de partida é considerado o equilíbrio de momentos em relação ao centro de flexão. A força e o momento total são calculados integrando-se ao longo de todas as fibras que compõem a espessura da chapa, permitindo a utilização de diferentes modelos de materiais.

Sanchez e Weinmann (1988), desenvolveram um modelo geral baseado nos estudos de Yellup e de Wang, com relação à análise interativa da simulação da deformação mecânica da chapa ao passar por um freio. A chapa é dividida em um determinado número de fibras virtuais ao longo de sua espessura, que difere das camadas do modelo de Yellup.

Stoughton (1988), baseou-se nos resultados obtidos por Levy e elaborou um modelo descrito por uma equação analítica fechada. Isto foi feito integrando-se o “Trabalho de deformação” ao longo da espessura da chapa e através do freio.

Semelhante ao modelo de Weidemann, o modelo de Kluge (1992) calcula o momento fletor a cada flexão, desconsiderando a influência da tensão. A FR é computada pela soma de todas as contribuições das forças de flexão, flexão inversa e do atrito. O efeito do encruamento é levado em conta calculando-se a média das deformações a cada flexão. Consideram-se iguais os ângulos de curvatura do freio e dos ombros da matriz. Negligencia-se ainda a redução da espessura da chapa devida à flexão e à tensão. Todas estas simplificações deste modelo levam a resultados que subestimam a FR em torno de 20 a 30%, quando comparados a dados experimentais.

Outros trabalhos foram publicados mais recentemente em que são realizados estudos empíricos e numéricos dos freios de estampagem.

Keeler (2000) da Keller Technologies, em publicação na revista *Metalforming*, referência no setor industrial metalúrgico, aponta que, à medida que o material deforma em torno do freio quando é penetrado para dentro da cavidade, a força

de retenção é estabelecida com maior intensidade. A Figura 2 demonstra que, conforme o freio aumenta a penetração na cavidade, o raio da chapa diminui, assumindo o raio do próprio freio e causando um aumento significativo na força de retenção. Isto mostra que a espessura da chapa também é um fator muito sensível nesta força, tendo em vista que esta variável afeta a conformação da chapa em torno do freio.

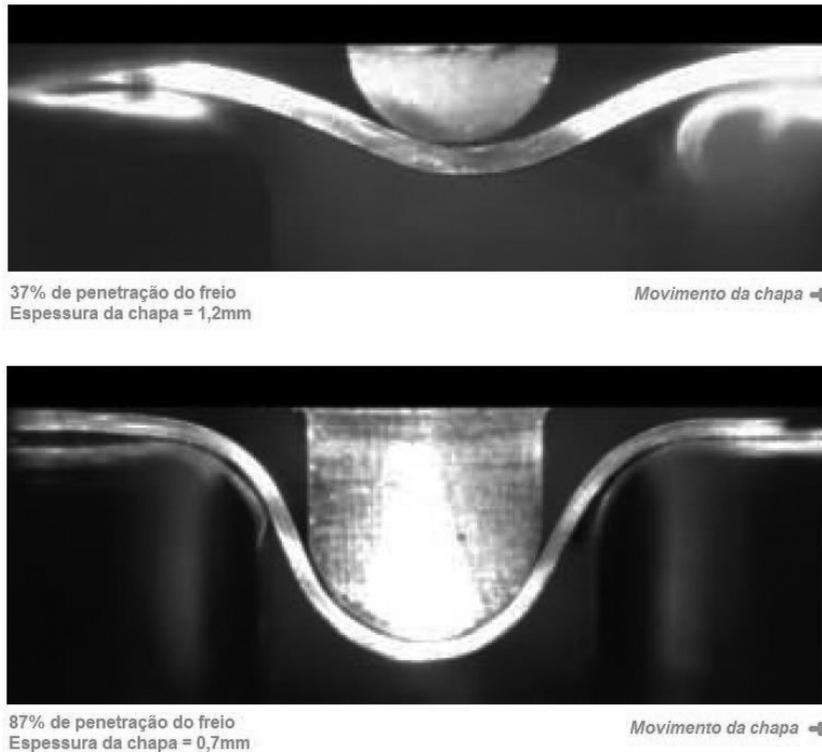


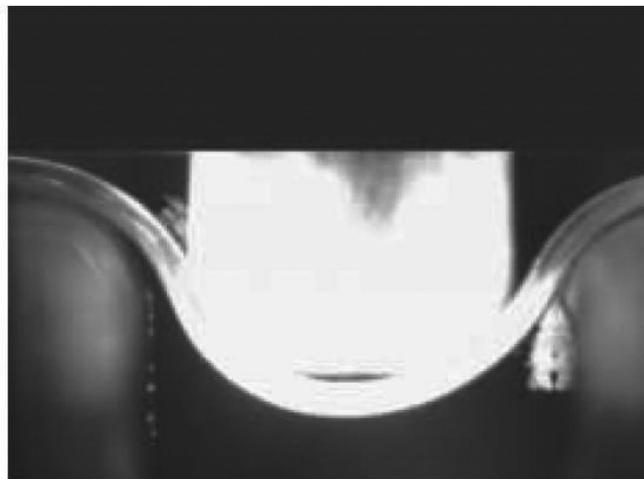
Figura 2 – Imagem da deformação da chapa em função da penetração do freio, (KEELER, 2000)

A situação é muito mais complexa para freios retangulares que, por terem ângulos agudos, são projetados para proporcionar uma FR maior, restringem o movimento horizontal da chapa. Conforme mostra a Figura 3 a chapa ignora o formato do freio e assume um perfil circular. Para alcançar os benefícios de um freio circular, a cavidade deveria ser projetada, para apertar a chapa contra o freio.



33% de penetração do freio
Espessura da chapa = 1,2mm

Movimento da chapa →



76% de penetração do freio
Espessura da chapa = 1,2mm

Movimento da chapa →

Figura 3 – Chapa se movendo em um freio retangular, (KEELER, 2000)

Além dos procedimentos de validação do modelo em elementos finitos, dois tipos diferentes de testes foram feitos com a EPG, utilizando simulações numéricas diferentes daquelas utilizadas na obtenção das equações componentes e estudos anteriormente publicados por Nine (1978) e Stoughton (1988), conforme mostra a Figura 5.

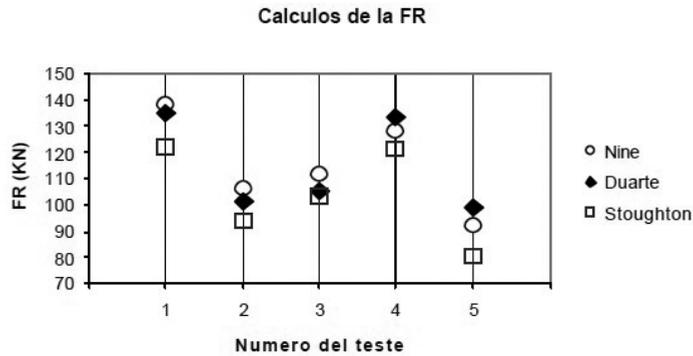


Figura 5 – Testes com os resultados experimentais de Nine (1978) e com os analíticos de Stoughton (1988), disponíveis em Guo *et al.* (2000)

Os cálculos feitos com a EPG são similares aos resultados analíticos de Stoughton (1988) e experimentais de Nine (1978). A média dos valores absolutos das diferenças percentuais foi igual a 6% e o valor máximo para cada diferença dos resultados da EPG em relação aos dados experimentais é igual a 11%.

3

CAPÍTULO

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo apresenta embasamento teórico para justificar as aplicações feitas neste trabalho, abordando os conceitos utilizados para o estudo proposto. São apresentados os conceitos de:

- Estampagem em chapas metálicas;
- Similitude em engenharia;
- O método dos elementos finitos;
- Características de materiais;
- O *Software* Stampack.

3.1 ESTAMPAGEM DE CHAPAS METÁLICAS

Rodrigues e Martins (2005) definem a estampagem como um processo de transformação, sem produção de cavaco, de uma chapa, no qual a chapa metálica é forçada a escoar controladamente pela atuação de um punção para o interior de uma matriz. Tem-se como resultado uma peça definida pela geometria formada entre a matriz e o punção.

Para se evitarem falhas, devem-se considerar os fatores mecânicos e metalúrgicos que controlam a estampagem. Dentre os fatores mecânicos estão as características associadas às ferramentas e ao tipo de conformação (tipo de prensa).

Dentre os fatores metalúrgicos, têm-se a composição química e a estrutura da chapa. Fatores estes que dependem dos processos de fabricação e de laminação associados aos tratamentos térmicos que afetam as propriedades mecânicas da chapa e que são de importância fundamental em sua conformabilidade.

A característica fundamental que as chapas devem apresentar para o processo de estampagem é a boa conformação. Esta é um elemento importante que materiais dúcteis apresentam. Na metalurgia, os materiais dúcteis são aqueles que sob ação de uma força podem se esticar sem se romperem. Quanto mais dúctil o material, maior é a redução de área da seção transversal do corpo ou alongamento antes da ruptura. A ductilidade pode ser medida a partir da deformação ou da estrição. Este comportamento prediz sobre a ocorrência de tensões elevadas em certos pontos de um material. A Figura 6 mostra a estrição em uma peça tracionada.

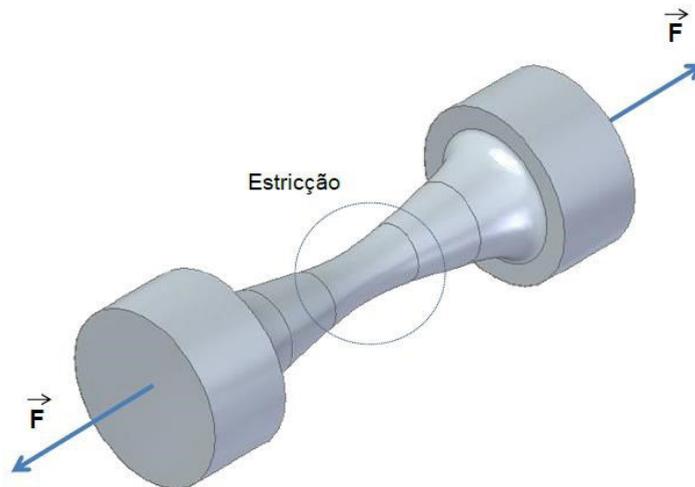


Figura 6 – Peça tracionada com detalhe da estrição do material

A máquina responsável pela estampagem de chapas metálicas na indústria é a prensa. A prensa é um dispositivo que faz a transferência de forças e movimentos para uma ferramenta com a finalidade de moldar um material por meio da força mecânica, conformando um determinado material sólido para formar uma peça. Suas características podem ser divididas em três grupos de prensas:

- Prensas Mecânicas: Para prensas de pequena e média potência, a energia é geralmente armazenada num volante e transferida para o cursor móvel no êmbolo da prensa. As prensas mecânicas são quase sempre de ação rápida e aplicam golpes de curta duração;
- Prensas hidráulicas: são de ação mais lenta, mas podem aplicar golpes mais longos. As prensas podem ser de efeito simples ou duplo. A vantagem destas prensas está na facilidade existente para se regular a pressão do óleo, o que permite utilizar somente a força necessária e que esta seja controlada, tendo em vista que o movimento de descida e subida do martelo é executado pela ação de um ou mais cilindros hidráulicos;
- Prensas Pneumáticas: Possuem características similares às prensas hidráulicas, porém são movimentadas com o fluxo de ar comprimido, e são utilizadas em atividades onde não se exige uma carga tão elevada e a velocidade é crucial para a operação.

Fisicamente, todas as prensas citadas são bastante similares. A estrutura pode ser confeccionada em ferro fundido, aço fundido ou em chapa de aço soldada, conforme mostra a Figura 7.



Figura 7 – (A) Prensa Hidráulica com carga nominal máxima de 5000kN; (B) Prensa mecânica com carga nominal máxima de 35000kN [Schuler, Inc.]

Segundo Schuler (1998), existem dois tipos de sistemas de prensagem diferentes na indústria. O sistema de dupla ação e o de ação simples.

No sistema de ação simples, somente o punção se movimenta junto com o prensa- chapas e ambos se movimentam juntos contra a matriz. Estes são os mais comuns no mercado, têm cilindros de retorno por mola, sendo, portanto, mais lentos. A Figura 8 demonstra esse tipo de equipamento.

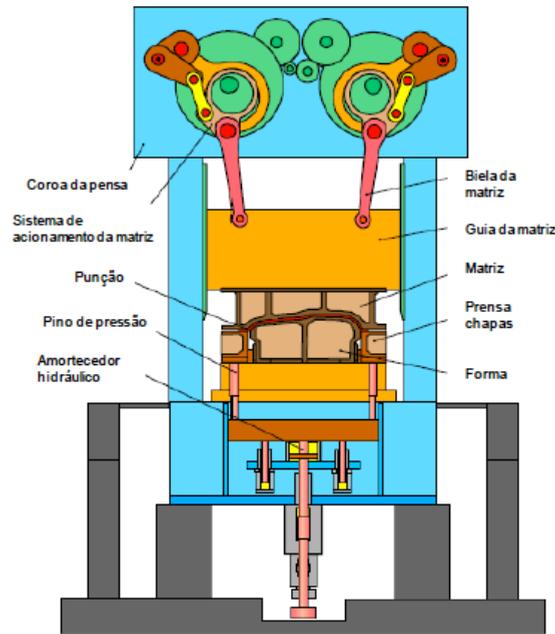


Figura 8 – Prensa mecânica de ação simples [Schuler, Inc.]

No sistema de dupla ação, são identificados dois movimentos: do punção e do prensa- chapas. As prensas com sistema de dupla ação são usadas em aplicação de força em ambos os sentidos dos cursos dos cilindros - no avanço e no retorno. A Figura 9 apresenta esse tipo de equipamento.

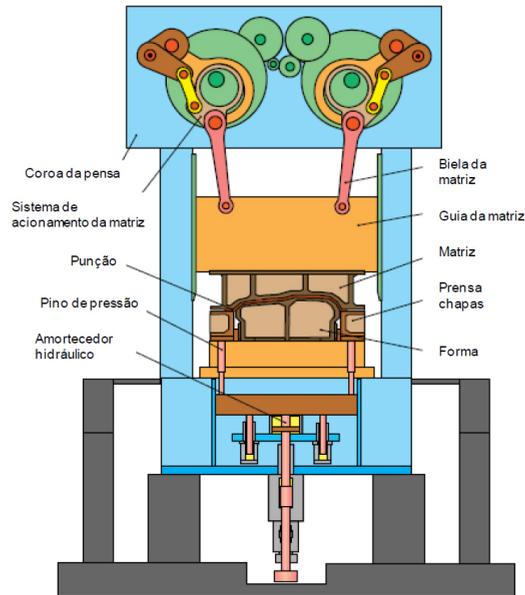


Figura 9 – Prensa mecânica de dupla ação [Schuler, Inc.]

Um novo tipo de prensa vem sendo desenvolvida e comercializada: são as chamadas “Servo Prensa” ou Prensa Eletrônica. Elas podem ser de simples ação ou dupla ação e possuem uma característica importante, pois, podem ser programada com as características de uma Prensa Mecânica ou Prensa Hidráulica. É provável que em um futuro breve este tipo de prensa substitua grande parte das prensas mecânicas e hidráulicas atuais.

3.2 FREIOS DE ESTAMPAGEM

No processo comum de estampagem, sem a utilização de freios, o fluxo de material é influenciado pelo tamanho e espessura da chapa, geometria da peça estampada e força de atrito entre a chapa e o prensa-chapas. Problemas relacionados à qualidade superficial da peça estampada são difíceis de corrigir, pois, neste processo comum de estampagem, qualquer mudança em algum destes parâmetros influenciaram o sistema por completo (MUJIC, 2011).

Segundo Banabic (2009), os Freios de Estampagem são utilizados para controlar o fluxo de material para dentro da cavidade na estampagem, diminuindo a possibilidade de rugas na peça, conforme mostra a Figura 10.

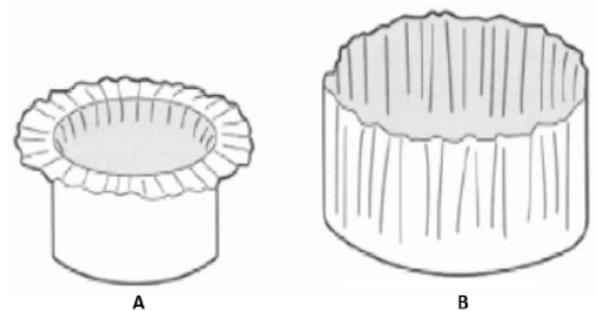


Figura 10 – (A) Rugas no flange (B) Rugas laterais, (REDDY, 2012)

A Figura 11 representa uma foto real deste tipo de freio, onde é observada a configuração do freio semicircular junto da matriz de estampagem.

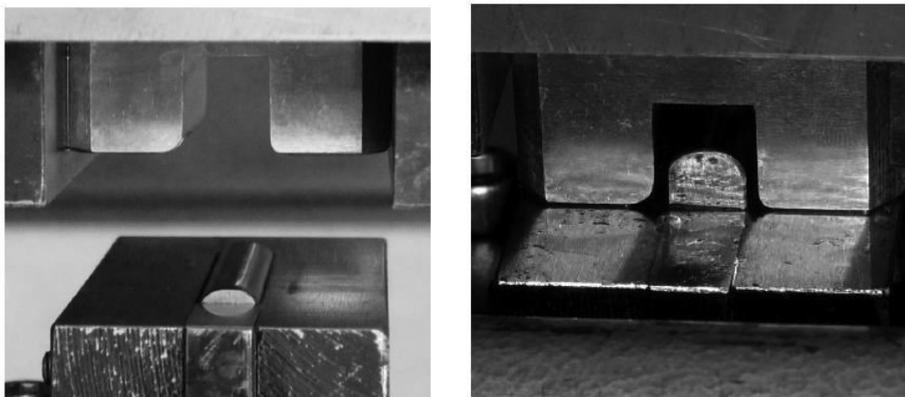


Figura 11 – (A) Freio de estampagem e a matriz antes do contato. (B) Freio de estampagem e a matriz em contato, (ALEKSANDROVIC, 2011)

A direção da força de retenção do freio é normal ao seu eixo longitudinal, sendo gerada pelo atrito e pelas deformações de flexão e flexão inversa durante o fluxo de material ao longo do freio. A magnitude desta força de retenção varia em função da geometria do freio, da força do prensa-chapas, do coeficiente de atrito, da posição do freio em relação ao centro da cavidade e também das propriedades mecânicas do material conformado.

A Figura 12 ilustra o desenvolvimento da deformação em um freio de seção circular. A chapa sofre flexão a partir do ponto A, assumindo o raio do ombro da matriz. O deslizamento que se desenvolve em seguida, entre os pontos A e B, é responsável pela origem da força de atrito causada pela força de contato entre a chapa, o freio e a vizinhança. A partir do ponto B, a chapa se endireita e deixa de curvar-se com o raio do ombro da matriz, sofrendo a flexão inversa.

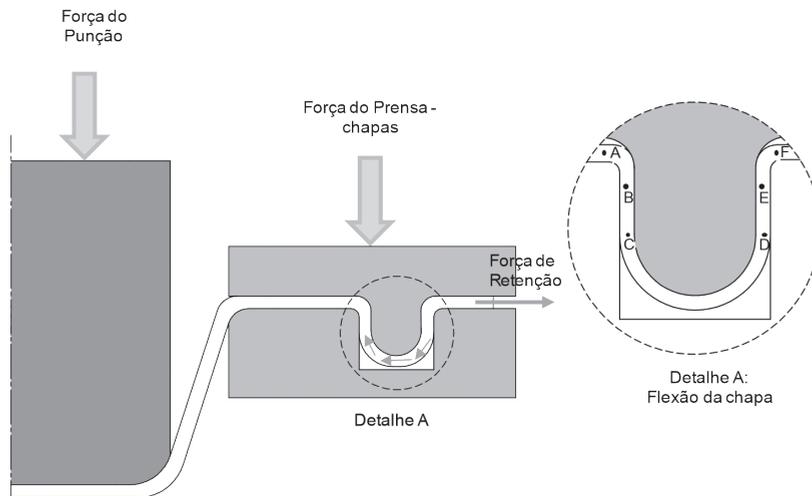
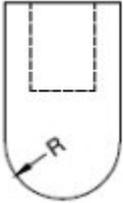
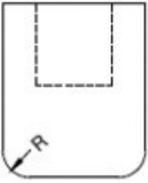
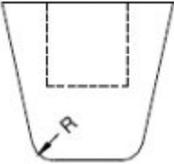
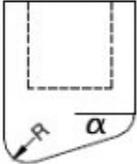


Figura 12 – Diagrama de flexão e flexão inversa em um freio de estampagem

Esta sequência de flexão, deslizamento e flexão inversa contribui para uma parcela da FR referente ao primeiro ombro de entrada da matriz. Do mesmo modo, este processo se passa nos trechos CD e EF. O valor total da FR é composto pelas contribuições devidas ao trabalho realizado nas três sequencias de flexão, flexão inversa e deslizamento somado à força de atrito entre o freio de estampagem e a chapa estampada.

A Tabela 2 traz as geometrias e características convencionais dos freios de estampagem, as quais podem ser semicircular, retangular, triangular, trapezoidal ou assimétrica.

Tabela 2 – Geometrias das seções de freios mais usuais. a) Semicircular; b) Retangular; c) Triangular d) Trapezoidal; e) Assimétrica – XU *et al.*, 1998 *apud* DUARTE, 2007 (adaptado)

TIPO DO FREIO	CARACTERÍSTICAS															
 <p>Semicircular</p>	<p>São os freios mais comumente apresentados na literatura. A FR possui duas componente uma por conta flexão e flexão inversa da chapa sobre o freio, conforme mostra o diagrama abaixo e outra resultante do trabalho para se superar a força de atrito.</p> <p>Deformação na superfície da chapa</p> <table border="1" data-bbox="756 521 1155 666"> <tr> <td></td> <td>Flexão</td> <td>Flexão Inversa</td> <td>Flexão Inversa</td> <td>Flexão Inversa</td> </tr> <tr> <td>+</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>-</td> <td>Flexão</td> <td></td> <td></td> <td>Flexão Inversa</td> </tr> </table>		Flexão	Flexão Inversa	Flexão Inversa	Flexão Inversa	+					-	Flexão			Flexão Inversa
	Flexão	Flexão Inversa	Flexão Inversa	Flexão Inversa												
+																
-	Flexão			Flexão Inversa												
 <p>Retangular</p>	<p>Os freios retangulares são mais adequados àquelas situações em que o atrito varia, enquanto a FR se mantém constante.</p>															
 <p>Triangular</p>	<p>A base mais larga deste freio, permite uma melhor resistência aos esforços cisalhantes oriundos da força que puxa a chapa através do freio. O raio R do freio triangular pode ser tão pequeno quanto maior se queira a FR. Contudo, um raio muito pequeno pode aumentar a possibilidade de danos, tanto na chapa, quanto nas ferramentas.</p>															
 <p>Trapezoidal</p>	<p>O freio de seção trapezoidal pode também ser considerado como uma modificação do freio retangular ou triangular. Quando comparado com o freio triangular o desgaste da superfície inferior do freio é bastante reduzida, em decorrência da baixa pressão da chapa ao deslizar sobre o freio nesta região.</p>															
 <p>Assimétrico</p>	<p>Um freio assimétrico é uma combinação de um retangular, o que possibilita um amplo espectro de valores para a FR.</p>															

A geometria do freio pode ser um modo de adicionar mais flexões em um único freio ao invés da adição um único freio na mesma matriz, possibilitando que ranhuras nas peças sejam minimizadas.

3.3 CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS

3.3.1 DEFORMAÇÃO

A deformação é a variação das dimensões de um corpo devido à aplicação de forças externas à estrutura, de modo temporário ou permanente. A deformação depende basicamente da força aplicada e das propriedades físicas do corpo. No processo de prensagem a deformação ocorre, quando a chapa metálica é conformada pelo punção e se molda na matriz.

As deformações por tensão mecânica podem ser classificadas de duas formas: *Deformação Elástica* e *Deformação Plástica* e a *Deformação por Ruptura*. Nesta última o corpo se rompe em duas ou mais partes. A ruptura acontece quando o corpo de teste recebe uma tensão inicialmente maior do que aquela que produz a deformação plástica, caracterizando um processo destrutivo.

3.3.2 DEFORMAÇÃO ELÁSTICA

Na deformação elástica, o corpo retorna ao seu estado original (processo reversível) após cessar o efeito da tensão. Isso acontece quando o corpo é submetido a uma força que não supere a sua tensão de elasticidade.

As tensões são calculadas a partir dos estados de força de tração, compressão, cisalhamento e torção. Estas forças podem atuar paralelamente (tensões cisalhantes) ou perpendicularmente (tensões normais) às faces planares do corpo. CALLISTER (2000)

Um corpo está sob tensão se nele agem forças externas. Tensão é a resistência interna de um corpo à deformação sob a influência de forças. MEYERS e CHAWLA (1999)

A tensão (σ) é a relação dada pela força instantânea (F) aplicada em direção perpendicular à seção reta e a área (A) da seção reta original antes de qualquer carga, segundo a Equação 2.

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (2)$$

Dependendo do material, da forma do corpo e da intensidade da carga aplicada, é possível obter uma maior ou menor percepção desta deformação.

Esta deformação pode ser matematicamente definida, conforme a Equação 3:

$$\varepsilon = \frac{(l_i - l_0)}{l_0} = \frac{\Delta l}{l_0} \quad (3)$$

Em que, l_0 é o comprimento original antes de qualquer força aplicada, l_i é o comprimento inicial quando se inicia a medida para comparação e $(l_i - l_0) = \Delta l$, representa a variação no comprimento a um dado instante inicial.

