Análise Dimensional de um Escoamento em Leito Poroso

Medeiros, B.[1]; Abreu, C.E.[1]; Schiaffino, M.S.[1]; Martins, M. F.[1]
1 Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, ES, Brasil

Resumo

Atualmente, o estudo termo-fluidodinâmico de escoamentos reais apresenta pouquíssimas soluções puramente por métodos analíticos. O estudo desses escoamentos depende intimamente das relações empíricas obtidas por resultados experimentais. O método de análise mais usual para a solução desse tipo de problema consiste inicialmente, na análise analítica, obtendo um modelo matemático simples o suficiente para fornecer uma solução ao problema. A partir desse modelo, são realizados experimentos visando o refino desse modelo matemático. Assim, descreve-se a interface entre modelos empíricos e analíticos. Entretanto, o estudo de um fenômeno realizando experimentos com parâmetros fixos pode ser extremamente demorado e trabalhoso. Existem vários modelos matemáticos empregados nessa aplicação. Este trabalho visa utilizar a equação de Ergun, um dos modelos mais utilizados nessa aplicação.

Palavras-chave: Gaseificação, Biomassa, Adimensionalização.

1. Introdução

Supondo um experimento de um fenômeno que dependa de cinco parâmetros, para obter resultados o suficiente a fim de descrever um comportamento do fenômeno em função de um dos parâmetros, suponha que seriam necessários 10 testes. Desta forma, seriam necessários 100.000 testes para descrever o comportamento do parâmetro em questão, inviabilizaria esse estudo devido ao tempo necessário para realizar todos os experimentos.

Visando reduzir esse tempo de experimentos, pode-se realizar uma Análise Dimensional do fenômeno em questão, criando uma relação entre os cinco parâmetros e assim, reduzindo drasticamente o número de experimentos a serem realizados para descrever o fenômeno.

Assim, pode-se afirmar que a Análise Dimensional de um fenômeno, é usada para facilitar a sua compreensão em função dos parâmetros as qual essa depende.

2. Metodologia

Para realizar a adimensionalização do fenômeno em questão, será utilizado o Teorema dos Pi de Buckingham.

Inicialmente, temos um parâmetro dependente que pode ser expresso em função de n-1 parâmetros independentes como mostrado a seguir.

$$q_1 = f(q_2, q_3, q_4, \ldots, q_n \qquad (1)$$

Onde:

q_1 : parâmetro dependente

q_2 até q_{n-1} : parâmetros independentes

Matematicamente, pode-se transformar a equação 1 da seguinte forma:

$$g(q_1, q_2, q_3, \cdots, q_n) = 0 \qquad (2)$$

Onde g é uma função arbitrária, diferente de f.

O Teorema dos Pi de Buckingham diz que para uma relação como a equação 2, os n parâmetros podem ser agrupados em n – m parâmetros adimensionais expressos na forma funcional da seguinte forma:

$$G(\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_{n-m}) = 0 \qquad (3)$$

ou

$$\pi_1 = G_1(\pi_2, \pi_3, \ldots, \pi_{n-m}) \qquad (4)$$

Onde m é, usualmente, igual ao número mínimo de dimensões independentes necessárias para especificar as dimensões dos n parâmetros independentes.

Infelizmente, o teorema não obtém a fórmula analítica das funções G e G1. Essas devem ser determinadas empiricamente e para isso se recomenda utilizar um algoritmo adequado obter a equação funcional do fenômeno a ser estudado em função de parâmetros adimensionais.

Atualmente a equação de Ergun é o modelo mais usado e aceito para a previsão da queda de pressão em leitos fixos. É aplicada largamente e sem restrições de número de Reynolds, tanto para leitos de partículas uniformes quanto não uniformes, e até mesmo para misturas de diversos tamanhos de partículas. (Figura Nº 1).

Equação de Ergun:

$$\frac{-\Delta P}{L} = 150\,\frac{(1-\varepsilon)^2\mu}{\Phi_p^2\,\varepsilon^3 d_p^2} + 1{,}75\,\frac{(1-\varepsilon)\rho_f}{\Phi_p \varepsilon^3 d_p}$$

onde

$-\Delta P$: queda de pressão através do leito

L : percurso realizado no leito poroso

ε : porosidade

μ : viscosidade do fluído

Φ_p : esfericidade

d_p : diâmetro da partícula

ρ_f : massa específica do fluído

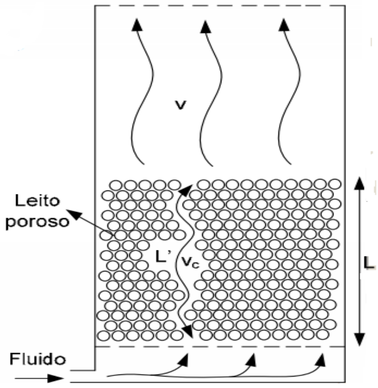

Figura Nº1: Deslocamento do fluído no reator

A partir do Teorema dos Pi de Buckingham obteve os grupos adimensionais para um escoamento em meio poroso e adimensionalizou a equação de Ergun.
As equações de 5 a 9 apresentam os grupos adimensionais encontrados no escoamento em leito poroso.

