

A escolha do tempo em um modelo cosmológico quântico com cinco fluidos

Monerat, G. A.^{1*}; Alvarenga, F. G.^{2†}; Silva, E. V. C.^{3‡}; Neto, G. de O.^{4‡}; Gonçalves, S. V. de B.^{5‡}; Fractalossi, R.^{6‡}.

¹Departamento de Modelagem Computacional, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Nova Friburgo, RJ, Brasil.

²Departamento de Ciências Naturais, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, ES, Brasil.

³Departamento de Matemática, Física e Computação, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Resende, RJ, Brasil.

⁴Departamento de Física, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, MG, Brasil.

^{5,6}Departamento de Física, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, ES, Brasil.

* e-mail: germano.monerat@pq.cnpq.br; † e-mail: f.g.alvarenga@gmail.com; ‡ e-mail: evasquez@uerj.br; § e-mail: gilneto@fisica.ufjf.br; ¶ e-mail: sergio.vitorino@pq.cnpq.br; ⌢ e-mail: rfractalossi@gmail.com

Resumo

Neste trabalho propõe-se a quantização de um modelo cosmológico descrevendo o Universo primordial preenchido com cinco fluidos barotrópicos: radiação, poeira, vácuo, cordas cósmicas e paredes de domínio. Pretende-se identificar qual fluido é mais adequado para fornecer fenomenologicamente a variável temporal em acordo com a evolução do Universo observável. Através do emprego do método espectral de Galerkin, as soluções cosmológicas são obtidas e então comparadas.

Abstract

In this work we propose the quantization of a cosmological model describing the primordial Universe filled with five barotropic fluids: radiation, dust, vacuum, cosmic strings and domain walls. It is intended to identify which fluid is most appropriate to provide phenomenologically the temporal variable in accordance with the evolution of the observable Universe. By employing spectral Galerkin method, cosmological solutions are obtained and then compared.

Keywords (Palavras chaves): Cosmologia Quântica, Muitos fluidos, Problema do tempo.

1. Introdução

O fato de não haver uma teoria completa de gravitação quântica implica na necessidade de se testar os efeitos quânticos em diferentes regimes e modelos de Universo. Neste sentido, modelos cosmológicos quânticos [1] constituem exemplos simples nos quais as ideias de fenômenos gravitacionais quânticos podem ser testadas. O cenário é o de *minisuperespaço*, no qual congela-se um número infinito de graus de liberdade e quantiza-se os remanescentes. A não explícita presença de uma variável do tipo tempo [2] pode ser contornada pela introdução fenomenológica de variáveis dinâmicas associadas a diferentes conteúdos materiais do Universo, com a pressão sendo expressa em termos de potenciais escalares de velocidades, dos quais um deles pode exercer o papel do tempo [3]. Deste modo, uma equação do tipo Schrödinger é estabelecida, o que possibilita obter a chamada função de onda do Universo e valores esperados do fator de escala do Universo. Neste trabalho quantiza-se um modelo de Universo preenchido com cinco fluidos barotrópicos:

radiação, poeira, vácuo, cordas cósmicas e paredes de domínio, objetivando identificar qual fluido é mais adequado para fornecer a variável temporal em acordo com a evolução cosmológica do Universo.

2. O Modelo

Os modelos homogêneos de Friedmann-Robertson-Walker (FRW) com curvatura espacial k preenchidos com um dado fluido barotrópico ($p=\alpha\rho$) podem ser representados pela Hamiltoniana [4]

$$H = -\frac{p_a^2}{24a} - 6ka + \frac{p_T}{a^{3\alpha}}, \quad (1)$$

onde, p_a e p_T são respectivamente, os momentos canonicamente conjugados às variáveis fator de escala do Universo a e grau de liberdade do fluido perfeito T .

Para um modelo com cinco fluidos, radiação ($\alpha=1/3$), poeira ($\alpha=0$), cordas cósmicas ($\alpha=-1/3$), paredes de domínio ($\alpha=-2/3$) e vácuo ($\alpha=-1$), a Hamiltoniana pode

ser estendida de modo a inserir as contribuições de todos os fluidos:

$$H = p_a^2 + 144ka^2 - 24p_{T_{rad}} - 24p_{T_{poeira}}a - 24p_{T_{cordas}}a^2 - 24p_{T_{paredes}}a^3 - 24p_{T_{v\u00e1cuo}}a^4 . \quad (2)$$

Pode-se implementar agora o procedimento de quantização can\u00f4nica em minisuperespa\u00e7o e obter a correspondente equa\u00e7\u00e3o de Wheeler-DeWitt

$$\hat{H}\Psi = 0 . \quad (3)$$

Substituindo os momentos por operadores correspondentes

$$\hat{p}_a = -i \frac{\partial}{\partial a} \quad \text{e} \quad \hat{p}_T = -i \frac{\partial}{\partial T} , \quad (4)$$

transforma-se a equa\u00e7\u00e3o de Wheeler-DeWitt em uma genu\u00edna equa\u00e7\u00e3o tipo-Schr\u00f3dinger como consequ\u00eancia da presen\u00e7a linear dos momentos associados \u00e0 vari\u00e1vel T . Portanto, \u00e9 poss\u00edvel introduzir o tempo fenomenologicamente de cinco maneiras diferentes, cada uma associada a um dado fluido.