Este tipo de deformação pode ser observado quando, sobre um sólido deformável, atuam forças externas. Ao se deformar, o trabalho destas forças se armazena no corpo como energia potencial elástica, acarretando um aumento da energia interna. O sólido se comportará elasticamente se este incremento de energia puder ser realizado de forma reversível, neste caso dizemos que o sólido é elástico. As ligações químicas dos átomos do material não sofreram nenhuma reestruturação (cessando a causa cessa o efeito).

Este tipo de comportamento é apresentado até o limite elástico do material. Esse limite é o valor máximo de força que pode ser aplicada sobre um corpo para que a deformação seja elástica, uma vez superado o limite elástico o corpo entra no estado de deformação plástica.

3.3.3 DEFORMAÇÃO PLÁSTICA

A deformação é considerada plástica se as cargas atuantes forem retiradas do corpo e ele não voltar ao seu estado original. Neste caso, a deformação é irreversível, ou seja, as ligações químicas dos átomos do material se moveram sofrendo algum tipo de recombinação com outros átomos da vizinhança, assim os planos cristalinos se deslocaram uns em relação aos outros, ficando fora da posição de equilíbrio (cessando a causa, o efeito permanece). No processo de estampagem, esta característica do material é explorada tendo em vista que o interesse é o de se conformar uma chapa de metal sobre uma matriz, para produzir um produto definido, morfologicamente.

A capacidade que alguns materiais têm de serem deformados plasticamente sem sofrer fratura é uma propriedade muito explorada dos materiais em engenharia, pois eles podem sofrer diversas deformações sem se romperem.

3.3.4 MÓDULO DE ELASTICIDADE

O módulo de elasticidade de Young (E) consiste na relação entre a tensão aplicada e a deformação elástica que ela produz. Em outras palavras, é a tensão necessária para produzir uma quantidade unitária de deformação elástica. O módulo de Young está vinculado à rigidez do material. O módulo de elasticidade é expresso em termos de tensão de tração ou de tensão de compressão e suas unidades são as mesmas para esses dois tipos de tensão. Assim representado pela conhecida lei de Hooke uniaxial, dada pela Equação 4:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad (4)$$

Em virtude do elevado valor numérico de E , ele normalmente é expresso em MPa ou GPa.

Por meio do diagrama Tensão x Deformação, é possível observar, em um ensaio de tração quais os pontos de deformação elástica, plástica e de ruptura. E para materiais que seguem a lei de Hooke (regime elástico linear). Esta é a lei da física aplicada à elasticidade de corpos, que serve para calcular a deformação causada pela força exercida sobre um corpo e é expressa pela Equação 5:

$$F = k\Delta x \quad (5)$$

Onde cada parâmetro é determinado no SI como:

- F é a força aplicada no corpo [N];
- k é a constante de proporcionalidade do material [N/m];
- Δx é a variação de comprimento do corpo [m].

O módulo de Young pode ser obtido pelo coeficiente angular do gráfico Tensão x Deformação. A Figura 13 apresenta estes pontos e o α que é coeficiente com o qual é possível determinar o módulo de elasticidade de um material.

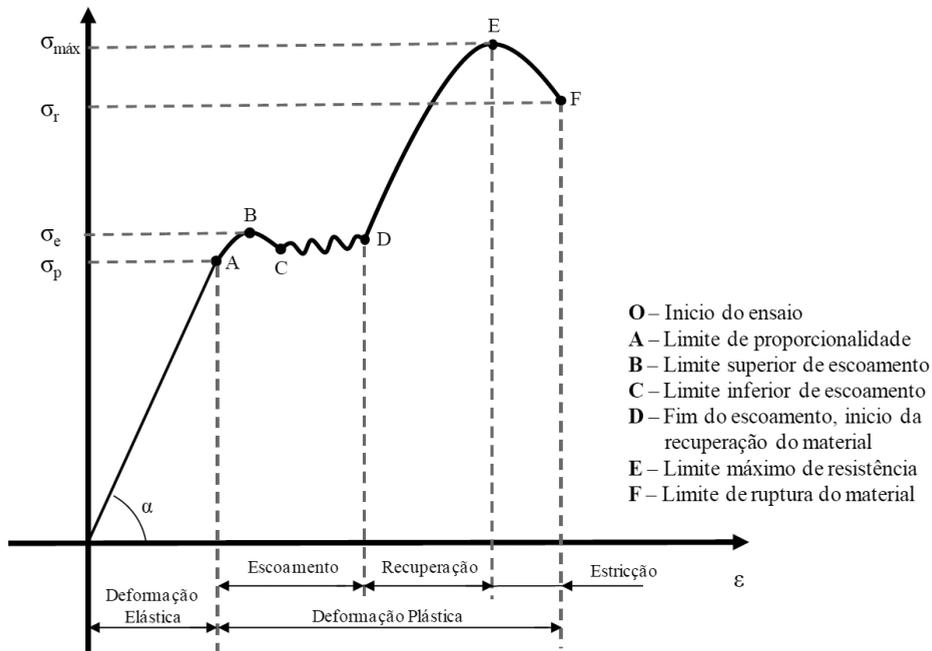


Figura 13 – Gráfico Tensão x Deformação, (MELCONIAN, 2008)

No intervalo entre 0 e A, está a reta de Hooke, onde é válida a constante de proporcionalidade e a deformação elástica.

Na conformação de chapas, à medida que o punção avança sobre a chapa conformando-a junto à matriz, os níveis de tensão de deformação avançam ponto a ponto. No ponto A o corpo sai da deformação elástica e em B ele passa a iniciar a transição para a deformação plástica, podendo atingir a ruptura em F.

3.3.5 LIMITE CONVENCIONAL DE ELASTICIDADE

Em geral, um material submetido a tensões inferiores a seu limite de elasticidade sofre deformações seguindo a lei de Hooke.

A máxima tensão para a qual existe um verdadeiro comportamento elástico chama-se tensão limite de elasticidade (σ_e).

Para a maioria dos materiais metálicos, além do limite elástico, os aumentos de extensão do corpo não são acompanhados por correspondentes aumentos de tensão.

Define-se tensão limite convencional de elasticidade (σ_e) como sendo a tensão que corresponde uma extensão residual de n% quando se retira a força, conforme apresentado no diagrama tensão-deformação da Figura 14.

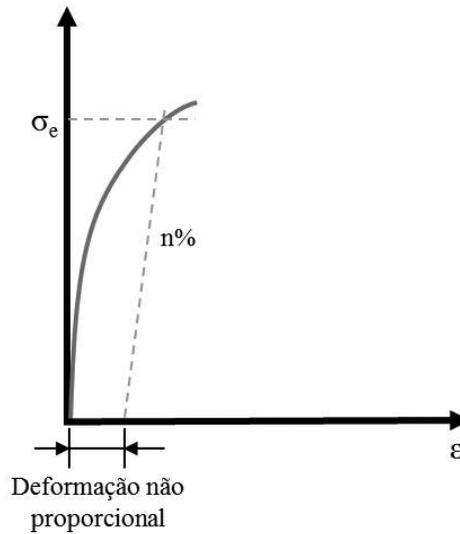


Figura 14 – Diagrama tensão deformação, para determinação da tensão limite convencional de elasticidade (σ_e)

A tensão limite convencional de elasticidade é definida pela ordenada do ponto de intersecção da curva Tensão x Deformação com a reta paralela ao traço retilíneo da referida curva, partindo do ponto $n\% = 0$. Devido à dificuldade para localizá-lo com exatidão, em engenharia se adota um critério convencional e se considera como limite elástico a tensão que o material tem uma deformação plástica de 0,2% (ou também $\varepsilon = 0.002$).

3.3.6 LEI DE ENCRUAMENTO ISOTRÓPICO

Sabe-se que a dureza dos metais varia conforme a deformação. Na medida em que o corpo metálico sofre alongamento, sua resistência à tração aumenta devido ao encruamento. O encruamento de um metal pode ser definido como sendo o seu endurecimento por deformação plástica. Isto leva a uma redução na mobilidade do material, que é acompanhada pela necessidade de uma tensão maior para provocar maior deformação plástica.

Por meio da realização de ensaios de tração combinados com a medição da dureza em amostras tracionadas, as grandezas são relacionadas em equações que descrevem o comportamento da superfície de escoamento do material.

Três tipos de leis de encruamento são normalmente utilizadas em testes de plasticidade mecânica: Voce, Ludwik-Nadai e Hollomon.

Voce (1955) formulou um modelo que descreve o encruamento em ligas de alumínio (Boogaard, 2005). A Equação 6 apresenta o modelo de Voce.

$$\sigma^y = \sigma^e - (\sigma^e - K)e^{-n\varepsilon_{ps}} \quad (6)$$

Onde: σ^y é a tensão de escoamento, σ^e é a tensão de escoamento inicial do material, K é o módulo de encruamento e n , o expoente de encruamento. Estes são parâmetros do material, obtidos experimentalmente, que dependem da temperatura, pois esta influência diretamente em suas características mecânicas.

Ludwik-Nadai apresentam a seguinte relação, conforme Equação 7.

$$\sigma^y = K(\varepsilon_{ps0} - \varepsilon_{ps})^n \quad (7)$$

Na lei de Ludwik-Nadai o aumento de tensão é expresso pelo aumento do expoente de encruamento. O termo $(\varepsilon_{ps0} - \varepsilon_{ps})$ representa a variação de deformação do material.

O expoente de encruamento (n) é normalmente definido em função da Equação de Hollomon.

$$\sigma^y = K(\varepsilon_{ps})^n \quad (8)$$

O módulo de encruamento (K) e o expoente de encruamento (n) podem ser determinados pela disposição dos pontos da Equação 8 em um gráfico log-log, conforme mostra a Figura 15. Ambas são características que dependem do tipo de material, forma de laminação da chapa e temperatura, pois estes parâmetros influenciam diretamente em suas características mecânicas.

Como condição para o cálculo, admite-se um deslocamento real unitário ($\varepsilon = 1$). Extrapolando o gráfico, tem-se $\sigma_r = k$ (Tensão real = Constante de resistência), e a inclinação da reta no sistema log-log representa o valor do coeficiente de encruamento. Conforme demonstra a Figura 15.

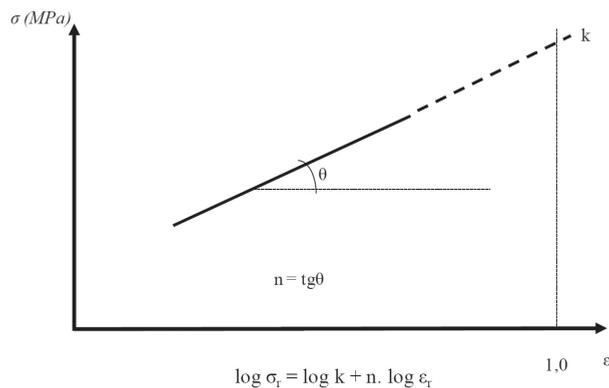


Figura 15 – Determinação de K e n

O gráfico da Figura 16 demonstra um exemplo das curvas para a lei de encruamento de Nadai e Voce, ambas plotadas em um gráfico de Tensão x Deformação.

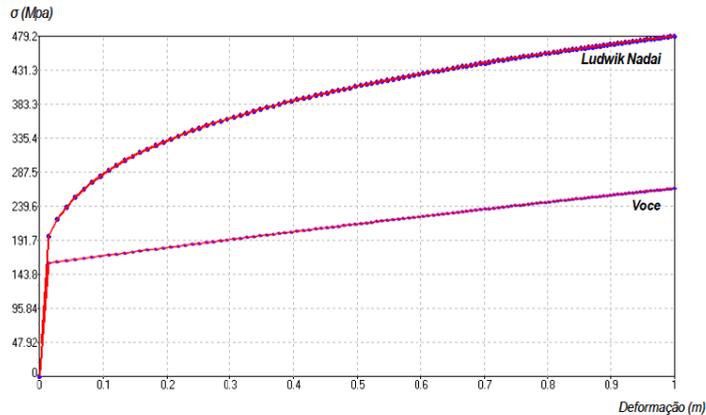


Figura 16 – Curvas das leis de encruamento de Ludwik- Nadai e Voce em um gráfico de Tensão x Deformação para uma aço - FePO3_A, (STAMPACK®)

Nota-se que, para as duas leis o material apresentou comportamento similar dentro da região plástica, no entanto, após o limite de proporcionalidade as leis fornecem curvas distintas.

3.3.7 ANISOTROPIA

Um material isotrópico é aquele que apresenta as mesmas propriedades ao longo de qualquer direção escolhida. No entanto, devido aos processos de fabricação, os materiais tendem a apresentar propriedades que são dependentes da direção escolhida sendo assim denominados anisotrópicos.

O processo de fabricação de uma chapa faz com que ela tenha propriedades mecânicas dependentes da direção de laminação. Como efeito indesejável destaca-se a formação de orelhas e como aspecto positivo tem-se o aumento da resistência na direção normal da chapa, que reduz o afinamento da espessura (MAEDA, 2009).

Para chapas submetidas à estampagem ocorre o alongamento de grãos na direção de maior deformação de tração, surgindo uma direção preferencial de orientação cristalina, que caracteriza a anisotropia. Do ponto de vista microestrutural, esta não uniformidade está relacionada ao comportamento das discordâncias dos planos cristalinos.

A anisotropia de chapas tem implicações em diversos fenômenos e requisitos na fabricação de componentes conformados, como no uso de ferramentais auxiliares para o controle do fluxo plástico como quebra-rugas (freios de estampagem) e prensa-chapas, a fim de se evitar a formação de trincas e defeitos de afinamento nas peças conformadas (MALAVOLTA, 2008).

A obtenção dos coeficientes de anisotropia normal e planar é realizada por meio do ensaio de tração, segundo a norma ASTM E517-00 (*Standard Test Method for Plastic Strain Ratio for Sheet Metal*).

Para determinar o índice de anisotropia de uma determinada chapa, deve-se realizar um ensaio de tração em amostras retiradas na direção de laminação 0°, 45° e 90° em relação a essa direção, conforme ilustra a Figura 17.

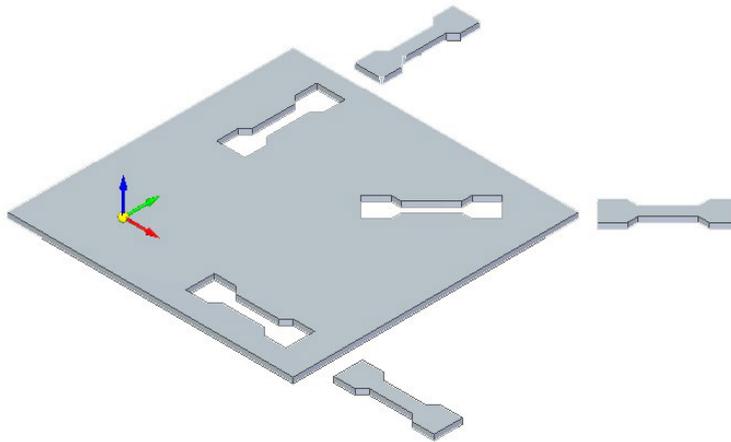


Figura 17 – Corpos de prova para realização de testes para determinar a anisotropia do material

Por definição, o coeficiente de anisotropia ou coeficiente de Lankford (r) é a razão entre a deformação verdadeira na largura (ε_w) e na espessura (ε_t) de um corpo de prova em um ensaio de tração, após determinada deformação longitudinal pré-definida.

Um modo de avaliar o grau de anisotropia das chapas quando deformadas plasticamente é utilizando o coeficiente de anisotropia dado pela razão entre a deformação na largura (ε_w) e a deformação na espessura (ε_t), representada pela Equação 9.

$$r = \frac{\varepsilon_w}{\varepsilon_t} = \frac{\ln\left(\frac{w}{w_0}\right)}{\ln\left(\frac{t}{t_0}\right)} \quad (9)$$

Onde: w_0 e w são as larguras inicial e final respectivamente e t e t_0 , são os comprimentos inicial e final.

Um material ideal para a estampagem seria aquele que apresentasse um valor de r igual ao infinito. Ou seja, a deformação ocorreria só na largura e no comprimento. Ligas de titânio comercial apresentam valores de r que variam de 3 a 7. Já os materiais isotrópicos apresentam r igual a 1. (CADDELL & HOSFORD,1993).

A anisotropia pode ser planar Δr ou transversal (normal) \bar{r} . A anisotropia planar mede a variação de r entre as direções longitudinal e transversal da laminação ao passo que a anisotropia transversal mede a habilidade da chapa metálica, resistir a diminuição na sua espessura ao ser tracionada. É a anisotropia plástica através da espessura. Os valores de Δr e \bar{r} podem ser calculados pelas Equações 10 e 11 respectivamente.

$$\bar{r} = \frac{R_0 + 2R_{45} + R_{90}}{4} \quad (10)$$

$$\Delta r = \frac{R_0 - 2R_{45} + R_{90}}{2} \quad (11)$$

Um coeficiente $\bar{r} = 1$, indica que existe igualdade entre a resistência a deformação na largura e na espessura. Quando $\bar{r} > 1$, significa que a chapa oferece maior resistência à deformação plástica na espessura. Para aços utilizados em conformações profundas, são preferidos os aços com um elevado valor para \bar{r} (alta preferência em deformar-se no plano da chapa e pouco na espessura) e um Δr próximo de zero (mínimo de variação planar).

3.3.8 CRITÉRIO DE PLASTICIDADE

Quando o estado de tensões for unidimensional, o simples critério de controlar o valor da tensão para que não ultrapasse a tensão de escoamento ou de ruptura do material é imediato. No entanto, um estado complexo de tensões exige teorias próprias para cada tipo de material.

Para outros estados de tensão, critérios de escoamento serão estabelecidos matematicamente. Dentre os modelos matemáticos que buscam representar o comportamento anisotrópico dos materiais destaca-se o critério de escoamento proposto por HILL (1948), utilizado nas simulações efetuadas neste trabalho.

O critério de Hill'48 é um dos mais conhecidos e aplicados na representação da anisotropia do material. Ele estendeu o campo de validade do critério isotrópico de Von Mises para materiais que apresentam tensões de escoamento diferentes de acordo com a direção considerada.

Uma das aplicações do critério de Hill envolve componentes em chapa e, portanto, peças em que uma das dimensões (no caso da chapa esta dimensão é a espessura) é muito inferior, quando comparada as outras duas. Neste tipo de componente é usual assumir que uma das tensões normais (a normal ao plano tangente à superfície média da chapa) é desprezível, simplificando a tensão equivalente correspondente ao critério de Hill dada pela Equação 12, (NATAL e DINIS, 2005).

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{F}{G+H} \sigma_2^2 + \frac{G}{G+H} \sigma_1^2 + \frac{H}{G+H} (\sigma_1 - \sigma_2)^2} \quad (12)$$

Onde: σ_1 , σ_2 e σ_3 (neste caso adotou-se σ_3 , igual a 0 e por isto não está presente na equação) são as tensões principais para um determinado estado de tensão e $\bar{\sigma}$ é a tensão efetiva. As variáveis F, G, e H são constantes do material que caracterizam a anisotropia, obtidas experimentalmente por meio de ensaios de tração.

Esta lei de escoamento é baseado nas seguintes suposições, Khan *et al* (1995):

– **O material é ortotrópico:** Um material é ortotrópico se suas propriedades mecânicas e térmicas são únicas e independentes nas três direções mutuamente perpendiculares, isto é, existe simetria de propriedades em relação aos três planos perpendiculares aos chamados eixos de ortotropia. A madeira, alguns tipos de cristais e materiais laminados são exemplos de materiais ortotrópicos.

– **Tensões hidrostáticas não afetam o escoamento:** Este critério é baseado nas diferenças entre as tensões principais, de modo que as tensões hidrostáticas se cancelem, não influenciando o início do escoamento. O nome tensão hidrostática é usado para enfatizar a natureza de um estado de tensão similar ao de um cubo sólido submerso por um líquido, conforme demonstra Figura 18.

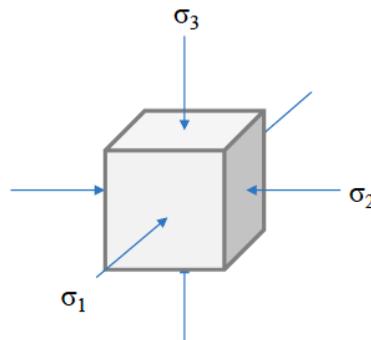


Figura 18 – Representação das tensões hidrostáticas em um corpo

A tensão hidrostática assume como condição que as tensões de compressão ou tensões de tração são iguais em todas as direções e que não há tensões de cisalhamento em qualquer plano.

A tensão hidrostática (σ_h) é uma grandeza escalar que representa a média das componentes normais dos vetores de tensão de um corpo, conforme Equação 13.

$$\sigma_h = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (13)$$

O estado de tensão hidrostática é definido matricialmente por:

$$[\sigma_h] = \begin{bmatrix} \sigma_h & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_h & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_h \end{bmatrix} \quad (14)$$

– **Não há efeito Bauschinger:** É o fenômeno que caracteriza a mudança de direção do limite de elasticidade de um material, normalmente metais e suas ligas, após uma deformação plástica. Ao deformar um metal em uma direção até que seja ultrapassado o limite de elasticidade e posteriormente deformando-o na direção contrária, seu limite de proporcionalidade nesta última direção é menor devido ao encruamento do material, conforme mostra a Figura 19.

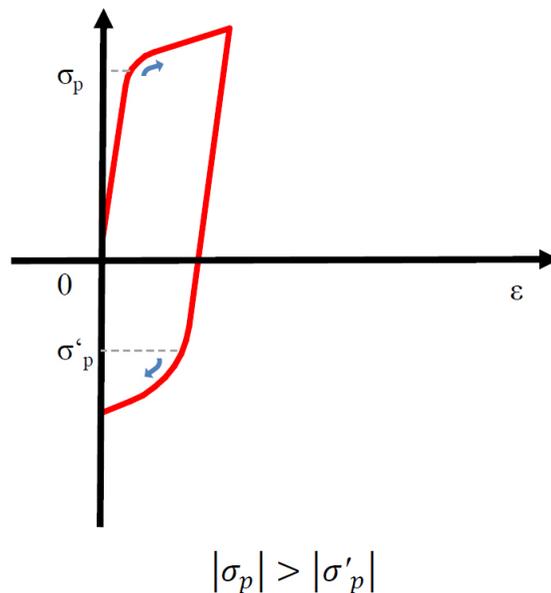


Figura 19 – Representação gráfica do efeito Bauschinger

Outros critérios como: Hill'79 e Hill'90 (ambos desenvolvidos por Hill), Logan e Hosford, Barlat e Lian entre outros. Cada um deles foi desenvolvido considerando suas aplicações em sistemas de tensões e cristalografias metálicas distintas.

3.4 SIMILITUDE EM ENGENHARIA

A metodologia desenvolvida nesta investigação utilizou uma abordagem que associa similitude em engenharia com bases de dados obtidos via simulações em elementos finitos.

3.4.1 DESCRIÇÃO DA METODOLOGIA

Segundo Duarte (2007) os principais objetivos da teoria da similitude são estabelecer as relações necessárias para permitir previsões confiáveis do comportamento de um modelo físico e a definir o tipo de relação existente entre os parâmetros envolvidos em qualquer fenômeno real.

Esta teoria é desenvolvida por meio da análise dimensional, que está baseada nos métodos de medições e de observações de um problema físico qualquer. Esta teoria inclui a consideração das condições sob as quais dois sistemas físicos separados se comportariam de modo similar.

Segundo Murphy (1950), a análise dimensional é uma importante ferramenta analítica utilizada para estudar fenômenos físicos. Dois axiomas inerentes ao método são apresentados para a avaliação das grandezas envolvidas.

Axioma 1. Absoluta igualdade numérica das quantidades pode existir apenas quando as quantidades são semelhantes qualitativamente.

Isso significa que a relação entre duas variáveis pode ser dada apenas quando tiverem a mesma dimensão. Por exemplo, se uma variável é mensurada em termos de força, ela pode ser igual somente a outra variável que também representa força.

Axioma 2. A razão entre a magnitude de duas variáveis independe das unidades usadas, ou seja, se as medidas de ambas foram feitas em polegadas, pés, ou metros.

Quando combinada com procedimentos experimentais, a análise dimensional pode ser utilizada para fornecer resultados quantitativos entre determinadas variáveis e equações preditivas precisas.

Com a finalidade de se estabelecer um limite de validade de aplicação, as equações podem ser classificadas em uma base dimensional como se segue:

1. Não Homogênea;
2. Homogênea: Restrita; Geral.

As primeiras são geralmente equações empíricas com pequena faixa de aplicação, enquanto nas equações homogêneas, todos os termos se reduzem à mesma dimensão.

Segundo Murphy (1950) se uma equação apresenta mais de dois termos e suas dimensões não são idênticas, a equação é dita não homogênea. Como exemplo tem-se a equação 15.

$$s + v = \frac{1}{2}at^2 + at \quad (15)$$

Onde:

- s é a distância que um corpo uniformemente acelerado percorre;
- v é a velocidade final;
- a é a aceleração;
- t é o tempo de aceleração a partir do repouso.

A equação é dita não homogênea quando alguns termos possuem a dimensão L, enquanto outras apresentam a dimensão LT^1 .

$$L + LT^{-1} \doteq (LT^{-2})T^2 + (LT^{-2})T \quad (16)$$

$$L + LT^{-1} \doteq L + LT^{-1} \quad (17)$$

Em geral, as equações não homogêneas são desenvolvidas empiricamente e apresentam resultados confiáveis em um único sistema de unidades e para uma pequena gama de variáveis.