$$\Pi_1 = \frac{\Delta P}{\rho v^2} \quad (5)$$

$$\Pi_2 = \frac{\mu}{d_p v \rho} \quad (6)$$

$$\Pi_3 = \frac{L}{d_p} \quad (7)$$

$$\Pi_4 = \epsilon \quad (8)$$

$$\Pi_5 = \phi \quad (9)$$

Então a equação de Ergun adimensionalizada se torna:

$$\frac{\Delta P}{\rho v^2} = 150\,\frac{L}{d_p Re}\,\frac{(1-\epsilon)^2}{\phi^2\epsilon^3} + 1{,}75\,\frac{L}{d_p}\,\frac{(1-\epsilon)}{\phi\epsilon^3}$$

3. Resultados

Na análise dos parâmetros adimensionais verifica-se na figura Nº2 que o aumento do número de Reynolds diminui o adimensional $\frac{\Delta P}{\rho v^2}$, isto é, a pressão dinâmica passar a ser o fenômeno mais evidente no processo.

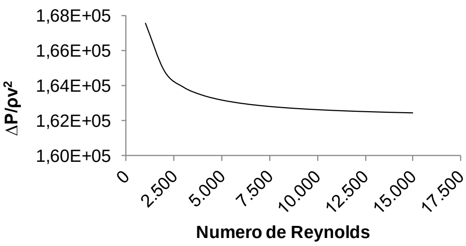

Figura Nº2: Analise do escoamento em função de Reynolds.

Em relação à porosidade (figura Nº3), o seu aumento no leito facilita o escoamento, com era de se esperar.

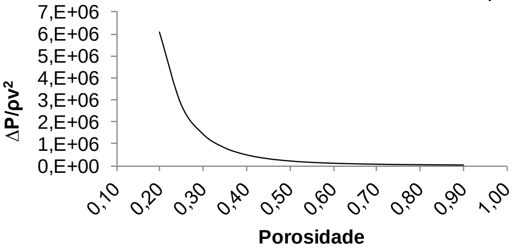

Figura Nº3: Análise do escoamento em função da porosidade para Reynolds baixa (Re = 100).

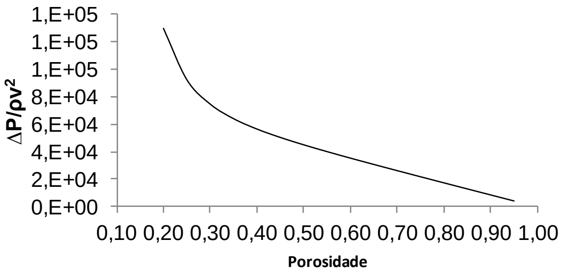

Figura Nº4: Análise do escoamento em função da porosidade para Reynolds alto (Re = 10000).

O aumento do parâmetro adimensional L/dp prejudica o escoamento do leito poroso, também conforme se prevê na literatura.

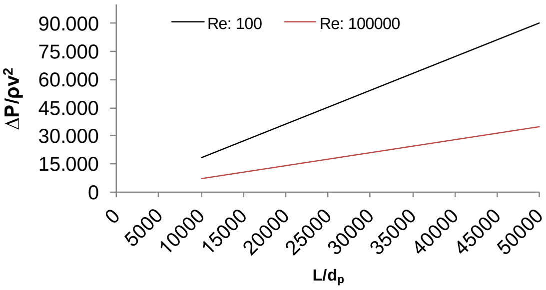

Figura Nº5: Análise do escoamento em função do adimensional L/d_p.

4. Conclusão

Conclui-se que a aplicação do Teorema dos Pi de Buckingham reduz o número de parâmetros no problema analisado e consequentemente facilita a interpretação dos resultados.

5. Referências

MOTTA, E.P. Queda de pressão em um leito de partícula de xisto. Dissertação de mestrado. UFPR. Paraná. 2009. 132p.

FOX, W.R.; MCDONALD, T.A. Mecânica dos fluidos. Rio de Janeiro. 5°ed. 519p.

JIA Y.; LI J.; HLAVKA D. Flow through packed beds. 2009.