Se todos os termos de uma equação forem reduzidos para a mesma dimensão, a equação é dita homogênea. Como exemplo, tem-se a equação para determinar a distância percorrida por um corpo, partindo do repouso, em queda livre.

$$s = 4,9t^2 \quad (18)$$

Forma reduzida:

$$L \doteq T^2 \quad (19)$$

A Equação 18 é válida sob certas condições, logo o coeficiente deve ter dimensão, neste exemplo, LT^2 . A mesma equação é escrita da seguinte forma.

$$s = \frac{1}{2}gt^2 \quad (20)$$

Neste caso a dimensão da equação será:

$$L \doteq LT^{-2}T^2 \quad (21)$$

ou

$$L \doteq L \quad (22)$$

tendo em vista que o coeficiente $\frac{1}{2}$ é adimensional.

Isso mostra que o coeficiente 4,9 é numericamente igual a $\frac{1}{2}g$. Desta forma, a Equação 18 é válida somente se forem utilizadas as grandezas no Sistema Internacional de Medidas (SI). No entanto a Equação 20 é válida para qualquer sistema de unidades. Equações que contêm uma constante dimensional, como a Equação 18, são geralmente válidas em um único sistema de unidades de medidas e são conhecidas como equações homogêneas restritas.

As equações homogêneas gerais são aquelas válidas para qualquer sistema de unidades, como a Equação 20, e obviamente não devem conter constantes com dimensão.

Pode-se afirmar, em decorrência dos dois axiomas citados, que geralmente qualquer grandeza secundária mensurável (α) pode ser expressa dimensionalmente em termos de quantidades primárias (a_i) apropriadamente escolhidas. Estas últimas afetam a magnitude das quantidades secundárias. É possível, portanto, estabelecer a relação geral entre as quantidades primárias como se segue:

$$\alpha = f(a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n) \quad (23)$$

Onde:

- α é o número que representa a magnitude da grandeza secundária;
- $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n$ são os números denotando as magnitudes das quantidades primárias significativamente envolvidas.

O problema passará a ser o estabelecimento da natureza da função.

Segundo Murphy (1950), utilizando procedimento análogo ao apresentado anteriormente é possível demonstrar, que:

$$f(a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n) = C_\alpha \cdot a_1^{C1} \cdot a_1^{C2} \cdot a_1^{C3} \cdot a_1^{C4} \dots a_1^{Cn} \quad (24)$$

Onde:

- C_α é um coeficiente adimensional, que pode ser determinado experimentalmente;

- $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$ são os expoentes a serem obtidos, podendo ser determinados experimentalmente e/ou via análise dimensional.

A determinação dos expoentes c_i , utilizando a análise dimensional, pode ser feita desde que o número de quantidades primárias não exceda o número de dimensões envolvidas no problema. Isto, pois não haveria equações auxiliares suficientes para avaliar todos os expoentes C_i .

3.4.2 OBTENÇÃO DAS EQUAÇÕES PREDITIVAS

Segundo Murphy (1950), existem dois métodos gerais que são utilizados no desenvolvimento de equações preditivas. O primeiro método, o experimental, consiste em estabelecer, por meio de observações cuidadosas e de medições, o efeito das variáveis pertinentes sobre a grandeza a ser predita pela equação. O outro método, o analítico, consiste na aplicação das leis naturais que são pertinentes ao problema estudado.

Duarte (2007) complementa e cita o método numérico, empregado em situações de alta complexidade em que uma solução analítica fechada é inviável ou mesmo impossível. O Método dos Elementos Finitos (MEF) é um exemplo de uma técnica de análise numérica que tem por objetivo obter soluções aproximadas de problemas regidos por equações diferenciais. O crescente aumento da capacidade de processamento dos computadores tem possibilitado como alternativa às soluções analíticas, a preservação da complexidade do modelo e a utilização de técnicas aproximadas de resolução, nas quais se insere o MEF.

Conforme citado anteriormente, a forma geral de qualquer equação pode ser determinada por análise dimensional. No entanto, esta técnica não permite uma direta avaliação de C_α e, em muitos casos, não fornece resultado para os expoentes. Deste modo, é necessário recorrer a experimentos a fim de determinar a equação preditiva.

Para isso qualquer um dos três processos gerais pode ser seguido, considerando como exemplo o problema de um corpo em queda livre.

No primeiro método, a grandeza secundária é expressa como uma função das grandezas primárias.

$$s = f(v, t, g) \quad (25)$$

No segundo procedimento, a relação entre as variáveis pode ser obtida pela análise dimensional, levando a uma expressão, do tipo:

$$s = C_\alpha v_0^{c_1} g^{c_2} t^{c_3} \quad (26)$$

No terceiro procedimento, uma continuação da análise dimensional da Equação 26 para se obter a Equação 27 podem-se eliminar quantidades desconhecidas e reduzir-se o número de experimentos. Como s , v e t , na Equação 27 são quantidades mensuráveis e g é conhecida, somente C_α e C_1 permanecem desconhecidas.

$$\frac{s}{vt} = C_\alpha \left(\frac{gt}{v} \right)^{C_1} \quad (27)$$

Nos casos em que C_α é constante, somente duas séries de observações serão necessárias. Caso contrário, se C_α for dependente das variáveis primárias, uma série de medidas deverá ser coletada. Desta série de observações, é possível construir um gráfico em que valores de s podem ser utilizados como ordenadas e como abscissas. Deste gráfico é possível se obter C_α e C_1 .

O termo C_α pode ser expresso como uma função de grupos de variáveis adimensionais que influenciam o fenômeno em estudo que são conhecidos como Pi-termos (ou π -termos) e são usualmente expressos por π_i . Assim, um determinado fenômeno pode ser expresso, em termos gerais, da seguinte maneira:

$$\pi_1 = f(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \dots, \pi_s) \quad (28)$$

Onde s representa o número total de grupos adimensionais envolvidos no problema estudado.

O número e grupos adimensionais, ou π -termos, requeridos para expressar um fenômeno podem ser determinados pelo Teorema Pi de Buckingham.

Este Teorema determina que o número de termos adimensionais necessários para expressar a relação entre as variáveis em qualquer fenômeno estudado é igual ao número de variáveis envolvidas, menos o número de dimensões que estas quantidades podem ser medidas.

Isto pode ser resumido pela equação definida pelo teorema:

$$s = n - b \quad (29)$$

Onde:

- s é o número de π -termos;
- n é igual ao número de quantidades envolvidas;
- b é o número de dimensões básicas envolvidas.

As únicas restrições referentes aos π -termos são as de que sejam adimensionais e linearmente independentes (MURPHY, 1950).

Segundo Duarte (2007), é possível afirmar ainda que um novo π -termo pode ser obtido pela combinação de outros π -termos, através de multiplicações ou divisões mútuas, possibilitando assim redução no número de experimentos ou simulações.

O procedimento mais vantajoso na análise da função está na possibilidade de estudar o comportamento dos parâmetros de modo que todos os π -termos envolvidos na função, exceto um, sejam mantidos constantes, enquanto se varia aquele em relação ao qual se estabelecerá a relação com π_1 . Recorre-se a este procedimento para cada π -termo da função e a relação resultante entre π_1 e os demais π -termos, individualmente, são combinadas para se obter uma relação geral (DUARTE, 2007).

3.5 O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O método dos elementos finitos (MEF) é um método numérico aproximado para análise de diversos fenômenos físicos que ocorrem em meios contínuos e que são descritos por meio de equações diferenciais parciais, com determinadas condições de contorno que são resolvidas por meio de equações matriciais.

3.5.1 DESCRIÇÃO GERAL DO MÉTODO

Segundo Lotti (2006) trabalhando em um projeto de aeronaves para o Boeing, em 1956, Turner, Clough, Martins e Topp, propuseram um método de análise estrutural similar ao MEF. Mais tarde, em 1960, estes autores utilizaram pela primeira vez o nome de Método dos Elementos Finitos. A partir de então, seu desenvolvimento foi exponencial, sendo aplicado em diversas áreas da Engenharia, Medicina, Odontologia e áreas afins.

Para Segerlind (1976) o conceito mais fundamental do MEF é que toda função contínua, seja ela de temperatura, pressão ou deslocamento, pode ser aproximada por um modelo composto de um conjunto de funções contínuas, dentro de certo intervalo, definido sobre um número finito de subdomínios.

Complementarmente, Hubner (1982) afirma que o método de elementos finitos é uma técnica de análise numérica para obter soluções aproximadas para uma ampla variedade de problemas.

Segundo Souza (2003) a ideia principal do Método dos Elementos Finitos consiste em se dividir o domínio, meio contínuo, do problema em sub-regiões de geometria simples (formato triangular, quadrilateral, cúbico, etc.), conforme ilustra esquematicamente a Figura 20. Esta ideia é bastante utilizada na engenharia, onde usualmente tenta-se resolver um problema complexo, subdividindo-o em uma série de problemas mais simples.

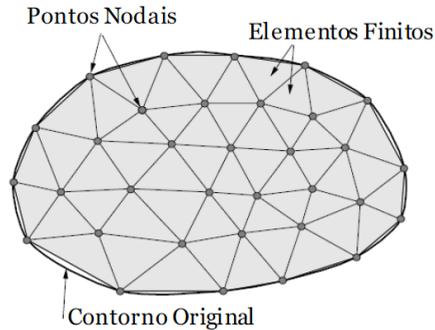


Figura 20 – Malha triangular plana, (SOUZA, 2003)

Devido ao fato das sub-regiões apresentarem dimensões finitas, elas são chamadas “elementos finitos”, em contraste aos elementos infinitesimais utilizados no cálculo diferencial e integral. Por este motivo o nome “Método dos Elementos Finitos” foi estabelecido por Ray Clough (SOUZA, 2003).

Segundo Zienkiewicz (1989), este conceito ajuda a reconstruir a relação entre a força e o deslocamento de uma estrutura, a partir dos elementos básicos que a compõem.

Diversos tipos de elementos podem ser utilizados, considerando formas geométricas diversas e em o tipo e da dimensão do problema (unidimensional, bidimensional, ou tridimensional). A Figura 21 apresenta a geometria de vários tipos de elementos utilizados no MEF.

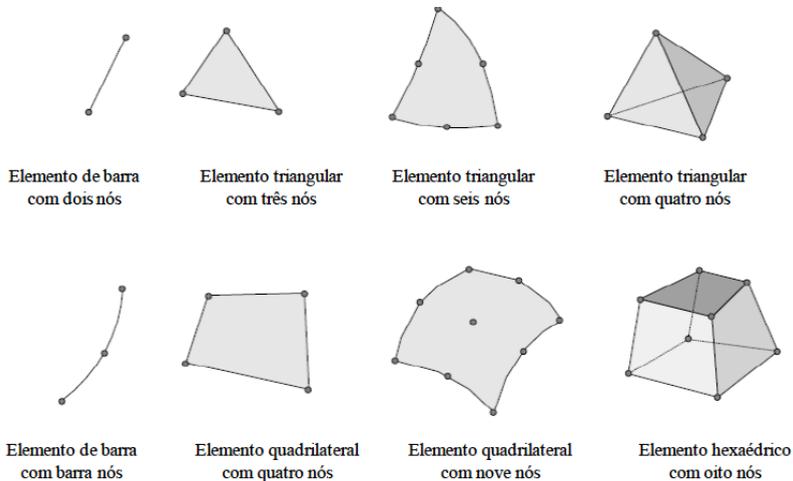


Figura 21 – Diferentes tipos de elementos finitos, (SOUZA, 2003)

Segundo Souza (2003), a quantidade de nós, o tamanho e tipo de elementos são os fatores que definem a precisão do método. Um dos aspectos mais importantes do MEF diz respeito a sua convergência. Embora se trate de um método aproximado, na medida em que o tamanho dos elementos finitos tende a zero e, conseqüentemente, a quantidade de nós tende a infinito, a solução obtida converge para a solução exata do problema. Ou seja, quanto menor for o tamanho e maior for o número de elementos em uma determinada malha, a tendência é que mais precisos sejam os resultados da análise.

Dentro de cada elemento, se distingue uma série de pontos representativos chamados nós. Dois nós são adjacentes se pertencerem ao mesmo elemento finito, e um nó na fronteira de um elemento finito pode pertencer a vários elementos. O conjunto de nós considerando suas relações de adjacência se chama malha.

Os cálculos são realizados sobre uma malha criada a partir da discretização do domínio estudado. Estas malhas são geradas com o auxílio de *softwares* que relacionam o valor de um conjunto de variáveis definidas em cada nó e denominadas graus de liberdade. O conjunto de relações entre o valor de uma determinada variável entre os nós pode ser escrito na forma de sistemas lineares, sendo que a matriz deste sistema de equações é denominada matriz de rigidez do sistema e o número de equações deste sistema é proporcional ao número de nós.

O MEF assume que o comportamento de cada elemento é definido por um número finito de parâmetros -graus de liberdade- associado aos pontos que se unem ao restante dos elementos do seu entorno.

Segundo Souza (2003), em problemas de mecânica dos sólidos (análise de Tensões x Deformação) os graus de liberdade dos nós correspondem aos possíveis movimentos que estes podem sofrer.

O conceito de grau de liberdade tem sua origem na ideia do movimento de partículas em problemas da mecânica, conforme ilustra a Figura 22.

Neste conceito se considera que:

Um ponto apresenta, no espaço tridimensional, três graus de liberdade, quais sejam três possíveis movimentos de translação;

De forma mais abrangente, um corpo rígido apresenta, no espaço tridimensional, seis graus de liberdade, sendo três possíveis movimentos de translação e três possíveis movimentos de rotação.

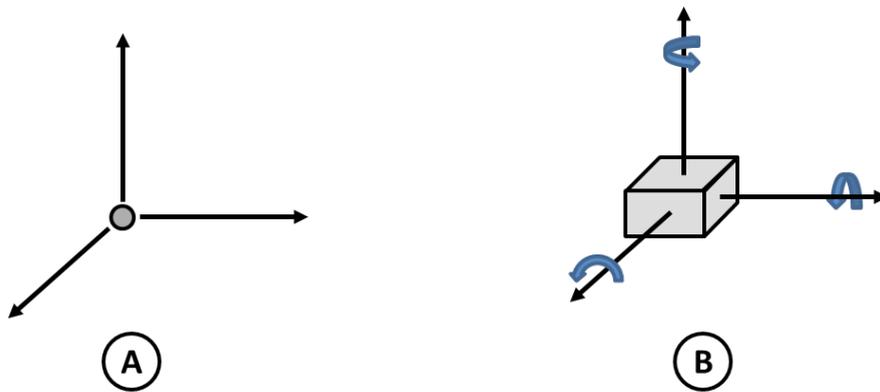


Figura 22 – Graus de liberdade. A) graus de liberdade de um ponto; B) graus de liberdade de um corpo rígido

O tipo de elemento a se utilizar é o bloco básico na análise por elementos finitos. Tendo em vista que existem diversos tipos de elementos, o elemento a se utilizar depende do tipo de objeto que será modelado e do tipo de análise a ser feita.

Para Gandhi (1996), a maior vantagem deste método é a capacidade de representar detalhes geométricos, materiais da estrutura, assim como a aplicação de múltiplos conceitos de projetos.

Por meio deste método é possível resolver muitos problemas, de diferentes campos, por exemplo:

3. Torção em barras de seção irregular;
4. Análise de tensões em placas de diferentes formas e sob cargas arbitrárias;
5. Análise dinâmica de treliças;
6. Problemas de vibração;
7. Transferência de calor ;
8. Acústica;
9. Outros.

Nota-se que a grande gama de aplicações torna o MEF uma ferramenta importante para se resolver problemas distintos, descritos por equações diferenciais parciais, com determinadas condições de contorno.

3.5.2 PASSOS PARA A ANÁLISE E SOLUÇÃO EM ELEMENTOS FINITOS

A análise em elementos finitos pode ser resumida nos seguintes passos, conforme ilustra Figura 23.



Figura 23 – Passos para solução em Elementos Finitos

3.5.2.1 O PROCESSO DE DISCRETIZAÇÃO DO MÉTODO

O processo de conversão da estrutura em elementos finitos denomina-se discretização. Como apresentado anteriormente, cada elemento é estudado de maneira isolada para se aplicar as teorias clássicas de cálculo.

Não existe uma teoria que defina a escolha do tipo de elemento a ser utilizado na discretização da peça. Neste ponto, a experiência do modelista fica evidente, já que as escolhas da quantidade e da geometria dos elementos estão relacionadas com a sensibilidade da resposta obtida. Lembrando que o MEF é um procedimento matemático para se obter soluções aproximadas, a precisão dos resultados aumenta com o número de elementos atribuídos à malha.

A Figura 24 demonstra diferentes estruturas discretizadas, sendo possível observar a grande variedade de exemplos em que o MEF pode ser aplicado.



Figura 24 – Discretização de diferentes sólidos e estruturas com o MEF, (ONÁTE, 2009)

3.5.2.2 DEFINIÇÃO DAS PROPRIEDADES DOS ELEMENTOS

Neste item são definidas as seguintes características dos elementos: formato, tamanho e posicionamento dos nós. Como apresentado anteriormente, estes elementos podem ser bidimensionais ou tridimensionais, conforme a necessidade da aplicação.

Os elementos tridimensionais são compostos por tetraedros e hexaedros, sendo que o campo de deslocamento nodal está definido no espaço.

Os elementos bidimensionais são utilizados para deformações planas, o campo de deslocamento nodal está localizado em um plano. Isto significa que cada um dos nós apresentam dois graus de liberdade. A Figura 25 mostra exemplos de peças discretizadas, com elementos bidimensionais e tridimensionais e diferentes tipos de malha.

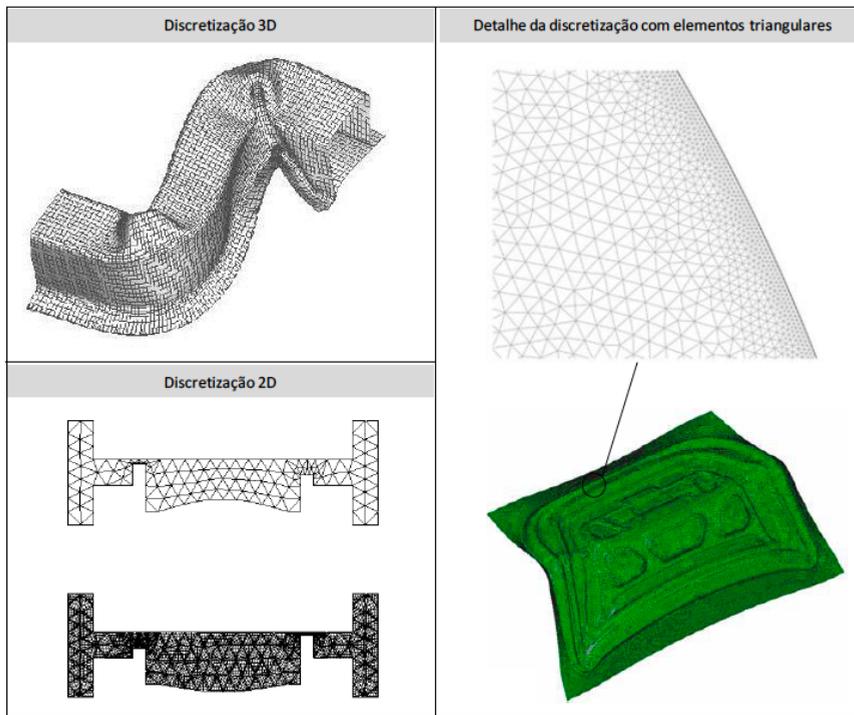


Figura 25 – Exemplos de peças discretizadas

No momento da discretização da peça, infinitas podem ser as combinações de tamanhos e tipos de elementos utilizados. Outro fator importante, além da geometria do elemento, é a relação de aspecto, também conhecida como *aspect ratio*. A relação de aspecto mede quanto uma das dimensões do elemento é maior

que a outra. Para simulações 2D, com elementos retangulares como os utilizados neste trabalho, esta medida pode ser resumida pela razão entre a altura e a largura do retângulo, conforme ilustra a Figura 26.

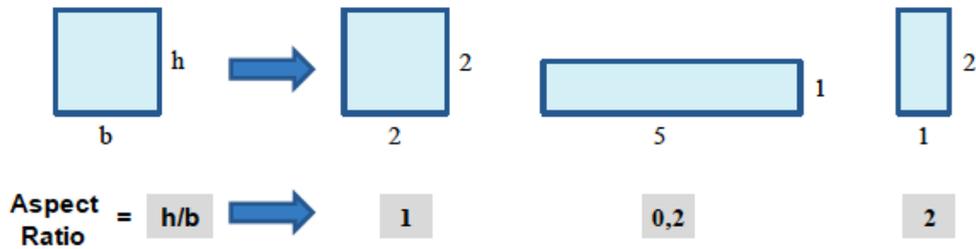


Figura 26 – Relação de aspecto de elementos retangulares

STAMPACK (2003) recomenda que este valor deve estar entre 0,5 e 1 para que problemas de convergência sejam evitados.

3.5.2.3 MONTAGEM DAS MATRIZES DE RIGIDEZ DOS ELEMENTOS

Segundo Filho (2002), a análise matricial de estrutura e, em consequência o MEF, tem como ponto de partida a relação entre forças nodais para cada elemento individual. Esta ideia fundamental está relacionada ao conceito de rigidez, sendo a mesma ideia aplicada a elementos elásticos. A constante elástica da mola é a medida quantitativa da rigidez da mola, expressa pela relação entre força aplicada e deslocamento medido na extremidade da mola.

Pela lei de Hooke, a constante elástica da mola pode ser entendida como um coeficiente de rigidez, pois é o coeficiente que relaciona força e deslocamento na relação , onde: F é a força aplicada na mola, k é conhecido como a constante elástica da mola e x é a variação de comprimento da mola. Conforme ilustra Figura 27.

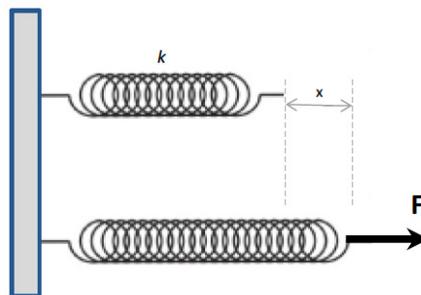


Figura 27 – Força externa aplicada na mola

Utilizando o conceito de rigidez da mola, é possível determinar a configuração deformada de um conjunto de molas sob ação de uma força externa.

A rigidez da estrutura pode ser contabilizada a partir da rigidez de cada um de seus elementos (FILHO, 2002).

Analogamente a lei de Hooke, em uma estrutura constituída por apenas um elemento, fixada em um nó, a força externa F causa na estrutura um deslocamento U , que é linearmente proporcional a F . Como a estrutura é idêntica ao elemento, a rigidez da estrutura é igual à rigidez do elemento. Assim:

$$F = K \cdot U \quad (30)$$

Onde $K = k$, sendo k a constante elástica da mola, que contabiliza a rigidez da estrutura.

Nota-se que se conhecida a força aplicada na estrutura e a sua rigidez, a resposta será um componente do deslocamento.

$$U = F / K \quad (31)$$

Nas estruturas reais existem muitos componentes de deslocamento e muitos componentes de rigidez. A relação geral linear entre todas as forças externas e todos os deslocamentos nodais é melhor expressa em notação matricial. Conforme equação 32.

$$\{F\} = [K] \cdot \{U\} \quad (32)$$

Onde:

{F}: Matriz coluna com todas as cargas nodais;

[K]: Matriz de rigidez da estrutura;

{U}: Matriz coluna com todos os deslocamentos nodais.

3.5.2.4 APLICAR AS CARGAS

As forças externas concentradas ou uniformes e momentos são especificados neste passo. As forças aplicadas em cada nó serão uma das variáveis de input na matriz de rigidez do sistema.

3.5.2.5 DEFINIR AS CONDIÇÕES DE CONTORNO

É definido o domínio que será estudado e as condições iniciais. Por exemplo, se existe o deslocamento de algum nó provocado por cargas iniciais.

3.5.2.6 SOLUCIONAR O SISTEMA DE EQUAÇÕES

A sequência dos passos descritos conduz a um sistema de equações algébricas, em que são calculados os deslocamentos nodais de cada elemento da estrutura estudada. Este cálculo pode ser feito por programas que trabalham com o método implícito ou explícito. As diferenças de cada um destes métodos estão detalhadas na próxima secção.

3.5.2.6 CALCULAR OS ESFORÇOS

As equações são calculadas por computador, por meio de um software de elementos finitos, onde o usuário pode visualizar os esforços, reações, deformações ou outras informações que se relacionem com estas grandezas, por meio de gráficos e animações apresentadas como resultado do pós-processo.

3.5.3 FASES DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Quando agrupadas as atividades, pode-se dizer que o MEF possui três fases de atividades para resolução de um problema, conforme demonstra a Figura 28.



Figura 28 – Fases do MEF

3.5.3.1 PRÉ-PROCESSAMENTO

Esta fase do processamento inclui todas as atividades de modelagem do problema, usando ferramentas CAD (*Computer Aided Design*) que geram arquivos compatíveis e que podem ser importados para os respectivos programas que utilizam o MEF para resolução do problema estudado.

Nesta fase, é definida a malha que discretiza o domínio em estudo, elegendo o tamanho e forma dos elementos que irão compor a malha e dados complementares, tais como coordenadas dos nós, condições de contorno, carga aplicada, propriedade dos materiais e das ferramentas, tipo de problema, entre outros.

Zienkiewicz (1989) relata que este é o passo onde se consome mais tempo, principalmente para se definir a melhor malha. Não existe uma metodologia definida para a obtenção da melhor malha em uma estrutura contínua.

Segundo Filho (2002), a decisão final do tamanho adequado e do tipo de elemento escolhido para a representação de um problema é a mais fundamental característica do método. Do ponto de vista prático, os *softwares* de EF apresentam uma biblioteca, contendo diversos elementos, cada qual tentando representar um diferente comportamento físico conhecido da Mecânica Estrutural (placas, cascas, membranas, sólidos, vigas, etc). No entanto a definição da malha estruturada é definida pelo usuário que, obviamente, precisa conhecer e validar fisicamente as respostas fornecidas pela simulação.

Aconselha-se que na discretização do modelo, todos os elementos tenham tamanhos similares, a fim de se evitar problemas de convergência nos cálculos matriz de rigidez do elemento.

O resultado final desta fase é um arquivo de dados que deve ser especificado no programa em relação aos próximos passos.

3.5.3.2 PROCESSAMENTO

Esta fase consiste na formulação e cálculo para solução do problema, validando o modelo criado no pré-processamento. São geradas as equações necessárias para solução do problema.

A quantidade de equações geradas dependerá do tamanho do problema envolvido e da quantidade de elementos presentes na malha gerada pela discretização. A matriz de rigidez obtida por meio da aferição das variáveis nodais e dos vetores de forças nodais são montadas e resolvidas utilizando o *software* adotado. O tempo de resolução dependerá basicamente da quantidade de equações geradas e do tipo de solução numérica adotada pelo *software* escolhido. Em geral, programas que trabalham por meio da solução explícita exigem *hardwares* com maior capacidade de processamento, enquanto que os programas que trabalham com o método implícito exigem maior capacidade de armazenamento em memória do *hardware* utilizado.

3.3.3.3 PÓS- PROCESSAMENTO

Nesta fase, são apresentados os resultados obtidos por meio do cálculo das equações definidas no modelo.

Estes resultados são representados graficamente, muitas vezes em forma de superfície de resposta, em que as cores demonstram o comportamento da estrutura como deformações, distribuição de esforços, temperatura, entre outras grandezas. O comportamento do modelo também pode ser visualizado por meio de animações em que é possível visualizar o comportamento da peça deformada a cada instante de tempo definido.

3.6 SOLUÇÃO IMPLÍCITA VERSUS SOLUÇÃO EXPLÍCITA

A formulação matemática, ou abordagem de integração no tempo, é a principal característica de distinção entre os diversos programas utilizados na simulação numérica em um processo de conformação mecânica. A formulação define o modo de resolução do problema utilizando um programa. Os avanços nesse campo estão diretamente relacionados aos progressos dos sistemas computacionais (BELYTSCHKO, 1980).

Segundo Duarte (2007), o momento de escolha da ferramenta para a simulação numérica mais adequada é fundamental. Há de se conhecer, além disto, as limitações das ferramentas de simulação empregadas, já que a mesma equação dinâmica que governa o processo pode ser resolvida de duas maneiras numericamente distintas: implícita e explicitamente. Em um contexto de custo computacional e cargas dinâmicas, a solução implícita, em geral, costuma ser mais rápida. No entanto a solução explícita costuma estar mais próxima da solução real, no que tange a visualização de defeitos na conformação de chapas, como rugas e trincas na peça estampada.

Segundo Rodrigues (2013), o método implícito é o mais indicado para simulações estáticas e o método explícito, para simulações dinâmicas. Existem ainda aplicações onde ambos os métodos podem ser utilizados, em que os testes são classificados como quase estáticos, por exemplo, em simulações de estampagem. A Figura 29 representa a aplicações destes métodos.

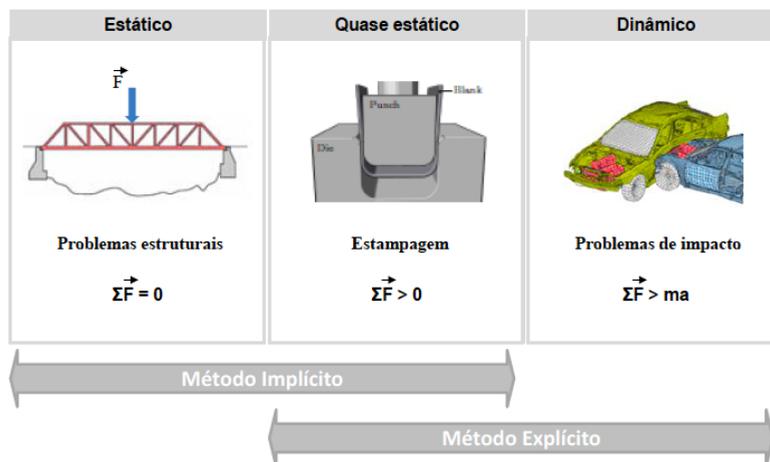


Figura 29 – Aplicações do método explícito e método implícito

Na abordagem implícita, assume-se uma condição de equilíbrio estático ou quase estático para o processo. Devido à não linearidade da condição de atrito entre o ferramental e a chapa, este tipo de abordagem pode apresentar problemas de convergência do cálculo na simulação, já que a matriz de rigidez $[K]$ pode se tornar não linear, sendo que pequenos passos de tempo Δt podem ser necessários e ainda assim a convergência não é garantida.

No método implícito, o cálculo dos deslocamentos $\{u\}$ é realizado por meio da inversão da matriz de rigidez $[K]$ do modelo e multiplicando-a pelas forças $\{F\}$ atuantes no modelo, como mostrado abaixo.

$$\{u_{t+\Delta t}\} = [K]^{-1}\{F_{t+\Delta t}\} \quad (33)$$

Esse tipo de abordagem tem como principal problema a obtenção de convergência do processo iterativo, tendo em vista que várias partes do sistema são desenvolvidas em paralelo e integradas quando completas. Defeitos que ocorrem na conformação, tais como rugas ou trincas, podem criar problemas de convergência.

Nas simulações dinâmicas, as acelerações precisam ser calculadas a cada instante de tempo. Assim o método explícito obtém a aceleração $\{a\}$ por meio da inversão da matriz de massa $[M]$ e multiplicando pela força resultante no elemento, ou seja, subtração das forças internas $[F_{int}]$ e das forças externas $[F_{ext}]$.

$$\{a_t\} = [M]^{-1}([F_t^{ext}] - [F_t^{int}]) \quad (34)$$

Utilizando conceitos de cinemática vetorial a este resultado é possível obter, através dos cálculos das velocidades $\{v\}$ e dos deslocamentos $\{u\}$, a posição dos nós no instante seguinte, que podem ser obtidos pelas equações 35 e 36 respectivamente.

$$\{v_{t+\Delta t/2}\} = \{v_{t-\Delta t/2}\} + \{a_t\}\Delta t_t \quad (35)$$

$$\{u_{t+\Delta t}\} = \{u_t\} + \{v_{t+\Delta t/2}\}\Delta t_{t+\Delta t/2} \quad (36)$$

Então basta adicionar este deslocamento à posição atual do nó, e se obtém a posição final do nó para o tempo $t+\Delta t$.

$$\{x_{t+\Delta t}\} = \{x_0\} + \{u_{t+\Delta t}\} \quad (37)$$

Daí o nome dado ao método, pois uma vez que as matrizes se tornam desacopladas elas podem ser resolvidas diretamente (explicitamente).

Esse método tem como principal vantagem a não necessidade da montagem e da fatoração da matriz rigidez, obtendo-se assim a solução para um determinado passo ou incremento temporal (*time step*).

Na prática, é muito comum utilizar um passo ou incremento temporal, na ordem de 10^{-6} segundos. Este tempo também pode ser dado pela seguinte expressão:

$$\Delta t = \frac{L_{min}}{v_s} \quad (38)$$

Onde L_{min} é o comprimento característico da menor aresta dos elementos, e v_s é a velocidade do som no material, que para elementos de casca, por exemplo, é expressa por (HALLQUIST, 1998):

$$v_s = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}} \quad (39)$$

Onde: E é o módulo de Young, ρ é a massa e ν é o coeficiente de Poisson.

Resumindo as características principais para o método implícito, grandes passos de tempo podem ser utilizados para problemas totalmente lineares, para aqueles que possuem não linearidades, pode ser necessário reduzir o passo de tempo para resolver os problemas de convergência. Para o método explícito a solução é sempre estável, desde que seja respeitado o passo de tempo crítico.

Neste trabalho, entretanto, as simulações serão feitas com um programa que adota solução explícita para a equação diferencial inerente ao problema em estudo, tendo em vista que a abordagem explícita apresenta bons resultados com problemas de convergência reduzidos, ou seja, é apropriada para problemas quase estáticos.

3.7 O SOFTWARE STAMPACK

O *software* STAMPACK® é uma ferramenta que utiliza o método dos elementos finitos para solucionar problemas de conformação mecânica. O processo de cálculo adota o método de solução explícita, apresentado anteriormente.

A solução obtida pode ser observada por meio da representação numérica de inúmeras variáveis, utilizando gráficos, cores e animações. Após as simulações é possível visualizar o resultado final de uma peça, sem a necessidade de despender tempo e dinheiro com a elaboração de protótipos e *try-outs*.

O ponto de partida para resolução de um problema usando o método de elementos finitos é a equação de equilíbrio dinâmico, descrita pelo princípio de trabalho virtual. (STAMPACK, 2003)

$$\underbrace{\int_V \delta \varepsilon^t \cdot \sigma dV}_{\text{Forças Internas}} - \underbrace{\int_V \delta \varepsilon u^t [-\rho \ddot{u} - c \dot{u}]}_{\text{Inércia}} - \underbrace{\int_S \delta u^t \cdot b dV}_{\text{Forças Volumétricas}} - \underbrace{\int_S \delta u^t \cdot t dS}_{\text{Forças de Contato}} = 0 \quad (40)$$

Onde V é o domínio de integração, S é a superfície de contorno, ε , as deformações, σ , os esforços, b , as forças volumétricas, t , as forças de contato u , \dot{u} e \ddot{u} são os campos de deslocamento, velocidade e aceleração, respectivamente.

A solução numérica do problema é reduzida a fim de determinar os deslocamentos de um número finito de pontos em diferentes instantes de tempo.

Uma visão global do procedimento utilizado para a simulação numérica pelo método de elementos finitos, seguida pelo *software* STAMPACK®, pode ser observada no fluxograma da Figura 30.

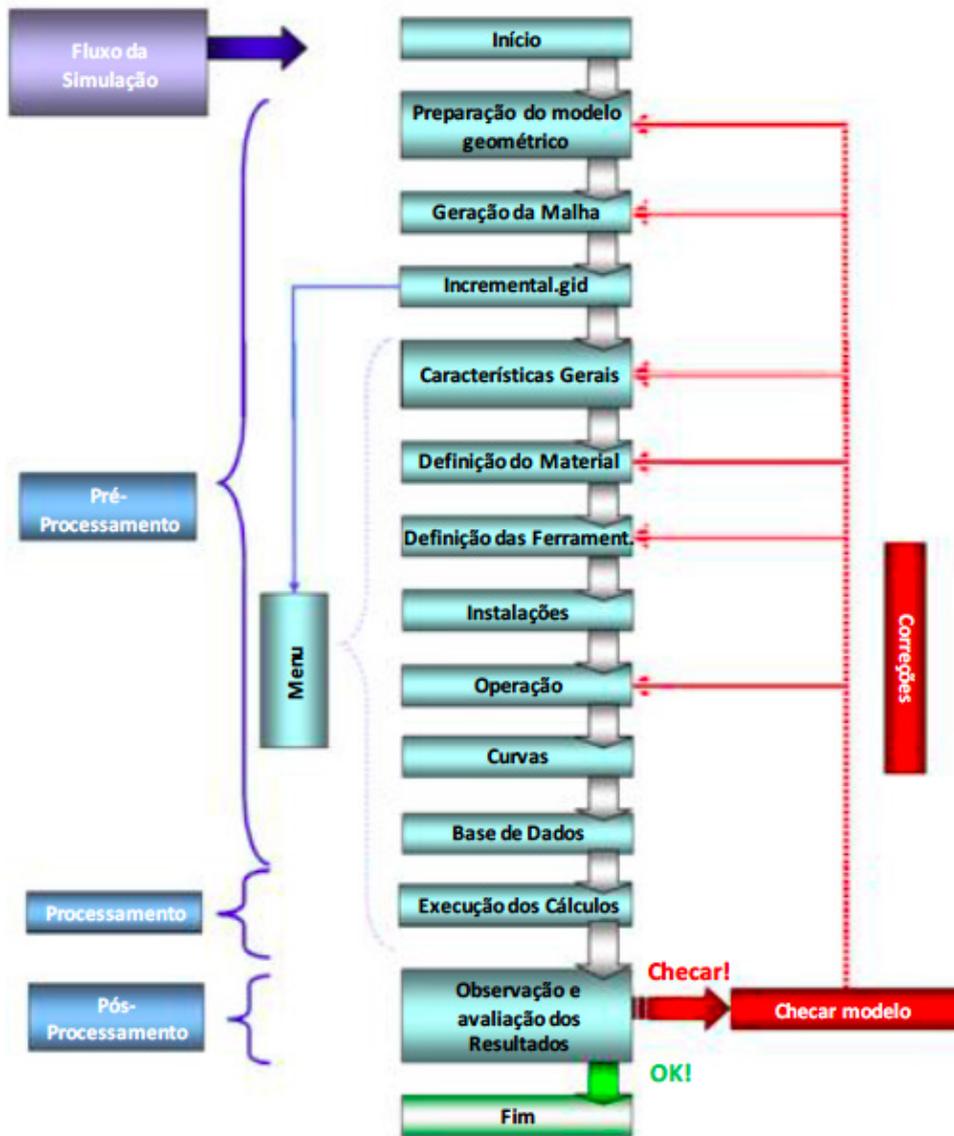


Figura 30 – Visão global da simulação em EF, (STAMPACK®)

Nota-se que o *software* segue as etapas de pré-processamento com a definição do problema e geração da malha, processamento (ou *solver*) e pós-processamento. Todas estas etapas em conjunto, formulam a solução dos problemas simulados, fornecendo rapidamente informações essenciais para elaboração dos mais diversos projetos.

4

CAPÍTULO

METODOLOGIA

O objetivo deste capítulo é descrever a metodologia adotada para a análise do problema proposto.

As seções seguintes passarão a tratar dos detalhes de todo o processo de ajuste dos modelos em EF para aquisição das bases de dados numéricos, bem como as validações destes modelos.

4.1 BASES DE DADOS EXPERIMENTAIS

Os únicos dados experimentais utilizados para a validação do modelo em EF foram os experimentos amplamente referenciados em trabalhos relativos a este tema, isto é, Nine (1978) e Nine (1982). Estes experimentos foram desenvolvidos nos laboratórios da General Motors, Inc., em Warren, Michigan, nos Estados Unidos, e foram projetados para compreender separadamente a importância das contribuições à força de retenção do freio (FR) oriundas da deformação da chapa e do atrito desta com a matriz e o prensa-chapas.

4.1.1 EXPERIMENTO REALIZADO

Nos experimentos de Nine (1978) e (1982), projetou-se uma matriz com freios de estampagem a fim de se conhecer a força necessária para se vencer as deformações da chapa ao passar pelos freios, bem como aquelas devidas ao atrito. Além disto, é importante conhecer a força necessária para que o prensa-chapas consiga manter a peça adequadamente posicionada durante o processo de estampagem. Esta força do prensa-chapas também é a responsável pela profundidade de penetração da saliência do freio na ranhura posicionada na matriz, conforme demonstra a Figura 31.

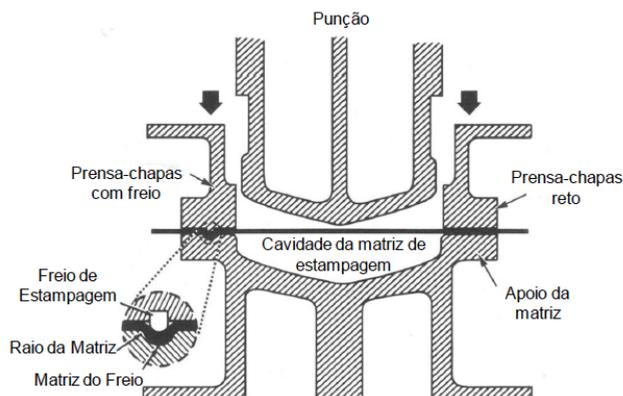


Figura 31 – Prensa-chapas segurando a chapa metálica que será estampada, (NINE, 1978)

Segundo Duarte (2007) uma das chaves destes experimentos foi estudar a FR, com uma mínima influência do atrito.

Para este objetivo, um freio denominado “sem atrito” foi desenvolvido, utilizando rolamentos em lugar da ponta do freio e dos raios de arredondamento da matriz, conforme Figura 32, Nine (1978).

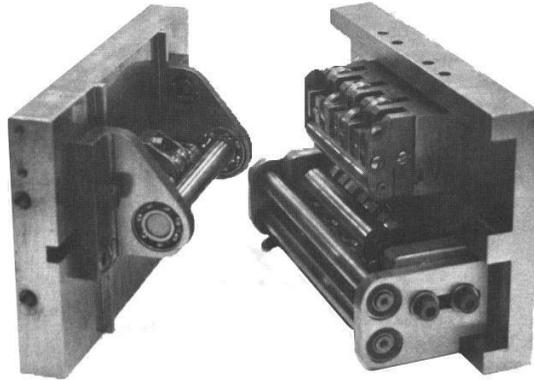


Figura 32 – Aparato com freios rolantes, (NINE, 1978)

Como as superfícies dos freios rolantes estão livres para girar juntamente com a chapa, então não há atrito devido ao movimento relativo entre a chapa e o freio e entre esta e a matriz. Evidentemente que o sistema não está completamente desprovido de atrito, uma vez que uma pequena força é necessária para se vencer o atrito nos pequenos rolamentos do freio. Dependendo das condições de lubrificação, no entanto, o coeficiente de atrito para estes rolamentos foi medido entre 0,001 e 0,002, resultando desprezível, portanto, quando comparado com a magnitude do atrito nos freios normais.

Com o intuito de regular a folga horizontal entre a chapa e a matriz, o dispositivo (calços espaçadores) da Figura 33, foi projetado de forma a manter uma folga apertada e constante durante todos os experimentos.

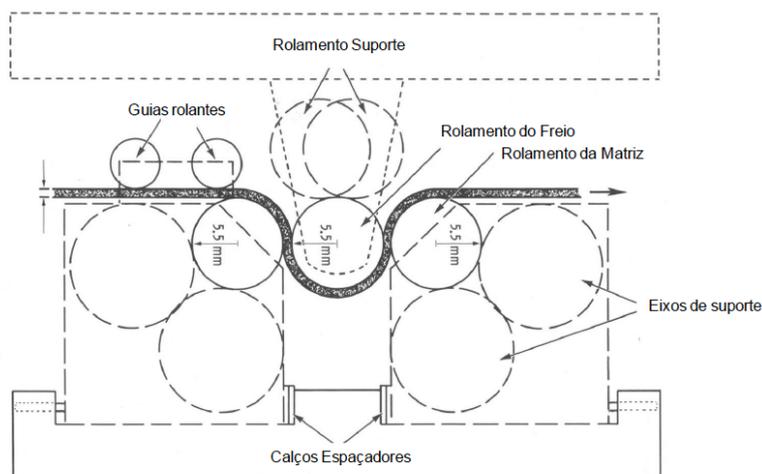


Figura 33 – Esquema de montagem dos freios rolantes, (NINE, 1978)

Os freios foram incorporados ao dispositivo da Figura 34, de maneira a serem introduzidos em uma máquina de teste universal, para simular a ação do prensa-chapas em uma prensa e possibilitar as medições da força do prensa-chapas e da força de retenção do freio de estampagem.

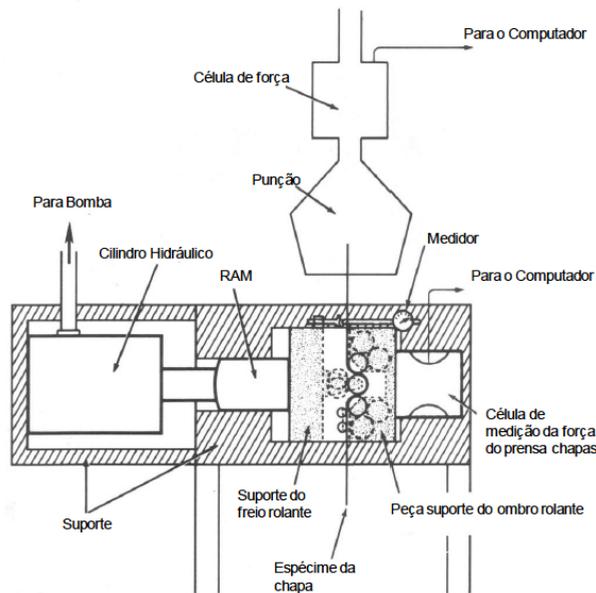


Figura 34 – Esquema de montagem dos freios rolantes, (NINE, 1978)

Um cilindro hidráulico move a peça que sustenta o freio, conduzindo a ponta do freio para dentro da ranhura da matriz. A posição da ponta do freio pode ser lida por um sensor que a indica em um painel analógico. No lado de trás da ranhura está uma peça que prende a matriz contra uma célula de carga posicionada entre o atuador e uma chave que pode aportar corpos de prova de chapa com larguras de até 50 mm.

Os materiais utilizados nos experimentos foram um aço laminado a frio e outro a quente, além do alumínio 2036-T4. As características de cada material estão representadas na Tabela 3.

Tabela 3 – Propriedades mecânicas dos materiais utilizados nos experimentos, (NINE, 1978)

MATERIAIS	ESPESSURA INICIAL (mm)	K (MPa)	N	R
Aço laminado a frio	0,76	576	0,18	1,09
	0,86	559	0,23	1,05
	0,99	519	0,19	1,15
Aço laminado a quente	0,76	529	0,24	1,53
	0,86	491	0,21	1,62
	0,97	529	0,23	1,61
Alumínio	0,81	643	0,26	0,69
2036-T4	0,89	643	0,24	0,67

Os valores da Tabela 3 foram obtidos em testes de tração. A constante de encruamento (K) e o expoente de encruamento (n) foram obtidos da curva tensão-deformação, assumindo-se a lei de encruamento de potência – Lei de Hollomon.

Os testes foram feitos com corpos de prova de 400 mm de comprimento e de 50 mm de largura, cortados na direção de laminação de cada um deles. Estes corpos foram puxados por 125mm, com velocidade constante de 85 mm/s.

As forças de retenção do freio de estampagem e do prensa-chapas *versus* deslocamento do punção foram lidas somente quando estabilizaram, por meio do gráfico de coordenadas x-y, da força pelo deslocamento. Um exemplo deste gráfico será apresentado no capítulo seguinte deste trabalho, Figura 45.

Os valores das forças de retenção do freio para os três tipos de materiais foram medidos no caso em que um cilindro de 11 mm de diâmetro simula a estampagem por meio de um freio de seção circular e um diâmetro de mesma magnitude para a entrada da matriz.

A fim de mensurar a força total de retenção dos freios, incluindo as contribuições da deformação da chapa e do atrito, um grupo de freios foi produzido com dimensões iguais às da Figura 33 e fixado no dispositivo, cujo esquema está representado na Figura 35.

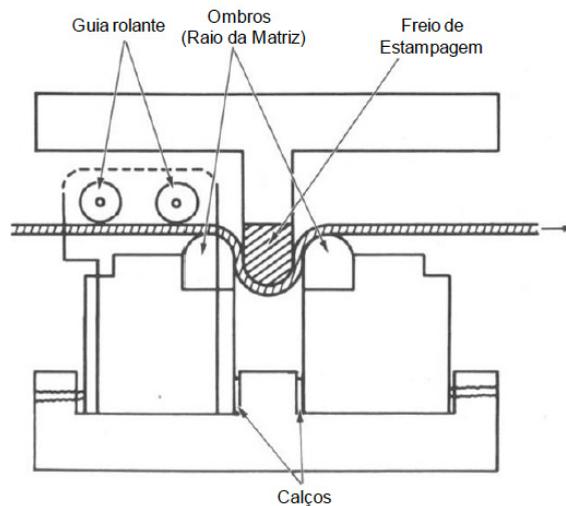


Figura 35 – Aparato utilizado na montagem dos freios de estampagem, (NINE, 1978)

Os freios fixos foram montados sobre o mesmo aparato e sob as mesmas condições que os freios rolantes “sem atrito”, de modo a medir as forças de retenção do freio de estampagem e da força do prensa-chapas. Todos os parâmetros experimentais, tais como as propriedades de materiais, tamanhos e espessuras dos corpos de prova e velocidade de deslocamento do punção foram mantidas constantes, tanto para os freios rolantes – “sem atrito” – como para os fixos – com atrito. As medições foram feitas sempre da mesma maneira.

As forças de retenção dos freios foram medidas para os aços com dois tipos de lubrificantes, no caso de freios fixos com atrito: “*Mill oil*” e lubrificante à base de sabão. Para os alumínio, além destes dois lubrificantes, um terceiro lubrificante específico para este material foi utilizado com o intuito de se obter um terceiro nível de atrito. Os valores experimentais utilizados na validação do modelo em EF e da equação desenvolvida estão nas Tabelas 4 e 5.

Tabela 4 – Forças de retenção dos freios para chapas de aço, (NINE, 1978)

Força (KN)	Tipo do Freio	ESPESSURA DA CHAPA					
		AÇO LAMINADO A QUENTE			AÇO LAMINADO A FRIO (A-K)		
		0,76	0,86	0,99	0,76	0,86	0,97
Força do Freio	Rolantes	3,3	3,9	5,3	3,3	3,7	5,0
Força do prensa-chapas	Rolantes	3,0	3,5	4,7	2,7	3,2	4,0
Força do Freio	Fixo A	5,7	6,4	8,4	5,6	6,4	8,0
Força do prensa-chapas	Fixo A	4,7	4,8	5,8	4,2	4,8	5,8
Coeficiente de atrito A		0,181	0,163	0,168	0,176	0,162	0,164
		0,206	0,184	0,200	0,192	0,171	0,178
Força do Freio	Fixo B	4,1	4,9	6,3	4,1	4,6	5,7
Força do prensa-chapas	Fixo B	3,4	4,2	5,2	3,4	4,0	4,9
Coeficiente de atrito B		0,070	0,070	0,059	0,069	0,052	0,061
		0,077	0,071	0,050	0,065	0,039	0,051

A= Lubrificante Mill Oil | B= Lubrificante a base de sabão

Tabela 5 – Forças de retenção dos freios para chapas de alumínio, (NINE, 1978)

Força (KN)	Tipo do Freio	ESPESSURA DA CHAPA (mm)	
		2036-T4 ALUMÍNIO	
		0,81	0,89
Força do Freio	Rolantes	2,6	3,2
Força do prensa-chapas	Rolantes	2,2	2,8
Força do Freio	Fixo A	4,7	5,7
Força do prensa-chapas	Fixo A	3,6	4,8
Coeficiente de atrito A		0,184	0,166
		0,198	0,171
Força do Freio	Fixo B	3,0	3,9
Força do prensa-chapas	Fixo B	2,9	3,5
Coeficiente de atrito B		0,044	0,065
		0,025	0,062
Força do Freio	Fixo C	3,3	4,0
Força do prensa-chapas	Fixo C	3,3	3,4
Coeficiente de atrito C		0,069	0,077
		0,047	0,081

A = Lubrificante Mill Oil | B= Lubrificante a base de sabão | C= Lubrificante especial para alumínio

Segundo Duarte (2007), as simulações feitas em 2-D tem a terceira dimensão considerada unitária, conforme Sistema Internacional de medidas (SI).

Por este motivo os dados obtidos por NINE (1978) devem ser multiplicados por 20 a fim de obter a proporção de um metro de largura no freio simulado para 50 mm da largura utilizada nas chapas dos experimentos.

4.1.2 A MODELAGEM DO FREIO DE ESTAMPAGEM

Como mencionado nos capítulos anteriores, a ferramenta utilizada no estudo foi o *software* de solução explícita STAMPACK®.

O estudo inicia-se com a elaboração do modelo, no caso, o freio de estampagem em ambiente virtual. Esse modelo deve ser feito em um programa vetorial, que significa que as linhas que comportam o desenho são tratadas como vetores ou componentes paramétricos, baseado em entidades. No caso de um desenho, denomina-se entidade cada traço do conjunto. Neste tipo de programa, as dimensões e a própria geometria da peça são tratados como parâmetros para a construção do objeto. Assim, não há a preocupação de dimensionar o projeto no mesmo momento de sua criação, pois é possível modificar facilmente suas dimensões e relações quando for necessário.

O STAMPACK® apresenta um ambiente próprio de desenvolvimento, sendo possível realizar o desenho vetorial da peça ou estrutura desejada para a análise em elementos finitos. No entanto, por não ser um programa dedicado exclusivamente para modelagem virtual, ele apresenta algumas limitações, que foram supridas com a utilização do SolidEdge ST5.

O SolidEdge ST5 apresenta inúmeras funcionalidades para o desenho técnico de peças e estruturas em 2D e 3D. Neste trabalho, foi utilizado o ambiente 2D do programa, conhecido como *Draft*, por apresentarem maiores recursos e funcionalidades que facilitaram a elaboração dos freios de estampagem.

A Figura 36 apresenta um exemplo de como o freio foi desenhado neste *software*.

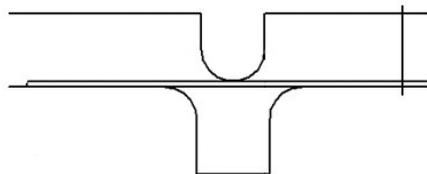


Figura 36 – Freio de estampagem desenhado no *software* SolidEdge ST5

Em cada caso, foram modificadas as variáveis geométricas do modelo, que foram utilizadas no estudo e estão representadas na EPG.

4.2 UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE STAMPACK

A finalidade do projeto é prever, utilizando uma equação, qual a força de retenção (FR) de um freio de estampagem, com determinada geometria, sobre determinadas condições de materiais e processos.

O *software* possui muitas funções e pode ser aplicado a diversos estudos de conformação mecânica, como por exemplo:

- *Mechanical Forming*;
- *Hydro-forming*;
- *Stretch forming*;
- *Metal Packagin*.

A Figura 37 apresenta alguns exemplos destas aplicações.

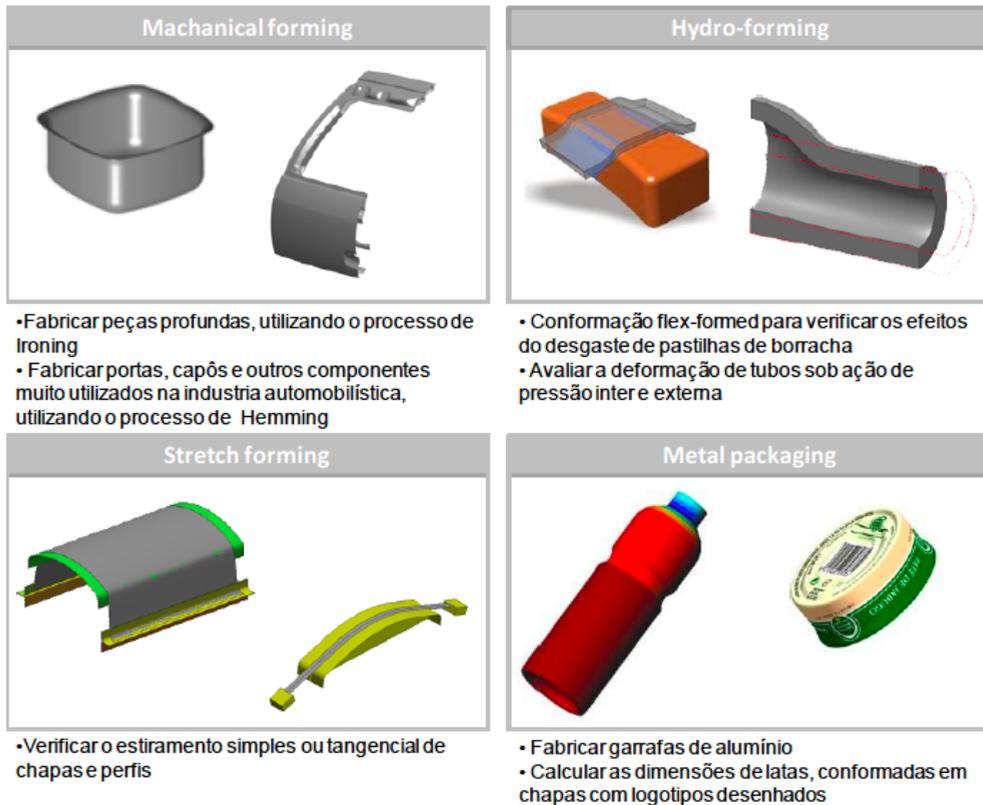


Figura 37 – Aplicações do STAMPACK®

Para o estudo dos freios, foi utilizada a função *Mechanical forming*, tendo em vista que a interação resume a conformação mecânica entre o freio e o chapa (*blank*).

4.2.1 IMPORTAÇÃO DA FIGURA

O processo de importação da peça consiste em importar o desenho para dentro do ambiente de edição e simulação do programa em EF. Este comando pode ser utilizado quando a peça a ser simulada é desenhada em um programa distinto.

Para efetivar a importação é necessário que o arquivo que representa a peça, no caso o freio, esteja salvo em uma das extensões compatíveis com as reconhecidas pelo *software*, que podem ser: o IGES (*Initial Graphics Exchange Specification*), o DXF (*Drawing Interchange Format* ou *Drawing Exchange Format*), Parasolid e VDA (*Verband der Automobilindustrie*).

Todas estas extensões foram criadas em diferentes épocas e por diferentes empresas para se possibilitar a comunicação de diferentes sistemas CAD (*Computer Aided Design*), CAM (*Computer Aided Manufacturing*) e CAE (*Computer Aided Engineering*).

Neste estudo, foram testadas as extensões IGES e DXF e com ambas a conversão e importação ocorreram perfeitamente, conforme mostrado na Figura 38.

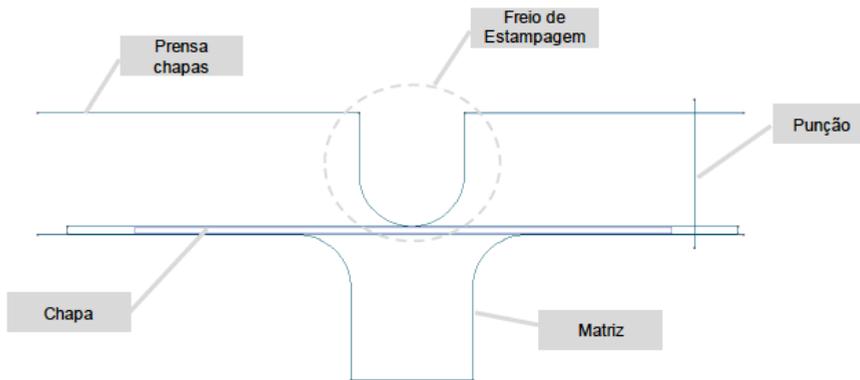


Figura 38 – Imagem do freio de estampagem importada para o software STAMPACK®

4.2.2 CONFIGURAÇÃO DAS VARIÁVEIS

Após a importação da figura, são configuradas todas as variáveis que serão processadas pelo *software*.

Esta etapa é iniciada com a definição da malha das ferramentas e da chapa. As ferramentas foram discretizadas com malhas não estruturadas (*unstructured mesh*) por erro cordal (*chordal error*). Essa opção pede a distância máxima entre o elemento gerado e a geometria e os limites de tamanho. A Figura 39 mostra um

exemplo de malha não estruturada.

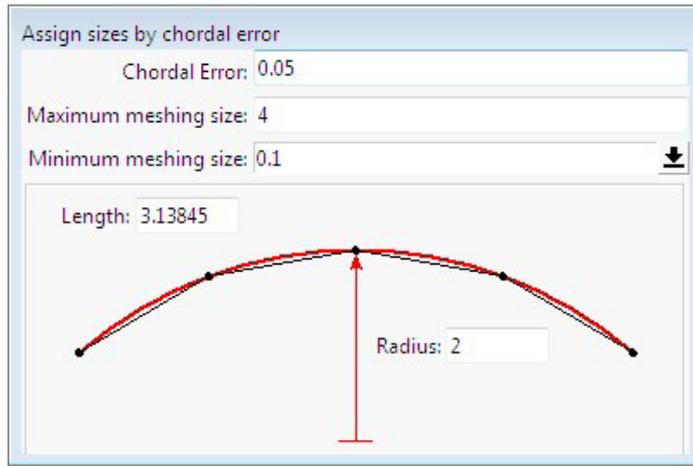


Figura 39 – Malha não estruturada discretizada por erro cordal

Foi utilizado para o problema o erro cordal de 0.1 e tamanho da malha igual a 1.65. Vale salientar que quanto menor o erro cordal e o tamanho do elemento, maior a precisão no contorno da ferramenta, porém, maior será a quantidade de nós e conseqüentemente maior será o tempo de cálculo.

A chapa foi discretizada pelo método de malha estruturada (*structured mesh*), com geometria retangular. Neste tipo de malha, os intervalos entre nós adjacentes nas direções x e y são constantes.

Em uma malha estruturada a numeração dos volumes (ou elementos) segue uma estrutura fixa onde o número de cada volume é consecutivo ao seu vizinho, conforme demonstra a Figura 40.

1	13	23	31	37
2	14	24	32	38
3	15	25	33	39
4	16	26	34	40
5	17	27	35	36
6	18	28	29	30
7	19	20	21	22
8	9	10	11	12

Figura 40 – Malha estruturada retangular

Como se pode observar na Figura 40, a primeira camada de volumes está numerada consecutivamente e assim por diante para as camadas (na direção radial) mais internas. Dessa forma todos os vizinhos de cada volume são conhecidos e obtidos de modo simples, por uma conta algébrica trivial.

Por exemplo, para o volume 14: o vizinho radial externo é $14-12=2$; o vizinho de um lado é $14-1=13$ e do outro é $14+1=15$. E isso vale para qualquer outro elemento da malha. O fato de numerar logicamente os elementos através de expressões simples traz vantagens na hora de programar um código, como menor quantidade de acessos a memória, o que traz agilidade à resolução do problema. Mas vale ressaltar que fazer uma malha estruturada não é uma tarefa simples e esta passa a ser uma vantagem da malha não estruturada em que, para geometrias complexas, consegue-se gerar uma malha com relativa facilidade.

Para a chapa foi utilizada a divisão de 160 elementos no comprimento (eixo x) e 3 elementos na espessura (eixo y). A Figura 41 mostra como a representação do conjunto discretizado.

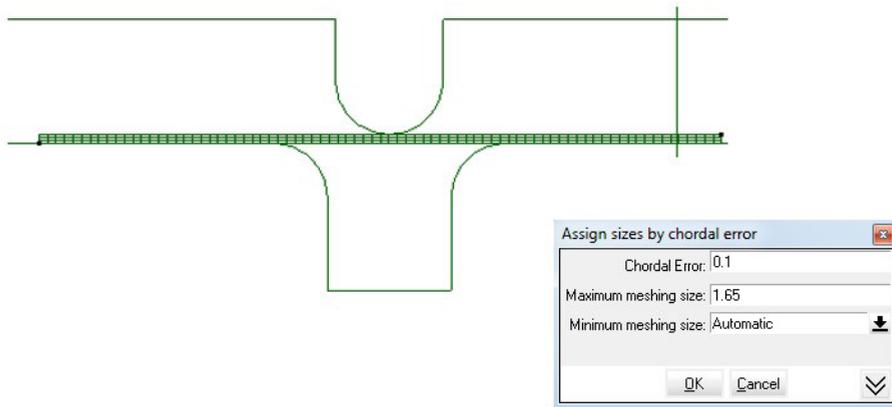


Figura 41 – Freio de estampagem discretizado

Como citado anteriormente, utilizou-se o processo de conformação mecânica (*Mechanical Forming*), sendo esta a função adequada para avaliar o problema proposto.

A definição das características do material da chapa é um passo muito importante, tendo em vista que apresentam influência direta na resposta obtida e logo na construção da EPG.

Para a simulação foram especificadas e variadas, caso a caso, as variáveis geométricas de materiais e de processos. A Figura 42 apresenta um exemplo, da tela de propriedades mecânicas dos materiais, que foram configurados no STAMPAK®.

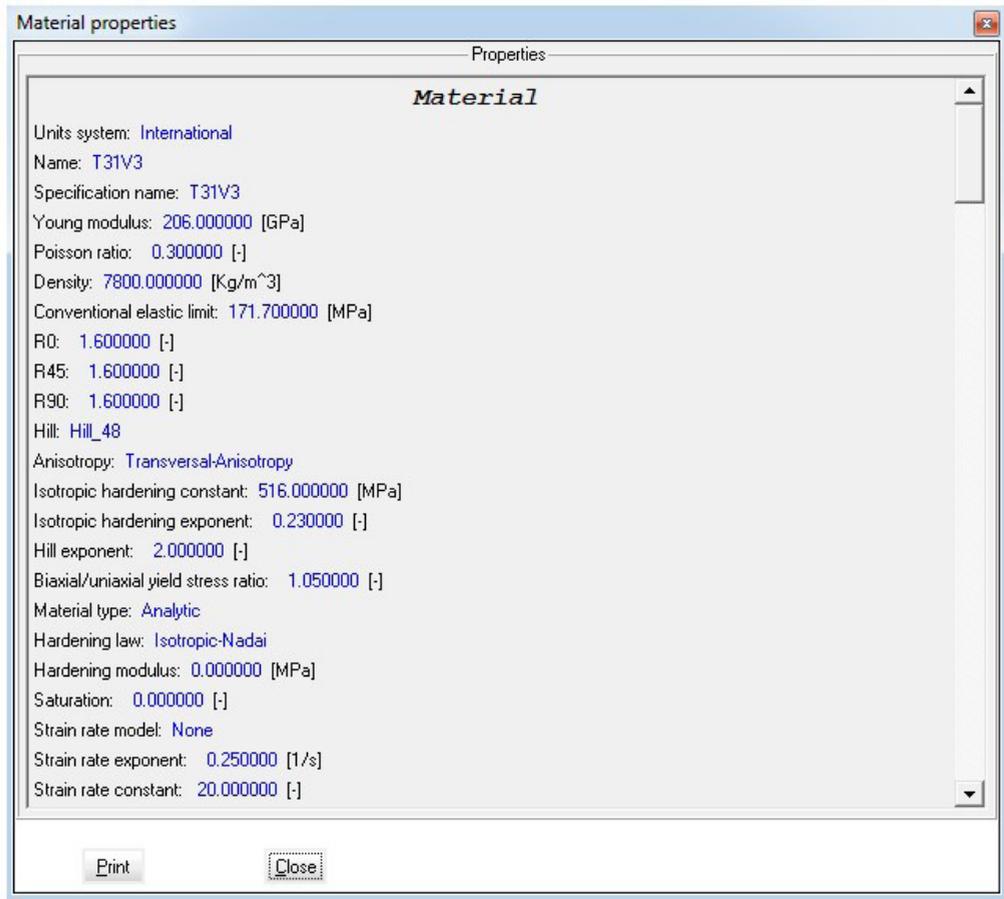


Figura 42 – Valores das propriedades mecânicas da chapa metálica, adotados em uma simulação típica (STAMPACK®)

Por fim são configuradas as variáveis de processo, tais como:

- Caminho das ferramentas (mm);
- Atrito dinâmico e estático entre os pares de contato;
- Velocidade do prensa- chapas (mm/s); • Velocidade de punção (mm/s).

Os passos para a execução do modelo podem ser resumidos em: Desenhar e importar a geometria da peça que será analisada, discretizar a chapa e as ferramentas e inserir os parâmetros de materiais, já citados e os de processos como, por exemplo: atrito, velocidade do punção e do prensa-chapas e o amortecimento.

Após seguir estes passos, o modelo é simulado e o *software* calcula o deslocamento de cada nó do conjunto, neste caso, do freio estudado. A partir daí, muitos resultados podem ser obtidos na fase de pós-processamento da simulação.

4.2.3 RESULTADOS DA SIMULAÇÃO

Após realizar as etapas de pré-processamento e processamento do modelo em EF, descrito anteriormente, é obtida a solução do problema na etapa de pós-processamento.

Diversos resultados podem ser visualizados pelo programa em EF, tais como: pontos de tensão por gráficos de calor; velocidade de deslocamento dos pontos; força de contato entre as partes; velocidade e aceleração das deformações, entre outros. Além disto, configurando a quantidade de quadros (*snapshots* da tela, que juntos compõem os *frames* de animação do vídeo) é possível fazer a visualização animada do fenômeno simulado, observando-se o comportamento da simulação no tempo. A Figura 43 apresenta a visualização, por mapa de calor, da variação da espessura da chapa, conformada por um freio de estampagem simulado no STAMPACK®.

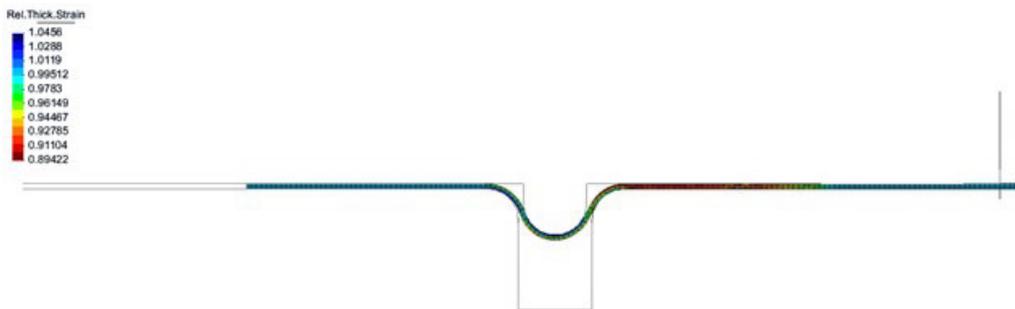


Figura 43 – Pró-processamento do freio de estampagem

Este tipo de visualização é muito útil, pois é possível notar de forma rápida, os casos em que a conformação não ocorre como esperado. Por exemplo, quando a carga da prensa não é suficiente para conformar todo o material para dentro da matriz, deformando o mesmo, parcialmente. Como consequência, o freio pode ser levantado pela chapa tracionada, que sairá de dentro da matriz, anulando a ação do freio na estampagem. Desta forma, torna-se mais fácil e rápido, entender determinados problemas simulados, como trincas e rugas que afetam o acabamento superficial da peça.

5

CAPÍTULO

DESENVOLVIMENTO DA EQUAÇÃO PREDITIVA GERAL (EPG)

O objetivo deste capítulo é descrever os passos seguidos para a obtenção da EPG, desde: a validação inicial de um modelo em EF, comparando os dados obtidos pelas simulações computacionais e experimentais; a definição das variáveis investigadas e consideradas no estudo; e a definição dos π -termos, estabelecidos na teoria de similitude.

5.1 VALIDAÇÕES DO MODELO EM ELEMENTOS FINITOS

Um passo essencial do trabalho está na validação do modelo simulado, com o comportamento medido na prática, ou seja, observar qual a precisão dos resultados das simulações quando comparados aos resultados reais.

Primeiramente, cada um dos dezenove testes de freios descritos por NINE (1978), apresentados na Tabela 6, foram desenhados e importados para o STAMPACK®, conforme descrito na seção anterior, com o objetivo de se ter na simulação, as mesmas características geométricas utilizadas nos experimentos práticos, feitos em laboratório, conforme indica a Figura 44.

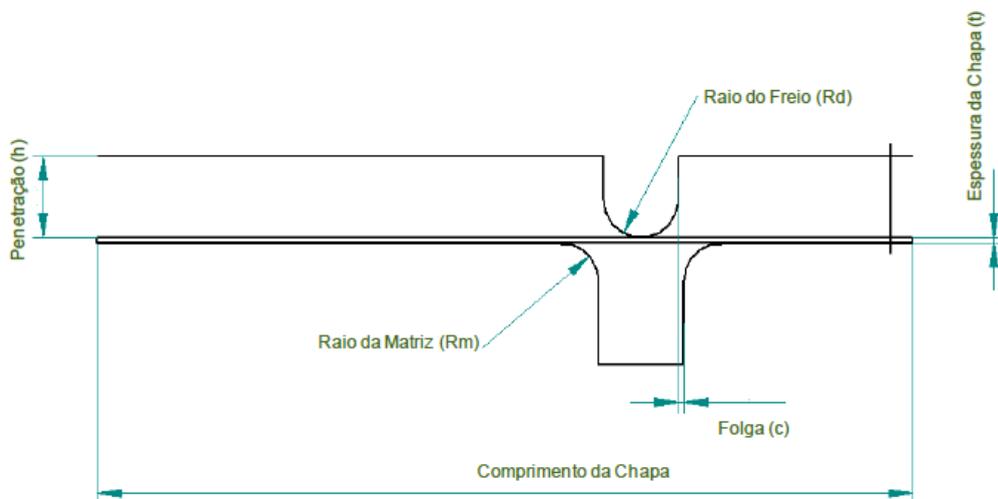


Figura 44 – Geometria dos freios de estampagem

Experimentalmente, NINE (1978) utilizou um freio com 400mm de comprimento e 50mm de largura, que no modelo 2D, por análise dimensional, está sendo considerada como grandeza unitária.

Como o tempo de simulação está diretamente associado a quantidade de elementos da peça discretizada, foi investigada a influência do comprimento da chapa, com o intuito de se reduzir o tempo de processamento para execução dos cálculos, tendo em vista, que quanto maior a largura da chapa, maior deverá ser o número de elementos do modelo.

Por meio das simulações, observou-se que o tamanho da chapa não alterou os resultados obtidos para a FR, desde que, toda a superfície deformada da chapa esteja em constante contato com o freio. O comprimento da chapa foi adotada

em 100 mm para todas as simulações, tendo em vista, que este tamanho foi suficiente para a chapa inteira ficar conformada ao redor do freio e ser puxada por uma distancia de 30 mm, distância considerada suficiente para a força estabilizar e ser medida com segurança.

Desta forma, foi respeitada a definição do *aspect ratio* apresentado pelo STAMPAK® (2003), que define que este valor deve estar entre 0,5 e 1. Utilizou-se na validação e demais simulações, uma discretização de 160 elementos no comprimento da chapa e 3 elementos na espessura, fornecendo um *aspect ratio* próximo de 0,5, evitando-se problemas de convergência.

Conforme demonstrado por Duarte (2007), para os parâmetros tempo crítico e amortecimento, não há influência relevante no valor de FR com importância tal que merecesse um ajuste diferente daquele utilizado automaticamente pelo código para o tempo crítico. Desta maneira, assumiu-se o valor de 0.00010 s, para o tempo crítico e 0.01 s, para um amortecimento de amplitude igual a 5 mm.

Os demais parâmetros geométricos, de materiais e de processo, foram variados a cada teste, reproduzindo, no modelo em EF, as condições experimentais propostas. A Tabela 6 apresenta estes dados. Em especial, a lei de encruamento foi modificada conforme o material simulado, respeitando os referenciais teóricos, citados na secção 3.3.6 deste trabalho, que define Voce como a lei mais apropriada para descrever o comportamento plástico do alumínio e Luduwik- Nadai para os aços.

Tabela 6 – Parâmetros utilizados experimentalmente, (NINE 1978)

Teste	t (mm)	Rd (mm)	n	E (Mpa)	K (MPa)	Sy (Mpa)	m	Rm (mm)	h (mm)	FP (kN)
1	0,81	5,5	0,26	70.967	643	192,9	0,20	5,5	11,81	72
2	0,81	5,5	0,26	70.967	643	192,9	0,04	5,5	11,81	58
3	0,81	5,5	0,26	70.967	643	192,9	0,07	5,5	11,81	66
4	0,89	5,5	0,24	70.967	643	192,9	0,001	5,5	11,89	56
5	0,89	5,5	0,24	70.967	643	192,9	0,17	5,5	11,89	96
6	0,89	5,5	0,24	70.967	643	192,9	0,07	5,5	11,89	70
7	0,89	5,5	0,24	70.967	643	192,9	0,08	5,5	11,89	68
8	0,76	5,5	0,18	206.000	576	171,7	0,001	5,5	11,76	60
9	0,76	5,5	0,18	206.000	576	171,7	0,21	5,5	11,76	84
10	0,76	5,5	0,18	206.000	576	171,7	0,08	5,5	11,76	68
11	0,86	5,5	0,23	206.000	559	171,7	0,001	5,5	11,86	70
12	0,86	5,5	0,23	206.000	559	171,7	0,07	5,5	11,86	84

13	0,99	5,5	0,19	206.000	519	171,7	0,2	5,5	11,99	116
14	0,76	5,5	0,24	206.000	529	171,7	0,07	5,5	11,76	68
15	0,86	5,5	0,21	206.000	491	171,7	0,001	5,5	11,86	64
16	0,86	5,5	0,21	206.000	491	171,7	0,17	5,5	11,86	96
17	0,97	5,5	0,23	206.000	529	171,7	0,001	5,5	11,97	80
18	0,97	5,5	0,23	206.000	529	171,7	0,18	5,5	11,97	116
19	0,97	5,5	0,23	206.000	529	171,7	0,06	5,5	11,97	98

Seguindo os passos descritos para realizar as simulações dos freios, e após o processamento dos cálculos, é fornecida a resposta através do gráfico que representa a Força no punção x Tempo, conforme mostra o exemplo da Figura 45.

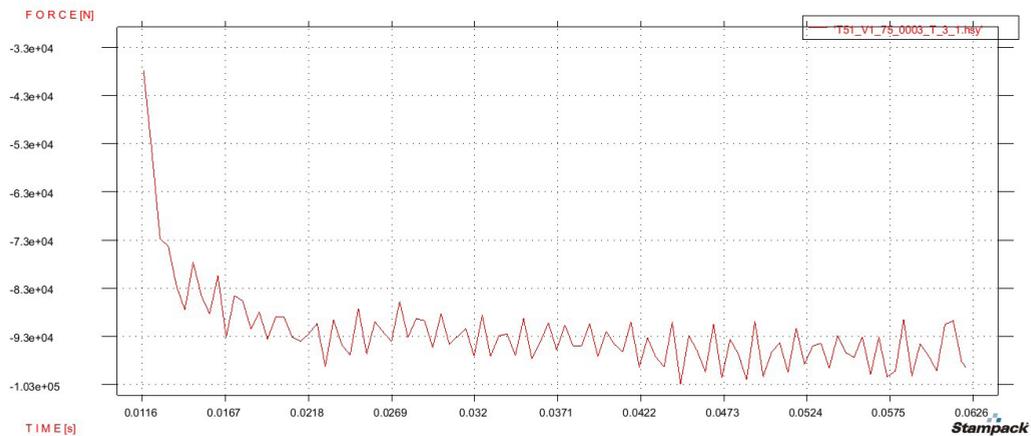


Figura 45 – Gráfico da Força de retenção do freio (N) x Tempo(s), em uma simulação feita no STAMPACK®

Com tais configurações, cada simulação levou por volta de 1 hora para ser concluída, em um computador Intel core I3-2100, com processador de 3.1GHz e 4GB de memória RAM (*Random Access Memory*). As respostas obtidas para cada teste estão representadas na Tabela 7.

Tabela 7 – Resultados obtidos para validação do modelo utilizado nas simulações com o STAMPACK®

TESTE	FR (NINE 1978)	FR STAMPACK®	DESVIO PERCENTUAL
1	94	95	1%
2	60	57	-5%
3	66	67	2%
4	64	62	-3%
5	114	107	-6%
6	80	75	-6%
7	80	80	0%
8	66	63	-5%
9	114	120	5%
10	78	78	0%
11	78	80	3%
12	98	99	1%
13	168	158	-6%
14	82	77	-6%
15	74	75	1%
16	128	122	-5%
17	100	94	-6%
18	160	150	-6%
19	114	115	1%

Visualizando os resultados, nota-se, que os modelos virtuais simulados, tiveram um desvio absoluto médio igual a 4% e máximo de 6%, quando comparados os valores obtidos em laboratório por Nine (1978). Este desvio pode ser considerado satisfatório, tendo em vista que a medida da FR nas simulações é feita por meio do gráfico representado pela Figura 45, adotandose um ponto médio dentro dos limites de máximo e mínimo da oscilação, quando a mesma se estabiliza. A variação da FR, medida pela distância entre os picos de oscilação é na grande maioria dos casos, muito maior que o desvio apresentado, ficando próximo a 20%.

5.2 DEFINIÇÃO DAS VARIÁVEIS

No desenvolvimento da equação preditiva geral (EPG), adotaram-se 12 variáveis, a serem relacionadas entre si, representadas na Tabela 8, incluindo-se a FR e a força do prensa-chapas (FP). Estas variáveis foram escolhidas, seguindo a mesma metodologia utilizada por DUARTE (2007), ou seja, através de um estudo de sensibilidade paramétrica.

Tabela 8 – Natureza de cada parâmetro

NATUREZA	PARÂMETRO	UNIDADE DE MEDIDA ADOTADA
Geométrico	Espessura da chapa (t)	mm
	Raio do freio (R_d)	
	Folga (c)	
	Raio da Matriz (R_m)	
	Penetração (h)	
Material	Expoente de encruamento (n)	Adimensional
	Módulo de Young (E)	MPa
	Constante de encruamento (K)	
	Limite convencional de elasticidade (S_y)	
Processo	Atrito (μ)	Adimensional
	Força do prensa-chapas (FP)	kN

De acordo com o Teorema Pi de Buckingham ou Π de Buckingham, estes parâmetros foram arranjados em nove grupos adimensionais, conhecidos como π -termos e em seguida investigados quanto a sua influência na FR, individualmente. Equações componentes para todos os π -termos foram estabelecidas e ajustadas para um mínimo de oito pontos simulados e posteriormente combinadas por multiplicação.

5.3 DEFINIÇÕES DOS π -TERMOS

Após a definição das variáveis mais importantes no cálculo da FR, são feitos os arranjos dos grupos adimensionais, denominados π -termos.

Seguindo a teorema de Buckingham, foram avaliadas a quantidade de π -termos necessários para compor a EPG, como segue:

$$s = n - b$$

$$s = 12 - 3$$

Onde 12 é o numero de variáveis adotadas no estudo e 3 são as dimensões envolvidas, neste caso, MLT.

$$s = 9$$

Desta forma, foram estabelecidos os nove π -termos, todos adimensionais, conforme descrito pela teoria. Cada um deles segue descrito na Tabela 9.

Tabela 9 – Descrição dos π -termos

π -TERMO	DESCRIÇÃO
$\pi_1 = \frac{FP}{FR}$	π_1 é a variável dependente da equação preditiva geral (EPG). $\pi_1 = C \cdot f_2(\pi_2) \cdot f_3(\pi_3) \cdot f_4(\pi_4) \cdot f_5(\pi_5) \cdot f_6(\pi_6) \cdot f_7(\pi_7) \cdot f_8(\pi_8) \cdot f_9(\pi_9)$, a qual relaciona a força de freio FR com a força do prensa-chapas, FP, ambas em KN. As funções f_i , $i= 2, 3, \dots, 9$, são as funções componentes que descrevem a contribuição à FR de cada π -termo.
$\pi_2 = \frac{t}{R_d}$	Razão entre a espessura da chapa (t) com relação ao raio do freio circular (R_d).
$\pi_3 = \mu$	Coefficiente de atrito entre as partes envolvidas no processo, no caso, chapa, freio, prensa- chapas e matriz.
$\pi_4 = n$	Expoente de encruamento do material utilizado.
$\pi_5 = \frac{E}{K}$	Razão entre o Módulo de Young do material da chapa e a constante de encruamento (K), ambos em MPa.
$\pi_6 = \frac{S_y}{K}$	Razão entre o limite convencional de escoamento S_y e a constante de encruamento, K, ambos em MPa.
$\pi_7 = \frac{h}{R_d}$	Relaciona a penetração do freio na matriz (h) com relação ao raio do freio circular (R_d), ambos em mm.
$\pi_8 = \frac{c}{R_d}$	Relaciona a folga horizontal (c) entre o freio e a chapa com o raio do freio circular (R_d), ambos em mm.
$\pi_9 = \frac{R_m}{R_d}$	Relaciona o raio de arredondamento da matriz (R_m) e o raio do freio circular (R_d), ambos em mm.

A constante C, pode ser assim descrita para mais de três π -termos:

$$C = \frac{1}{[(F(\pi_2, \pi_3, \pi_4, \dots, \pi_s))]^{s-2}} \tag{41}$$

Para nove π -termos, resulta:

$$C = \frac{1}{[(F(\overline{\pi_2}, \overline{\pi_3}, \overline{\pi_4}, \overline{\pi_5}, \overline{\pi_6}, \overline{\pi_7}, \overline{\pi_8}, \overline{\pi_9}))]^7} \quad (42)$$

Para a solução da EPG, requer a determinação das equações componentes respectivas para cada π -termo, o que se passa a determinar a seguir.

5.4 OBTENÇÃO DAS EQUAÇÕES COMPONENTES

Para se obter as equações componentes de cada um destes π -termos, primeiramente foram definidos os valores de cada parâmetro considerados constantes, conforme Tabela 10. Estes dados foram os mesmos escolhidos por Duarte (2007), que os justifica pelo fato de serem estes os valores experimentais utilizados nos primeiros ajustes do modelo em EF.

Tabela 10 – Valores adotados para cada parâmetro

π -TERMO	VALORES ADOTADOS PARA CADA PARÂMETROS	VALOR DO π -TERMO
$\pi_1 = \frac{FP}{FR}$	⇒ $\frac{\text{Constante}}{\text{Solução do modelo}}$	= π_1 é a variável dependente da equação.
$\pi_2 = \frac{t}{R_d}$	⇒ $\frac{0,76}{4,75}$	= 0,16
$\pi_3 = \mu$	⇒ 0,17	= 0,17
$\pi_4 = n$	⇒ 0,23	= 0,23
$\pi_5 = \frac{E}{K}$	⇒ $\frac{206.000}{516}$	= 400
$\pi_6 = \frac{S_y}{K}$	⇒ $\frac{171,7}{516}$	= 0,33
$\pi_7 = \frac{h}{R_d}$	⇒ $\frac{7,70}{4,75}$	= 1,62
$\pi_8 = \frac{c}{R_d}$	⇒ $\frac{0,76}{4,75}$	= 0,16
$\pi_9 = \frac{R_m}{R_d}$	⇒ $\frac{4,75}{4,75}$	= 1

Estes parâmetros foram agrupados, formando cada um dos π -termos definidos anteriormente.

Variando-se apenas um dos π -termos isoladamente, enquanto os demais se mantinham constantes, em um número mínimo de oito valores distintos e igualmente distribuídos dentro do intervalo de validade, avaliou-se a contribuição de cada π -termo na resposta da FR. Com estes resultados foi possível ajustar uma função relacionando π_1 com os demais π -termos, já que FP era conhecida e permaneceu constante em todas as situações. A função foi escolhida, de forma a se obter a melhor correlação possível da curva com os pontos obtidos.

A Tabela 11 apresenta os valores utilizados para cada parâmetro nas simulações, para a obtenção das equações componentes.

Tabela 11 – Valores simulados

Teste	t (mm)	Rd (mm)	C (mm)	n	E (MPa)	K (MPa)	S' (MPa)	μ	Rm (mm)	h (mm)
1	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	171,7	0,17	4,75	7,70
2	0,76	5,00	0,80	0,23	206.000	516	171,7	0,17	5,00	8,11
3	0,76	5,50	0,88	0,23	206.000	516	171,7	0,17	5,50	8,92
4	0,76	6,00	0,96	0,23	206.000	516	171,7	0,17	6,00	9,73
5	0,76	6,50	1,04	0,23	206.000	516	171,7	0,17	6,50	10,54
6	0,76	7,00	1,12	0,23	206.000	516	171,7	0,17	7,00	11,35
7	0,76	8,00	1,28	0,23	206.000	516	171,7	0,17	8,00	12,97
8	0,76	9,00	1,44	0,23	206.000	516	171,7	0,17	9,00	14,59
9	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	171,7	0,00	4,75	7,70
10	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	171,7	0,01	4,75	7,70
11	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	171,7	0,05	4,75	7,70
12	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	171,7	0,10	4,75	7,70
13	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	171,7	0,15	4,75	7,70
14	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	171,7	0,20	4,75	7,70
15	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	171,7	0,25	4,75	7,70
16	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	171,7	0,30	4,75	7,70
17	0,76	4,75	0,76	0,10	206.000	516	171,7	0,17	4,75	7,70
18	0,76	4,75	0,76	0,15	206.000	516	171,7	0,17	4,75	7,70
19	0,76	4,75	0,76	0,17	206.000	516	171,7	0,17	4,75	7,70
20	0,76	4,75	0,76	0,22	206.000	516	171,7	0,17	4,75	7,70

21	0,76	4,75	0,76	0,25	206.000	516	171,7	0,17	4,75	7,70
22	0,76	4,75	0,76	0,30	206.000	516	171,7	0,17	4,75	7,70
23	0,76	4,75	0,76	0,35	206.000	516	171,7	0,17	4,75	7,70
24	0,76	4,75	0,76	0,40	206.000	516	171,7	0,17	4,75	7,70
25	0,76	4,75	0,76	0,45	206.000	516	171,7	0,17	4,75	7,70
26	0,76	4,75	0,76	0,23	25.000	516	171,7	0,17	4,75	7,70
27	0,76	4,75	0,76	0,23	50.000	516	171,7	0,17	4,75	7,70
28	0,76	4,75	0,76	0,23	70.000	516	171,7	0,17	4,75	7,70
29	0,76	4,75	0,76	0,23	90.000	516	171,7	0,17	4,75	7,70
30	0,76	4,75	0,76	0,23	120.000	516	171,7	0,17	4,75	7,70
31	0,76	4,75	0,76	0,23	140.000	516	171,7	0,17	4,75	7,70
32	0,76	4,75	0,76	0,23	170.000	516	171,7	0,17	4,75	7,70
33	0,76	4,75	0,76	0,23	190.000	516	171,7	0,17	4,75	7,70
34	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	171,7	0,17	4,75	7,70
35	0,76	4,75	0,76	0,23	210.000	516	171,7	0,17	4,75	7,70
36	0,76	4,75	0,76	0,23	250.000	516	171,7	0,17	4,75	7,70
37	0,76	4,75	0,76	0,23	300.000	516	171,7	0,17	4,75	7,70
38	0,76	4,75	0,76	0,23	350.000	516	171,7	0,17	4,75	7,70
39	0,76	4,75	0,76	0,23	400.000	516	171,7	0,17	4,75	7,70
40	0,76	4,75	0,76	0,23	450.000	516	171,7	0,17	4,75	7,70
41	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	20,0	0,17	4,75	7,70
42	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	50,0	0,17	4,75	7,70
43	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	175,0	0,17	4,75	7,70
44	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	250,0	0,17	4,75	7,70
45	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	500,0	0,17	4,75	7,70
46	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	600,0	0,17	4,75	7,70
47	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	750,0	0,17	4,75	7,70
48	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	900,0	0,17	4,75	7,70
49	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	1000,0	0,17	4,75	7,70
50	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	1100,0	0,17	4,75	7,70
51	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	1250,0	0,17	4,75	7,70
52	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	1500,0	0,17	4,75	7,70
53	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	2100,0	0,17	4,75	7,70
54	0,77	4,75	0,77	0,22	206.000	516	171,7	0,17	4,75	5,00
55	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	171,7	0,17	4,75	6,00

56	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	171,7	0,17	4,75	7,00
57	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	171,7	0,17	4,75	8,00
58	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	171,7	0,17	4,75	9,00
59	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	171,7	0,17	4,75	10,00
60	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	171,7	0,17	4,75	11,00
61	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	171,7	0,17	4,75	12,00
62	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	171,7	0,17	4,75	7,70
63	0,76	4,75	1,00	0,23	206.000	516	171,7	0,17	4,75	7,70
64	0,76	4,75	1,25	0,23	206.000	516	171,7	0,17	4,75	7,70
65	0,76	4,75	0,90	0,23	206.000	516	171,7	0,17	4,75	7,70
66	0,76	4,75	1,10	0,23	206.000	516	171,7	0,17	4,75	7,70
67	0,76	4,75	1,20	0,23	206.000	516	171,7	0,17	4,75	7,70
68	0,76	4,75	1,30	0,23	206.000	516	171,7	0,17	4,75	7,70
69	0,76	4,75	1,42	0,23	206.000	516	171,7	0,17	4,75	7,70
70	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	171,7	0,17	2,00	7,70
71	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	171,7	0,17	3,00	7,70
72	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	171,7	0,17	4,00	7,70
73	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	171,7	0,17	5,00	7,70
74	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	171,7	0,17	6,00	7,70
75	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	171,7	0,17	7,00	7,70
76	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	171,7	0,17	8,00	7,70
77	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	171,7	0,17	8,50	7,70

Os parâmetros foram combinados para a obtenção dos seguintes π -termos, apresentados na Tabela 12.

Tabela 12 – Obtenção dos pontos para os π -termos

Teste	π_2	π_3	π_4	π_5	π_6	π_7	π_8	π_9
1	0,16	0,17	0,23	399	0,33	1,62	0,16	1,00
2	0,15	0,17	0,23	399	0,33	1,62	0,16	1,00
3	0,14	0,17	0,23	399	0,33	1,62	0,16	1,00
4	0,13	0,17	0,23	399	0,33	1,62	0,16	1,00
5	0,12	0,17	0,23	399	0,33	1,62	0,16	1,00
6	0,11	0,17	0,23	399	0,33	1,62	0,16	1,00
7	0,10	0,17	0,23	399	0,33	1,62	0,16	1,00
8	0,08	0,17	0,23	399	0,33	1,62	0,16	1,00
9	0,16	0,001	0,23	399	0,33	1,62	0,16	1,00
10	0,16	0,01	0,23	399	0,33	1,62	0,16	1,00
11	0,16	0,05	0,23	399	0,33	1,62	0,16	1,00
12	0,16	0,10	0,23	399	0,33	1,62	0,16	1,00
13	0,16	0,15	0,23	399	0,33	1,62	0,16	1,00
14	0,16	0,20	0,23	399	0,33	1,62	0,16	1,00
15	0,16	0,25	0,23	399	0,33	1,62	0,16	1,00
16	0,16	0,30	0,23	399	0,33	1,62	0,16	1,00
17	0,16	0,17	0,10	399	0,33	1,62	0,16	1,00
18	0,16	0,17	0,15	399	0,33	1,62	0,16	1,00
19	0,16	0,17	0,17	399	0,33	1,62	0,16	1,00
20	0,16	0,17	0,22	399	0,33	1,62	0,16	1,00
21	0,16	0,17	0,25	399	0,33	1,62	0,16	1,00
22	0,16	0,17	0,30	399	0,33	1,62	0,16	1,00
23	0,16	0,17	0,35	399	0,33	1,62	0,16	1,00
24	0,16	0,17	0,40	399	0,33	1,62	0,16	1,00
25	0,16	0,17	0,45	399	0,33	1,62	0,16	1,00
26	0,16	0,17	0,23	48	0,33	1,62	0,16	1,00
27	0,16	0,17	0,23	97	0,33	1,62	0,16	1,00
28	0,16	0,17	0,23	136	0,33	1,62	0,16	1,00
29	0,16	0,17	0,23	174	0,33	1,62	0,16	1,00
30	0,16	0,17	0,23	233	0,33	1,62	0,16	1,00
31	0,16	0,17	0,23	271	0,33	1,62	0,16	1,00
32	0,16	0,17	0,23	329	0,33	1,62	0,16	1,00
33	0,16	0,17	0,23	368	0,33	1,62	0,16	1,00
34	0,16	0,17	0,23	399	0,33	1,62	0,16	1,00
35	0,16	0,17	0,23	407	0,33	1,62	0,16	1,00
36	0,16	0,17	0,23	484	0,33	1,62	0,16	1,00
37	0,16	0,17	0,23	581	0,33	1,62	0,16	1,00
38	0,16	0,17	0,23	678	0,33	1,62	0,16	1,00
39	0,16	0,17	0,23	775	0,33	1,62	0,16	1,00
40	0,16	0,17	0,23	872	0,33	1,62	0,16	1,00

41	0,16	0,17	0,23	399	0,04	1,62	0,16	1,00
42	0,16	0,17	0,23	399	0,10	1,62	0,16	1,00
43	0,16	0,17	0,23	399	0,34	1,62	0,16	1,00
44	0,16	0,17	0,23	399	0,48	1,62	0,16	1,00
45	0,16	0,17	0,23	399	0,97	1,62	0,16	1,00
46	0,16	0,17	0,23	399	1,16	1,62	0,16	1,00
47	0,16	0,17	0,23	399	1,45	1,62	0,16	1,00
48	0,16	0,17	0,23	399	1,74	1,62	0,16	1,00
49	0,16	0,17	0,23	399	1,94	1,62	0,16	1,00
50	0,16	0,17	0,23	399	2,13	1,62	0,16	1,00
51	0,16	0,17	0,23	399	2,42	1,62	0,16	1,00
52	0,16	0,17	0,23	399	2,91	1,62	0,16	1,00
53	0,16	0,17	0,23	399	4,07	1,62	0,16	1,00
54	0,16	0,17	0,22	399	0,33	1,05	0,16	1,00
55	0,16	0,17	0,23	399	0,33	1,26	0,16	1,00
56	0,16	0,17	0,23	399	0,33	1,47	0,16	1,00
57	0,16	0,17	0,23	399	0,33	1,68	0,16	1,00
58	0,16	0,17	0,23	399	0,33	1,89	0,16	1,00
59	0,16	0,17	0,23	399	0,33	2,11	0,16	1,00
60	0,16	0,17	0,23	399	0,33	2,32	0,16	1,00
61	0,16	0,17	0,23	399	0,33	2,53	0,16	1,00
62	0,16	0,17	0,23	399	0,33	1,62	0,16	1,00
63	0,16	0,17	0,23	399	0,33	1,62	0,21	1,00
64	0,16	0,17	0,23	399	0,33	1,62	0,26	1,00
65	0,16	0,17	0,23	399	0,33	1,62	0,19	1,00
66	0,16	0,17	0,23	399	0,33	1,62	0,23	1,00
67	0,16	0,17	0,23	399	0,33	1,62	0,25	1,00
68	0,16	0,17	0,23	399	0,33	1,62	0,27	1,00
69	0,16	0,17	0,23	399	0,33	1,62	0,30	1,00
70	0,16	0,17	0,23	399	0,33	1,62	0,16	0,42
71	0,16	0,17	0,23	399	0,33	1,62	0,16	0,63
72	0,16	0,17	0,23	399	0,33	1,62	0,16	0,84
73	0,16	0,17	0,23	399	0,33	1,62	0,16	1,05
74	0,16	0,17	0,23	399	0,33	1,62	0,16	1,26
75	0,16	0,17	0,23	399	0,33	1,62	0,16	1,47
76	0,16	0,17	0,23	399	0,33	1,62	0,16	1,68
77	0,16	0,17	0,23	399	0,33	1,62	0,16	1,79

Os intervalos para cada π -termo foram definidos de forma a se ter uma maior abrangência dos valores comerciais, principalmente para materiais, daqueles já estudados por Duarte (2007). A Tabela 13 apresenta estes valores arredondados.

Tabela 13 – Intervalo de validade de cada parâmetro

π -TERMO	DESCRIÇÃO	INTERVALO DE VALIDADE
$\pi_1 = \frac{FP}{FR}$	π_1 é a variável dependente da equação preditiva geral (EPG) FP foi adotado constante para todas as simulações efetuadas.	-
$\pi_2 = \frac{t}{R_d}$	Neste termo, t foi mantido constante, enquanto R_d foi variado de 4,75 a 9,0 mm.	$0,08 \leq \pi_2 \leq 0,17$
$\pi_3 = \mu$	O coeficiente de atrito (μ), foi variado de 0,001 até 0,30, abrangendo os valores mais recorrentes na prática, incluindo os freios rolantes utilizados por NINE (1978).	$\pi_3 \leq 0,30$
$\pi_4 = n$	Os limites do expoente de encruamento, também foram estabelecidos com base nos valores mais usuais para os tipos de materiais utilizados nestes processos de estampagem.	$0,10 \leq \pi_4 \leq 0,45$
$\pi_5 = \frac{E}{K}$	Os limites de validade para este grupo adimensional foram estabelecidos para os menores valores usuais de E dos alumínio até os maiores valores desta propriedade mecânica para os aços, mantendo-se constante o valor de K igual a 516 MPa.	$50 \leq \pi_5 \leq 880$
$\pi_6 = \frac{S_y}{K}$	Os limites deste grupo adimensional foram estabelecidos de forma a abranger os valores mais usuais para os tipos de materiais utilizados nestes processos de estampagem.	$0,04 \leq \pi_6 \leq 4,1$
$\pi_7 = \frac{h}{R_d}$	Os limites para este π -termo foram determinados a fim de se investigar os parâmetros geométricos, já estudados por Duarte (2007). Para isto, R_d foi mantido constante e h variado de 4,75 a 12.	$1,0 \leq \pi_7 \leq 2,6$
$\pi_8 = \frac{c}{R_d}$	Para este termo R_d foi mantido constante e a folga foi variada de 0,76 a 1,5.	$0,15 \leq \pi_8 \leq 0,30$
$\pi_9 = \frac{R_m}{R_d}$	Os limites para estes parâmetros também foram obtidos para as geometrias mais comuns nas estampagens de chapas metálicas.	$0,40 \leq \pi_9 \leq 1,80$

Feitas as devidas simulações, com os intervalos definidos para cada parâmetro, foram obtidas as equações componentes que relacionam π_1 com os demais π -termos.

Duas curvas foram obtidas para cada π - termo, variando-se apenas FP para cada uma delas, com a intenção de se verificar a diferença das respostas fornecidas por cada uma delas. Esta comparação poderá ser observada na seção seguinte deste trabalho.

Com um mínimo de oito pontos simulados para cada π -termo, foram obtidas as seguintes equações componentes, conforme demonstram as Figuras 46 a 53.

- **Equação componente para π_2 .**

Representação de π_1 conforme o termo π_2 foi variado. Como resultados pode-se observar a curva das equações componentes para as simulações feitas com FP igual a 50 kN e 100 kN.

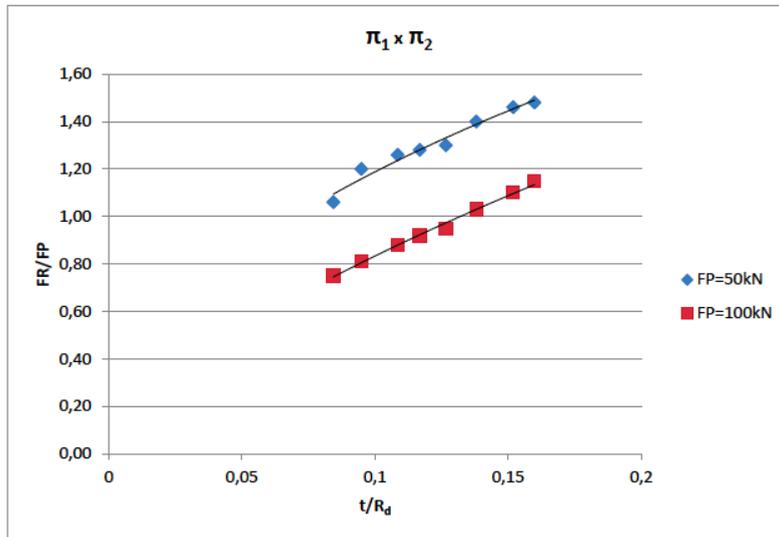


Figura 46 – Gráfico com resultado das simulações para π_1 x π_2

Curva	Equação	R ²
◆	$f(x) = 3,6133x^{0,483}$	0,9608
■	$f(x) = 3,7784x^{0,6565}$	0,9944

- Equação componente para π_3 .
Representação de π_1 conforme o termo π_3 foi variado.

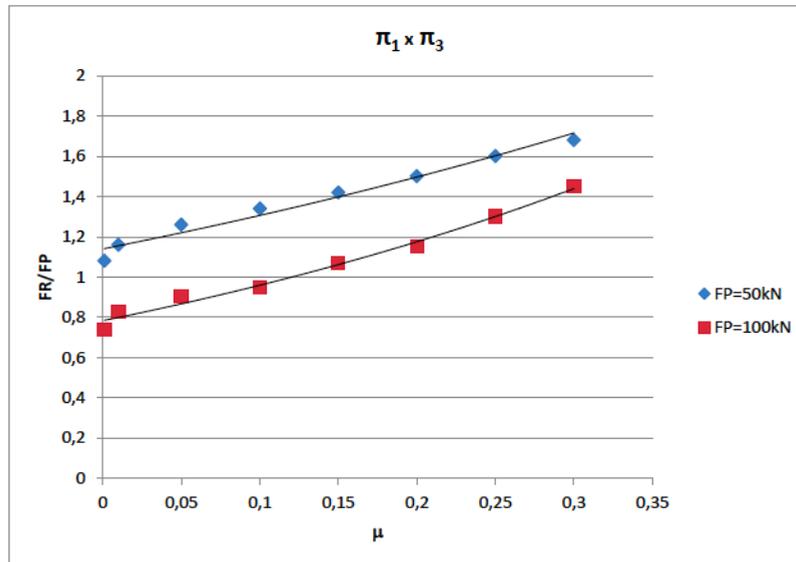


Figura 47 – Gráfico com resultado das simulações para $\pi_1 \times \pi_3$

Curva	Equação	R ²
◆	$f(x) = 1,1399e^{1,2621x}$	0,9674
■	$f(x) = 0,7833e^{2,029x}$	0,9805

- Equação componente para π_4 .
 Representação de π_1 conforme o termo π_4 foi variado.

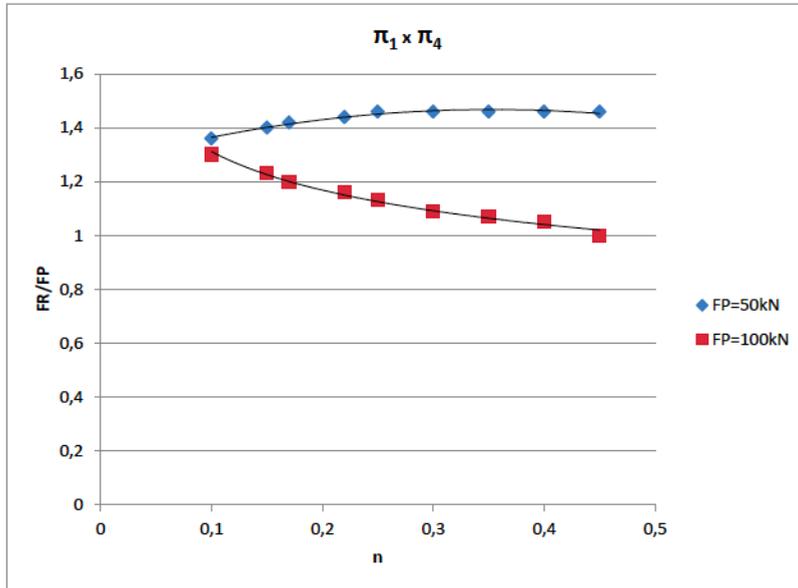


Figura 48 – Gráfico com resultado das simulações para $\pi_1 \times \pi_4$

Curva	Equação	R ²
◆	$f(x) = -1,614x^2 + 1,1407x + 1,2667$	0,9715
■	$f(x) = 0,8925x^{-0,167}$	0,9874

- Equação componente para π_5 .
 Representação de π_1 conforme o termo π_5 foi variado.

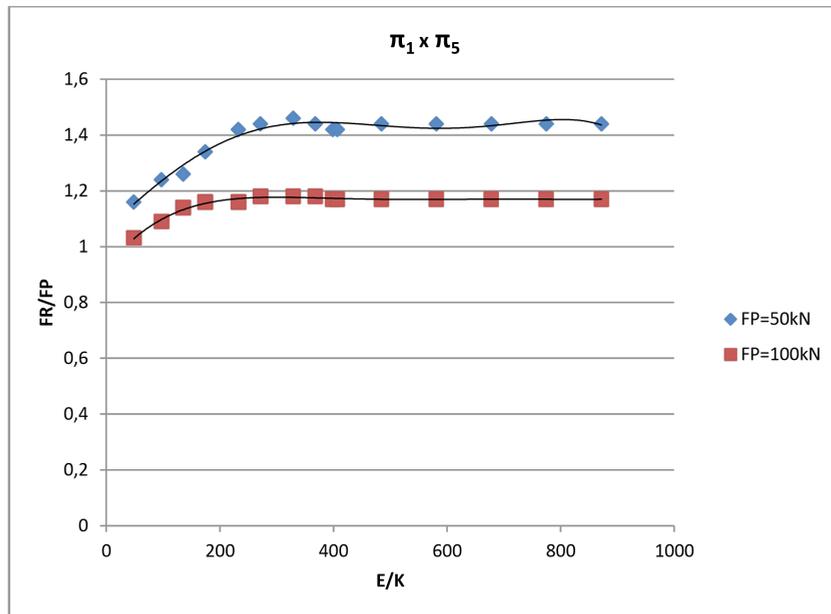


Figura 49 – Gráfico com resultado das simulações para π_1 x π_5

Curva	Equação	R ²
◆	$f(x) = -1E - 14x^5 + 3E - 11x^4 - 2E - 8x^3 + 1E - 6x^2 + 0,0018x + 1,0069$	0,9657
■	$f(x) = 5E - 15x^5 - 2E - 11x^4 + 2E - 8x^3 - 1E - 5x^2 + 0,0026x + 0,9234$	0,9851

- Equação componente para π_6 .
 Representação de π_1 conforme o termo π_6 foi variado.

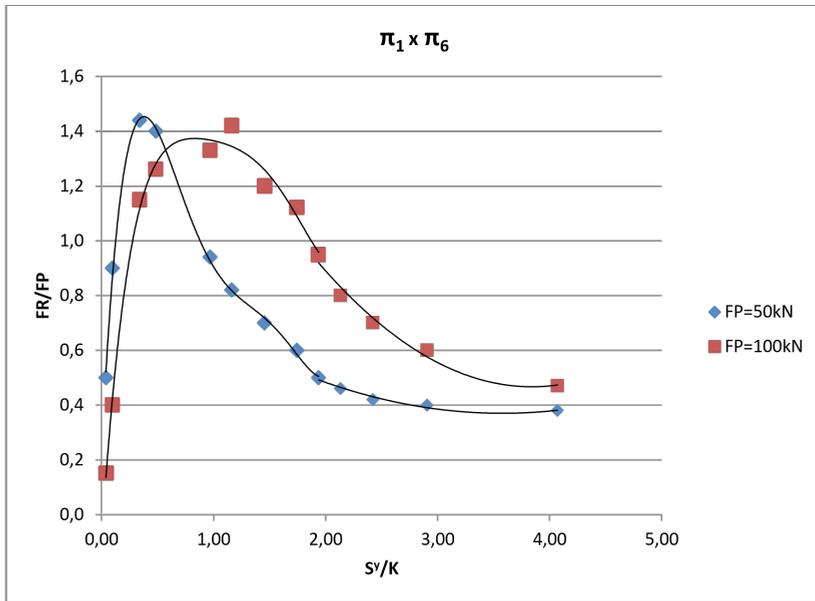


Figura 50 – Gráfico com resultado das simulações para $\pi_1 \times \pi_6$

Curva	Equação	R ²
◆	$f(x) = 1,215x^5 - 7,5678x^4 + 17,713x^3 - 18,929x^2 + 8,2416x + 0,2311$	0,9957
■	$f(x) = 0,6102x^5 - 3,781x^4 + 9,0115x^3 - 10,668x^2 + 6,2844x + 0,0917$	0,9865

- Equação componente para π_7 .
 Representação de π_1 conforme o termo π_7 foi variado.

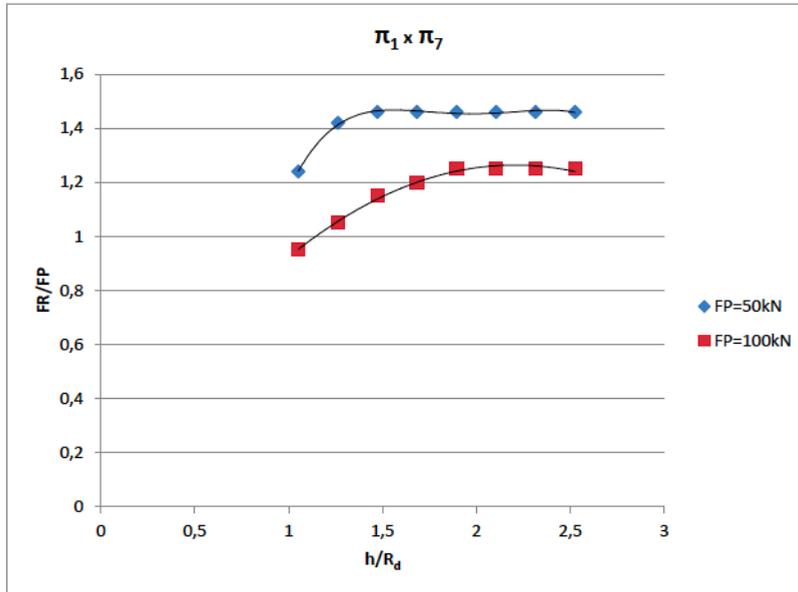


Figura 51 – Gráfico com resultado das simulações para $\pi_1 \times \pi_7$

Curva	Equação	R ²
◆	$f(x) = -0,4917x^4 + 3,8823x^3 - 11,328x^2 + 14,466x - 5,3585$	0,9975
■	$f(x) = -0,235x^2 + 1,0362x + 0,1217$	0,9907

- Equação componente para π_8 .
 Representação de π_1 conforme o termo π_8 foi variado

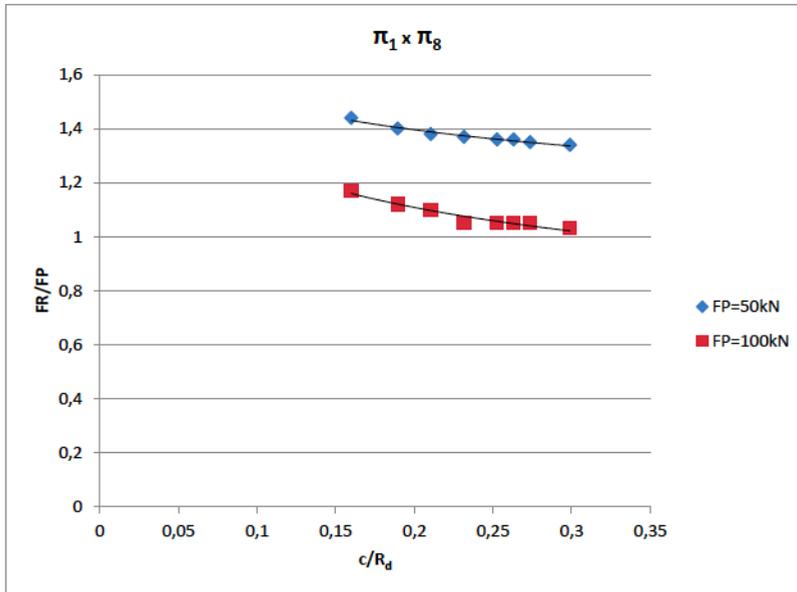


Figura 52 – Gráfico com resultado das simulações para π_1 x π_8

Curva	Equação	R ²
◆	$f(x) = 1,1715x^{-0,109}$	0,9676
■	$f(x) = 0,7991x^{-0,203}$	0,9345

- ‘Equação componente para π_9 .
Representação de π_1 conforme o termo π_9 foi variado.

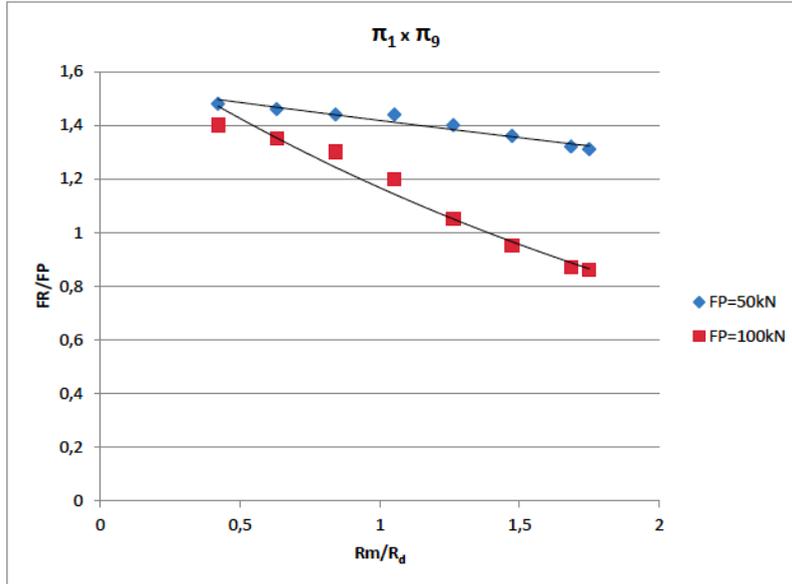


Figura 53 – Gráfico com resultado das simulações para $\pi_1 \times \pi_9$

Curva	Equação	R ²
◆	$f(x) = 1,5489e^{-0,087x}$	0,9303
■	$f(x) = 1,738e^{-0,298x}$	0,9631

Utilizando-se as equações componentes obtidas, pôde-se, enfim, calcular o valor da constante C da Equação 42. Neste caso, foram calculados dois valores para C, um para FP=50kN e outro para FP=100kN.

Finalmente, determinou-se a EPG para cada caso, utilizando-se o valor da constante C, e das equações componentes dos Gráficos das Figuras 46 a 53.

- Para $FP = 50kN$

$$FR = C.FP.f_2(\pi_2).f_3(\pi_3).f_4(\pi_4).f_5(\pi_5).f_6(\pi_6).f_7(\pi_7).f_8(\pi_8).f_9(\pi_9)$$

$$\begin{aligned} FR = & 0,0779.FP. \left[3,6133 \left(\frac{t}{R_d} \right)^{0,483} \right]. (1,1399e^{1,3631\mu}). (-1,614n^2 + 1,1407n \\ & + 1,2667). \left[-1.10^{-14} \left(\frac{E}{K} \right)^5 + 3.10^{-11} \left(\frac{E}{K} \right)^4 - 2.10^{-8} \left(\frac{E}{K} \right)^3 + 1.10^{-6} \left(\frac{E}{K} \right)^2 + 0,0018 \frac{E}{K} \right. \\ & + 1,0069 \left. \right]. \left[1,215 \left(\frac{S^y}{K} \right)^5 - 7,5678 \left(\frac{S^y}{K} \right)^4 + 17,713 \left(\frac{S^y}{K} \right)^3 - 18,929 \left(\frac{S^y}{K} \right)^2 + 8,2416 \frac{S^y}{K} \right. \\ & + 0,2311 \left. \right]. \left[-0,4917 \left(\frac{h}{R_d} \right)^4 + 3,8823 \left(\frac{h}{R_d} \right)^3 - 11,328 \left(\frac{h}{R_d} \right)^2 + 14,466 \frac{h}{R_d} \right. \\ & \left. - 5,3585 \right]. 1,1715 \left(\frac{c}{R_d} \right)^{-0,109} . 1,5489e^{-0,087 \frac{R_m}{R_d}} \end{aligned}$$

- Para $FP = 100kN$

$$FR = C.FP.f_2(\pi_2).f_3(\pi_3).f_4(\pi_4).f_5(\pi_5).f_6(\pi_6).f_7(\pi_7).f_8(\pi_8).f_9(\pi_9)$$

$$\begin{aligned} FR = & 0,3851.FP. \left[3,7784 \left(\frac{t}{R_d} \right)^{0,6565} \right]. (0,7833e^{2,029\mu}). (0,8925n^{-0,167}). \left[5.10^{-15} \left(\frac{E}{K} \right)^5 - 2.10^{-11} \left(\frac{E}{K} \right)^4 \right. \\ & + 2.10^{-8} \left(\frac{E}{K} \right)^3 - 1.10^{-5} \left(\frac{E}{K} \right)^2 + 0,0026 \frac{E}{K} + 0,9234 \left. \right]. \left[0,6102 \left(\frac{S^y}{K} \right)^5 - 3,781 \left(\frac{S^y}{K} \right)^4 \right. \\ & + 9,0115 \left(\frac{S^y}{K} \right)^3 - 10,668 \left(\frac{S^y}{K} \right)^2 + 6,2844 \frac{S^y}{K} - 0,0917 \left. \right]. \left[-0,235 \left(\frac{h}{R_d} \right)^2 + 1,0362 \frac{h}{R_d} \right. \\ & \left. + 0,1217 \right]. 0,7991 \left(\frac{c}{R_d} \right)^{-0,203} . 1,738e^{-0,390 \frac{R_m}{R_d}} \end{aligned}$$

6

CAPÍTULO

RESULTADOS OBTIDOS

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos com cada EPG, comparando os resultados calculados com os resultados obtidos experimentalmente por NINE (1978) e por distintas simulações computacionais.

Com a intenção de facilitar a solução da EPG obtida, um aplicativo para dispositivos móveis foi criado, sendo uma importante ferramenta facilitadora para se estimar o valor da FR dos freios, tendo em vista que se trata de um aplicativo interativo e compatível com a maior parte dos *tablets* e *smarthphones* comercializados.

6.1 VALIDAÇÃO DAS EQUAÇÕES COM OS DADOS EXPERIMENTAIS

Como o primeiro passo para a validação das equações obtidas, foi realizada a comparação das respostas destas, com os dados experimentais de Nine (1978). Conforme demonstra a Tabela 14.

Tabela 14 – Validação das EPGs obtidas, com os dados experimentais

Teste	(NINE 1978)		FP=50kN		FP=100kN	
	FP	FR	FR (EPG)	Desvio %	FR (EPG)	Desvio %
1	72	94	88	-7%	81	-14%
2	58	60	57	-5%	47	-21%
3	66	66	67	2%	57	-14%
4	56	64	58	-9%	47	-27%
5	96	114	117	3%	112	-2%
6	70	80	74	-7%	65	-18%
7	68	80	73	-8%	65	-19%
8	60	66	65	-2%	48	-27%
9	84	114	120	5%	109	-5%
10	68	78	82	5%	64	-18%
11	70	78	81	4%	60	-24%
12	84	98	107	9%	91	-7%
13	116	168	184	10%	173	3%
14	68	82	81	-1%	62	-23%
15	64	74	71	-4%	58	-21%
16	96	128	135	5%	123	-4%
17	80	100	98	-2%	99	-1%
18	116	160	179	11%	158	-2%
19	98	114	128	11%	124	9%
Desvio médio	-	-	-	5%	-	13%

Comparando-se os resultados obtidos por cada uma das equações, observa-se que a EPG desenvolvida com FP=50KN, apresentou maior proximidade dos valores obtidos experimentalmente, que a EPG elaborada com FP=100 kN.

A média dos valores absolutos das diferenças percentuais, para a equação elaborada com FP igual a 50 KN, foi igual a 5%, resultado muito satisfatório, quando comparado com a média obtida pela equação elaborada com FP igual a 100 kN, que foi de 13%.

Com o intuito, de se validar a equação elaborada com FP igual a 50 kN, observou-se o seu comportamento com outros testes. Foram feitas simulações de vinte casos escolhidos, para se testar as respostas fornecidas pela EPG, consi-

derando-se os respectivos limites de validade estabelecidos para cada π -termo. A Tabela 15 apresenta os valores atribuídos para todos os parâmetros e a Tabela 16, os resultados comparativos da EPG com os dados obtidos pelas simulações no STAMPAK®.

Tabela 15 – Parâmetros utilizados para o teste da EPG

Teste	t (mm)	Rd (mm)	C (mm)	n	E (MPa)	K (MPa)	S _v (MPa)	μ	Rm (mm)	h (mm)	FP (kN)
1	0,76	6,50	1,04	0,23	206.000	516	171,7	0,170	6,50	10,54	50
2	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	520	171,7	0,170	4,75	7,70	63
3	0,81	4,75	0,76	0,26	71.000	643	192,9	0,300	5,50	11,81	75
4	0,80	5,00	0,85	0,44	110.000	530	69,0	0,050	6,00	8,00	65
5	0,76	4,74	0,76	0,23	206.000	510	170,0	0,300	4,75	7,70	75
6	0,77	4,75	0,77	0,22	210.000	516	171,7	0,180	4,75	5,00	50
7	0,78	4,75	0,78	0,17	70.000	680	40,0	0,030	4,75	7,20	40
8	0,82	5,50	0,84	0,21	97.000	585	75,0	0,100	5,00	9,00	62
9	0,76	4,75	1,25	0,23	206.000	519	171,7	0,150	4,75	7,72	50
10	0,74	5,00	0,82	0,30	207.000	545	138,0	0,120	5,00	7,00	60
11	0,79	4,90	0,79	0,18	72.000	600	45,0	0,110	6,00	8,70	60
12	0,79	4,90	0,79	0,20	170.000	510	110,0	0,110	6,00	8,70	75
13	0,76	4,75	0,76	0,23	206.000	516	255,0	0,170	4,75	7,70	100
14	0,85	5,75	0,88	0,20	71.000	640	50,0	0,180	5,50	11,80	68
15	0,85	5,75	0,88	0,25	192.000	490	150,0	0,090	5,50	11,80	72
16	0,76	4,75	1,20	0,23	206.000	520	177,0	0,180	4,75	7,70	97
17	0,90	6,70	0,92	0,17	69.000	525	95,0	0,070	5,50	10,00	54
18	0,90	6,70	0,92	0,25	210.000	510	180,0	0,150	5,50	10,00	90
19	0,76	4,70	0,76	0,23	206.000	516	250,0	0,170	4,70	7,71	88
20	0,97	5,50	0,97	0,24	207.000	531	173,0	0,070	5,50	11,97	98

O comparativo dos resultados simulados e calculados pela EPG pode ser observado na Tabela 16 abaixo.

Tabela 16 – Comparativo dos resultados obtidos or meio da simulação em EF e calculados pela EPG

Teste	Stampack		EPG (FP=50kN)	
	FP	FR	EPG	Desvio %
1	50	64	62	3%
2	63	86	91	6%
3	75	120	110	9%
4	65	54	55	3%
5	75	124	129	4%
6	50	62	61	1%
7	40	17	18	4%
8	62	55	52	5%
9	50	68	66	2%
10	60	73	75	3%
11	60	31	34	10%
12	75	88	90	3%
13	100	126	140	11%
14	68	45	43	5%
15	72	87	90	3%
16	97	122	136	10%
17	54	43	47	7%
18	90	110	119	7%
19	88	116	124	7%
20	98	118	128	8%
Desvio médio	-	-	-	5%

Nota-se que a EPG escolhida, respondeu com precisão aos testes efetuados. O desvio máximo obtido foi de 11% e a média dos valores absolutos das diferenças percentuais foi de 5%, com desvio padrão de 3%. Estes resultados indicam, que as curvas obtidas para os π -termos foram bem estabelecidas para esta equação e a metodologia bem empregada, tendo em vista que este valor é inferior aos anteriores divulgados na literatura sobre o assunto e é inferior aos limites fornecidos pela medição gráfica fornecida pelo código explícito utilizado.

6.2 DESENVOLVIMENTO DO APLICATIVO PARA CÁLCULO

Após realizar os testes e validar as EPG, pensou-se em uma forma de facilitar esta rotina relativamente extensa de cálculo, necessária para se obter matematicamente a resposta de FR para os freios. Para isso, foi criado um aplicativo para dispositivos móveis de comunicação, tais como: *smatphones* e *tablets*. Este apli-

cativo é compatível com a plataforma Android e foi programado utilizando-se a linguagem Adobe Actionscript 3.0.

6.2.1 ESCOLHA DA PLATAFORMA E LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO

A fim de se facilitar o processo de obtenção da FR por meio da solução da EPG determinada, foi projetado um aplicativo de cálculo compatível com a plataforma Android.

Esta plataforma foi definida, por meio da sua presença no mercado global e compatibilidade com a maior parte de *smartphones* e um grande volume de *tablets* comercializados no Brasil e no mundo.

Segundo o relatório *Worldwide Smartphone 2013–2017 Forecast and Analysis* do IDC (International Data Corporation), consultoria americana especializada em análise de mercado e tecnologia, o sistema Android representa hoje 52% das vendas de *smartphones* no mundo, IOS (plataforma dos aparelhos Apple) 38% e os demais 10%. Para os *tablets* a concorrência fica mais próxima e com uma pequena vantagem para os IOS, que representam 53% enquanto o Android representam 43% e os demais 4%.

O programa foi feito no recurso *AIR* (*Adobe Integrated Runtime*) para Android é um programa multiplataforma de ambiente tempo de execução desenvolvida pela Adobe Systems para construir aplicações de Internet usando Adobe Flash, Adobe Flex, HTML, ou AJAX. A programação foi feita utilizando-se o Adobe Actionscript 3.0 (AS3.0), que é a linguagem de programação orientada a objetos, da plataforma Adobe Flash. Esta é uma linguagem de script baseada no ECMAScript (linguagem usada para web, possui referência para JavaScript), basicamente associada como um script de comportamento da aplicação Adobe Flash.

Esta linguagem, ajuda a prover uma excelente experiência de interatividade, nos projetos construídos no Adobe Flash, além de um suporte de conexão pela web, graças a um completo conjunto de componentes.

6.2.2 APRESENTAÇÃO DO APLICATIVO

Como dito anteriormente, o aplicativo foi programado no recurso *AIR* do programa Adobe Flash CS5.5, utilizando a linguagem AS3.0.

Os campos de entrada de dados foram definidos e é por meio, de cada um deles, que o usuário pode alterar um parâmetro e verificar a resposta calculada para a FR. Os cálculos podem ser corretamente realizados quando o usuário fornece todos os parâmetros requeridos. O programa é responsável por verificar

cada um destes parâmetros e calcular a resposta com base na EPG programada. Neste caso, foi à equação que obteve melhores resultados na validação, ou seja, a construída com as simulações que utilizaram FP igual a 50 kN.

Ao aplicativo foi dado o nome de “*Drawbead Calc*”, e sua interface pode ser vista na Figura 54.

Drawbead Calc

Geometry Parameters

Sheet Thickness	0 [mm]	Bead Radius	3 [mm]
Die Radius	3 [mm]	Clearance	0 [mm]
Penetration	5 [mm]		

Material Parameters

Yong's Modulus	60000 [MPa]	Conventional Elastic Limit	20 [MPa]
Hardening Constant	250 [MPa]	Hardening Exponent	0.1

Process Parameters

Blank Holding Force	0 [kN]	Friction Coefficient	0
---------------------	--------	----------------------	---

Calculate

Drawbead Restraining Force [kN]

Reset

Db Calc

Figura 54 – Interface do Aplicativo “*Drawbead Calc*”

A intenção da criação desta ferramenta é a de auxiliar os usuários com os cálculos da FR, onde, de forma simples e dinâmica, podem-se alterar os parâmetros e verificar a resposta obtida, com o simples auxílio de um dispositivo com plataforma Android. Além disso, busca demonstrar a sinergia obtida entre empresa e o meio acadêmico, para o desenvolvimento de novas tecnologias, por meio de parcerias que buscam desenvolver um bem comum.

7

CAPÍTULO

CONCLUSÕES

Neste último capítulo, são apresentadas as conclusões sobre a pesquisa realizada, considerando as contribuições proporcionadas pelo estudo, para o desenvolvimento de referências no âmbito acadêmico e industrial. As recomendações para trabalhos futuros são apresentadas com a intenção de se listar novas oportunidades para que esta e outras pesquisas continuem sendo desenvolvidas, ampliando o leque de referências sobre o tema.

7.1 CONCLUSÕES SOBRE A PESQUISA

Por meio dos resultados obtidos, foi possível revalidar a aplicação da metodologia utilizada neste estudo, anteriormente comprovada por Duarte (2007).

Os testes de validação apontaram que os resultados da EPG elaborada com FP igual a 50 kN, apresentaram resultados mais próximos aos valores experimentais quando comparados com os resultados da EPG elaborada com FP igual a 100 kN. Por este motivo, a primeira foi a equação programada no aplicativo.

Realizando a análise de sensibilidade da EPG obtida, é possível verificar o grau de importância de cada parâmetro na resposta da FR. A Figura 55 apresenta esta análise, em que é expressa a variação percentual da FR, quando os parâmetros inicialmente constantes, já apresentados anteriormente na Tabela 10, sofrem uma variação individual de 0% a 50%.

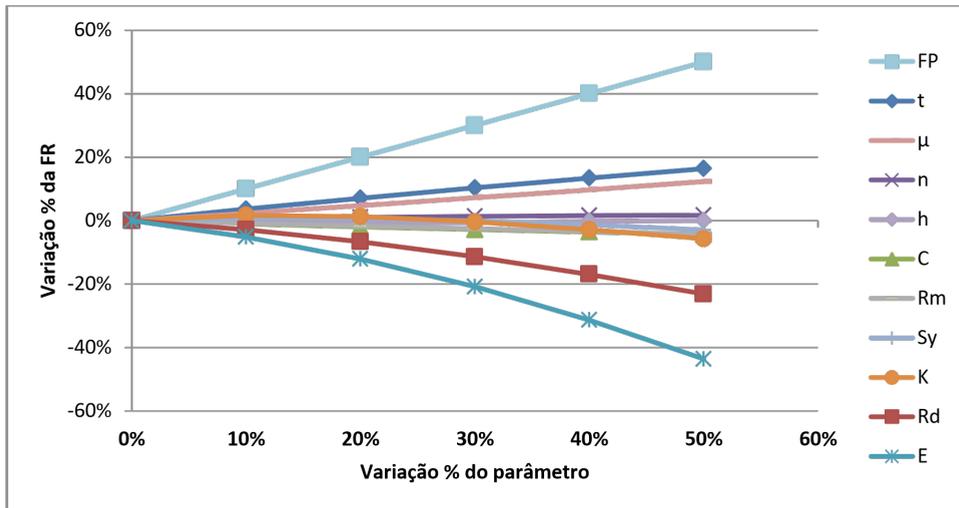


Figura 55 – Análise de sensibilidade da FR em relação a cada parâmetro presente na EPG elaborada

Em ordem crescente, nota-se que a FR tem sensibilidade positiva, ou seja, é aumentada pela variação dos seguintes parâmetros: Penetração (h), Expoente de encruamento (n), Atrito (μ), Espessura da chapa (t) e a Força do prensa-chapas (FP).

Os demais parâmetros apresentam sensibilidade negativa e estão apresentados de maneira crescente na magnitude de sensibilidade na seguinte ordem: Folga (C); Raio da matriz (R_m); Limite convencional de elasticidade (S_y); Constante de encruamento (K); Raio do Freio (R_d) e Módulo de Young (E).

Quando agrupados nos termos adimensionais, tem-se sensibilidade de cada um dos π termos, conforme ilustra a Figura 56.

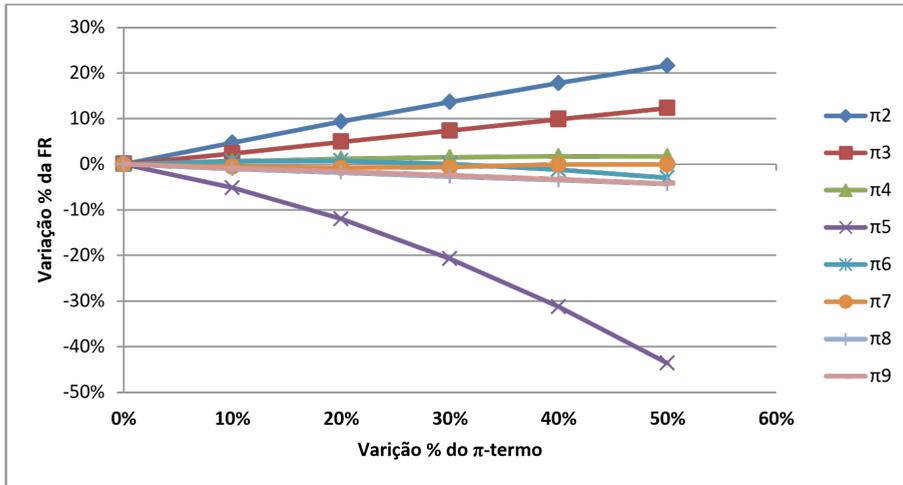


Figura 56 – Análise de sensibilidade da FR em relação a cada parâmetro presente na EPG elaborada

Os parâmetros estão distribuídos em ordem crescente de importância da seguinte forma:

- Sensibilidade positiva : $\pi_4 (n)$, $\pi_3 (\mu)$ e $\pi_2 (t/R_d)$;
- Sensibilidade negativa : $\pi_7 (h/R_d)$, $\pi_6 (S^v/E)$, $\pi_9 (R_m/R_d)$, $\pi_8 (C/R_d)$ e $\pi_5 (K/E)$.

Um ponto importante a ser mencionado, é que a FP influencia diretamente nos resultados obtidos, não só pela sua alta sensibilidade na resposta do modelo, como também pela necessidade de se calibrar uma força adequada para todos os parâmetros, de forma a manter o freio fechado durante todas as simulações, sem causar a estrição da chapa por força excessiva e impedindo o seu deslizamento.

Em alguns casos, quando a FP é excessivamente grande, a chapa fica pressionada entre o freio e a matriz, podendo sofrer uma leve estrição ou até mesmo alcançar o limite de ruptura, invalidando o teste.

A ruptura não foi verificada nas simulações efetuadas, porém em alguns casos, por exemplo: Quando, a espessura da chapa era reduzida, o módulo de Young próximo ao do alumínio e o limite de elasticidade muito pequeno, observou-se através do recurso gráfico de cores (ou mapa de calor) do *software* utilizado, que em certos pontos a chapa sofreu uma leve diminuição na espessura, resultado de uma tensão mecânica excessiva. Sem dúvidas, isso pode ter comprometido a precisão dos resultados obtidos pela equação obtida com FP igual a 100 kN.

A obtenção de uma solução com erro inferior ao anteriormente calculado por Duarte (2007) era uma das propostas deste trabalho, além do aumento significativo dos limites de validade estabelecidos para os materiais.

Em sua solução Duarte (2007), obteve a média dos valores absolutos das diferenças percentuais igual a 6%, quando os valores da EPG foram comparados com os valores obtidos experimentalmente por Nine (1978), neste trabalho esta diferença foi reduzida para 5%. Em relação aos parâmetros de materiais, este estudo ampliou a validade das equações obtidas, para uma grande variedade de materiais, bastante utilizados na indústria. A Tabela 17 apresenta o comparativo entre os limites de validade para cada π – termo entre a EPG desenvolvida por Duarte (2007) e Melconian (2014), desenvolvida neste trabalho.

Tabela 17 – Comparativo dos limites de validade dos π - termos da EPG de Duarte (2007) e de Melconian (2014)

π -TERMO	INTERVALOS DUARTE (2007)	INTERVALO DA EPG MELCONIAN (2014)
$\pi_2 = \frac{t}{R_d}$	$0,10 \leq \pi_2 \leq 0,35$	$0,08 \leq \pi_2 \leq 0,40$
$\pi_3 = \mu$	$\pi_3 \leq 0,30$	$\pi_3 \leq 0,30$
$\pi_4 = n$	$0,10 \leq \pi_4 \leq 0,30$	$0,10 \leq \pi_4 \leq 0,45$
$\pi_5 = \frac{E}{K}$	$100 \leq \pi_5 \leq 500$	$50 \leq \pi_5 \leq 900$
$\pi_6 = \frac{S_y}{K}$	$0,15 \leq \pi_6 \leq 1,20$	$0,03 \leq \pi_6 \leq 4,0$
$\pi_7 = \frac{h}{R_d}$	$0,70 \leq \pi_7 \leq 2,50$	$1,0 \leq \pi_7 \leq 2,60$
$\pi_8 = \frac{c}{R_d}$	$0,15 \leq \pi_8 \leq 0,30$	$0,15 \leq \pi_8 \leq 0,30$
$\pi_9 = \frac{R_m}{R_d}$	$0,30 \leq \pi_8 \leq 1,50$	$0,30 \leq \pi_8 \leq 1,8$

Analisando os π – termos de natureza de materiais, nota-se que a EPG desenvolvida é válida para diversos materiais, como alumínio e suas ligas, cobre, platina, bronze, aços e demais materiais metálicos que possuem características mecânicas situadas entre:

- Modulo de Young (E): 60.000 a 220.000 MPa;
- Limite Convencional de Elasticidade: 20 a 1000 MPa;
- Expoente de encruamento (n): 0,1 a 0,5;
- Constante de encruamento (K): 250 a 1500 MPa.

Como resultado do estudo, um aplicativo para dispositivos móveis com sistema operacional Android foi criado, como forma de se contribuir, com o auxílio da automação, com a qualidade da produção industrial de peças obtidas, por meio de conformação mecânica e que utilizem de forma especial os freios semicirculares no processo de estampagem.

Além do mais, a otimização do tempo e aumento da qualidade das peças produzidas com o mínimo de testes, redundam em considerável economia de energia do parque industrial brasileiro. As vantagens em termos ambientais e consequentes, benefícios indiretos na questão da sustentabilidade por meio da redução do consumo energético são efeitos secundários, mas de primeira grandeza, no contexto energético em que o mundo se encontra, atualmente.

7.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Com o estudo foi possível observar que a metodologia adotada para a elaboração da EPG, respondeu com precisão, aos dados obtidos em campo. O que valida à aplicação do estudo para demais casos, como:

- Para freios com geometrias distintas da convencional seção circular aqui investigada, como por exemplo, seção retangular, em “*step*”, etc;
- Fazer a análise de sensibilidade para outros parâmetros, como coeficiente de Poisson e densidade do material da chapa, neste estudo desconsiderados;
- Ampliar o intervalo de validade dos π -termos aqui investigados;
- Elaborar aplicativos compatíveis com demais sistemas operacionais de dispositivos móveis.

REFERÊNCIAS

- ALEKSANDROVIC, S, *et al.* Physical modelling of variable contact pressure and variable drawbead height influence on deep drawing of thin sheets. 12th International Conference on Tribology. Kragujevac, Serbia, 11 – 13 Maio 2011.
- BOOGAARD, A.H *et al.* Do Advanced Material Models Contribute to Accuracy in Industrial Sheet Forming Simulations? Advanced Materials Research Vols. 6-8 (2005) pp. 71-8, Switzerland.
- BANABIC, D. Sheet Metal Forming Process, Constitutive Modelling and Numerical Simulation, Springer, 2009.
- BELYTSCHKO, T. Explicit Time Integration of Structure- Mechanical Systems, in J. Dona (ed) Advanced Structural Dynamics, PP. 97-122. Applied Science Publishers, London.
- CALLISTER, W. D. Jr. *Introduction of Materials Science & Engineering*. 5th edition, John Wiley & Son, 2000.
- CADELL R.M, HOSFORD W.F. Metal Forming: Mechanics and Metallurgy, 3^{ed}, Cambridge, 2000
- CHEN, F.K. Analysis of An Equivalent Drawbead Model for The Finite Element Simulation of A Stamping Process. Taiwan. Outubro 1996
- DASCOTTE, E. VANHONACKER, P. Finite Element Model Tuning in Practice, Proc. 14th International Seminar on Modal Analysis, Leuven, Belgium, Setembro 1989.
- DUNCAN J.L., BIRD J.E., Die forming approximations calculations for draw die forming and their applications to aluminum alloy sheet. Proceedings of the 10 congress of IDDRG, Warwick, England, 1978, p.45-52.
- DUARTE, E.N. “Estudo analítico-numérico de freios de estampagem em chapas metálicas”, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Brasil. 2007

- ETLINGER, G. *et al.* Estudo de Caso do Processo de Crimpagem em Terminais Eletromecânicos. “SINERGIA- Revista do Instituto de Federal Educação, Ciência e de de Tecnologia o São Paulo” . São Paulo, v. 12, n. 2, p. 190-198, maio/ago. 2011. <<http://www.cefetsp.edu/prp/sinergia>>. Acessado em: 17 junho 2012.
- FIGUEIRA, R.J.C.M. CAD/CAE/CAM/CIM. Licenciatura em Computadores e Sistemas. Instituto Politécnico do Porto. Portugal – Porto, Julho, 2003.
- FILHO. A.A, Elementos Finitos – A base da tecnologia CAE, Érica, São Paulo, 2002.
- GANDHI. U.: HU. J. (1996). Data based models for automobile side impact analysis and design evaluation. International journal of impact engineering. V.18. n.5, p.517-537.
- GUO, Y. Q.; *et al.* Recent developments on the analysis and optimum design of sheet metal forming parts using a simplified inverse approach. In: Journal of Computers and Structures 78, 2000. p. 133-148.
- HALLQUIST, J. O., 1998, LS-DYNA Theoretical Manual, Livermore Software Technology Company (LSTC), USA.
- HUBNER.K.: THORNTON.E. (1982). The finite elements method for engineers. 2 ed. Ney Work. John Wiley & Sons.
- HUG. H. *et al.* Effect of the Draw-bead and Blanking Holding Force on the Sheet Metal Forming Process. AIP Conference Proceedings;2004, Vol. 712 Ed 1, p766 . Korea, Junho, 2004
- IDC . Worldwide Smartphone Mobile OS 2013–2017 Forecast and Analysis . USA, 2013.

- KELLER, S. How Draw Beads Actually Work. *Metalforming*. Ed 34. Vol. 12. p70-71. Dezembro, 2000.
- KHAN, A. S. & Huang, S., “Continuum Theory of Plasticity”, John Wiley & Song, 1995.
- KIM, C. *et al.* Finite-element analysis and experimental verification for drawbead drawing processes. *Journal of Materials Processing Technology* 72 (1997) 188–194. 17 Junho 1996.
- KLUGE, S. Spannungsüberlagerung durch Einsatz von Ziehstäben Beim Umformem unregelmäßiger Blechteile, *Blech Rohre Profile* Vol.39, No. 2, 1992. p. 117-123.
- LEVY, B.S. (1983) Development of a Predictive Model for Draw Bead Restraining Force Utilizing Work of Nine and Wang, J. *Applied Metalworking*, 3(1), pp. 38-44.
- LOTTI, R.S *et al.* Aplicabilidade Científica do Método dos Elementos Finitos. *Maringá*, v. 11, n. 2, p. 35-43, mar./abril, 2006.
- MAEDA, D. Modelagem da estampagem profunda de chapas metálicas via o método dos elementos finitos associado ao critério de escoamento não-quadrático de Hill. Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo. São Carlos. Abril de 2009
- MALAVOLTA, A.T. Metodologia para determinação dos parâmetros utilizados em uma nova superfície de escoamento anisotrópica para processos de conformação de chapas metálicas. Tese de Doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo. 2008.
- MELCONIAN, S. *Mecânica Técnica e Resistência dos Materiais*. 10ª edição. São Paulo: Editora Érica, 2000.
- MEYERS, M.A. e CHAWLA, K. K. *Mechanical Behavior of Materials*, 2nd Edition, Prentice – Hall, 1999.
- MOCELLIN. *et al.* Computational modelling of electrical contact crimping and mechanical strength analysis, 25th International conference on Electrical Contact, ICEC 2010, Charleston, USA, Outubro 4-7 2010.

- MOLEX. Quality Crimp Handbook. Lisle, Molex S.A, 2009 Disponível em:<http://www.molex.com/pdm_docs/ats/TM-638000029.pdf>. Acessado em: 17 junho 2012.
- MORITA, T. *et al.* Numerical Model of Crimping by Finite Element Method. IEEE. 1996.
- MUJIC, E. Influence of drawbeads position on restraining force in deep drawing process 15th. International Research/Expert Conference. Prague, Czech Republic, 12-18 Setembro 2011.
- MURPHY, G. Similitude in Engineering. The Ronald Press Company, Iowa State University - N.Y., 1950.
- NAKAMURA, E.T *et al.* Utilização de Ferramentas Cad/Cae/Cam no Desenvolvimento de Produtos Eletroeletrônicos: Vantagens e Desafios. “T&C Amazônia”, Amazonas Ano 1, n.2, Junho de 2003.
- NATAL, J. R. M., DINIS, L. M. J. S. Teoria da Plasticidade. Departamento de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial. Faculdade de Engenharia. Universidade do Porto. 2005.
- NINE, H. D. Drawbead forces in sheet metal forming. In: D. P. Koistinen, N. M. Wang (Eds.), Mechanics of Sheet Metal Forming, Plenum Press, New York, 1978. p. 179-211.
- NINE, H. D., The applicability of Coulomb's friction law to drawbeads in sheet metal forming, Journal of Applied Metal Working 2(3), 200-210 (1982).
- OÑATE, E. Structural Analysis with the finite elements method. Linear Statistics, Springer, Barcelona, 2009.
- GU, Q. *et al.* Finite element response sensitivity analysis of multi-yield-surface J2 plasticity model by direct differentiation method., USA, Fevereiro, 2009.
- REDDY, V.R. *et al.* Effect of Various Parameters on the Wrinkling In Deep Drawing Cylindrical Cups. India. International Journal of Engineering Trends and Technology. Volume3. 2012

- RODRIGUES, J.; MARTINS, P. *Tecnologia Mecânica*: Escolar Editora, 2005.
- RODRIGUES, D.F. As Diferenças Entre os Métodos Implícito e Explícito. Em: <http://eaiconvergiu.wordpress.com/category/analise-de-elementos-finitos/>. Acessado em: 01 de julho de 2013.
- SANCHEZ, L.R.; WEINMANN, K.J. A general Computer Model for plane Strain Sheet Flow and its Application to Flow between Circular Drawbeads. Proc. 15th Biennial Congress of IDDRG, May 16-18, Dearborn, MI, 1988. p. 217-226.
- SCHULER. Metal Forming Handbook. Berlin, Germany, 1998
- SEGERLIND, L. J. Applied Finite Elements Analysis – John Wiley & Sons, New York, 1976. SILVA, E.C.N. Técnicas de Otimização Aplicadas no Projeto de Peças Mecânicas, Universidade de São Paulo, São Paulo. Disponível em: < sites.poli.usp.br/d/pmr5215/otimizacao.pdf>. Acessado em: 20 junho 2012.
- SOUZA, R.M. O Método dos Elementos Finitos Aplicado ao Problema de Condução de Calor. Apostila da Universidade Federal do Pará do Centro Tecnológico do Departamento de Engenharia Civil - Núcleo de Instrumentação e Computação Aplicada à Engenharia. Belém, Maio, 2003.
- STAMPACK – Sheet stamping and forming analysis, Basic Concepts. Quantech ATZ, Version 5.5, Barcelona, Spanish, 2003.
- STOUGHTON, T.B. Model of Drawbead Forces in Sheet Metal Forming. Proceedings of the 15th Biennial Congress of IDDRG, May 16-18, Dearborn, MI, 1988. pp. 205-215.
- SWIFT, M. A. (1948), Engineering, 166, 333.
- VOCE, E. “A Practical Strain-hardening Function,” Metallurgia, Vol. 51, No. 307, May 1955, pp. 219-226
- WANG N.M., A mathematical model of drawbead forces in sheet metal forming, J. Appl. Metal Working 2 (3) (1982) 193–199.

WEIDEMANN, C. The Blank holding Action of Draw Beads. Sheet Metal Industries, September, 1978. p. 984.

YELLUP, J.M. Modeling of Sheet Metal Flow Through a Drawbead. Proc., 13th Biennial Congress of IDDRG, Feb. 20-25, Melbourne, Australia, pp. 167-177, 1984

ZIENKEWITZ O.C., The Finite Element Method, McGraw-Hill, New York, 1989

ZHIHENG.W *et al.* Influence of processing parameters of semicircular drawbead on the critical blankholder force for drawing cone part. IEEE. p. 352-354. Mongolia University of Technology. 2011.