No caso do fluido de cordas c\u00f3smicas, por exemplo, a escolha da introdu\u00e7\u00e3o do tempo via $p_{T_{cordas}}$, estabelece a equa\u00e7\u00e3o

$$-\frac{\partial^2 \Psi(a,t)}{\partial a^2} + Q_{ef}(a)\Psi(a,t) = 24i \frac{\partial \Psi(a,T)}{\partial t} , \quad (5)$$

para a fun\u00e7\u00e3o de onda do Universo, onde o potencial efetivo \u00e9 dado por:

$$Q_{ef}(a) = 144ka^2 - 24p_{T_{radia\u00e7\u00e3o}} - 24p_{T_{poeira}}a - 24p_{T_{paredes}}a^3 - 24p_{T_{v\u00e1cuo}}a^4 . \quad (6)$$

Acima o par\u00e2metro temporal foi reescalonado ($T \rightarrow t$).

O valor esperado do fator de escala do Universo, assim como a densidade de probabilidades inicial, s\u00e3o obtidos a partir do m\u00e9todo espectral de Galerkin [5]:

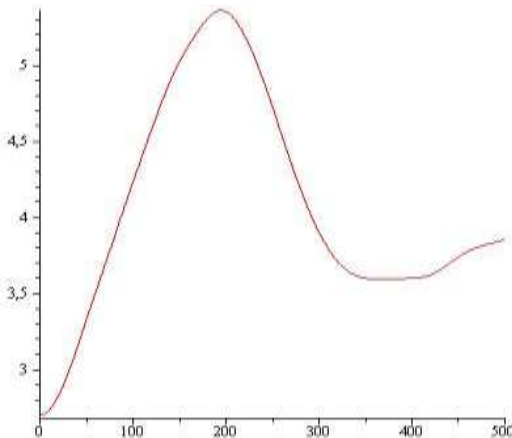


Figura 1: Valor esperado $\langle a \rangle$, $k=1$, em fun\u00e7\u00e3o do tempo t (cordas).

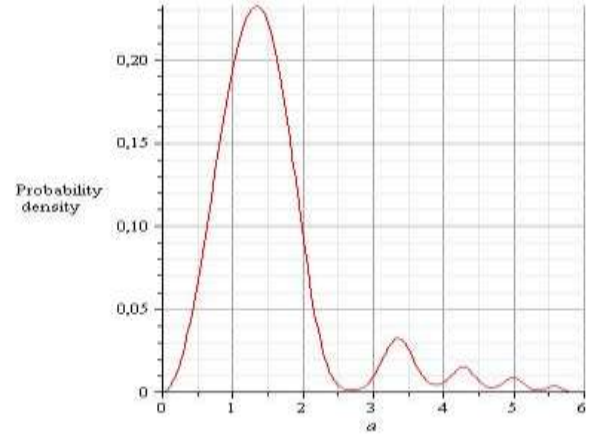


Figura 2: Densidade de probabilidade inicial $|\psi(a,0)|^2$ (cordas).

No caso da escolha do v\u00e1cuo para introdu\u00e7\u00e3o do tempo, o potencial efetivo assume agora a forma

$$Q_{ef}(a) = 144ka^2 - 24p_{T_{radia\u00e7\u00e3o}} - 24p_{T_{poeira}}a - 24p_{T_{cordas}}a^2 - 24p_{T_{paredes}}a^3 . \quad (7)$$

O valor esperado e a densidade de probabilidade para o pacote de onda inicial s\u00e3o apresentados abaixo:

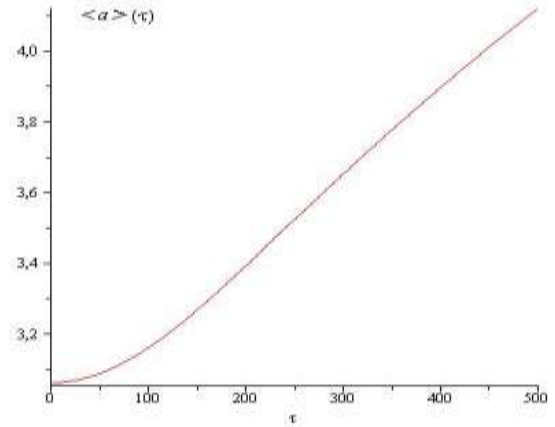


Figura 3: Valor esperado $\langle a \rangle$, $k=1$, em fun\u00e7\u00e3o do tempo t (v\u00e1cuo).

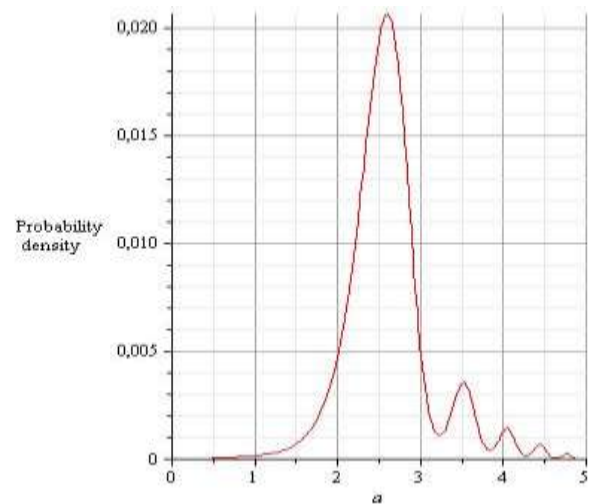


Figura 4: Densidade de probabilidade inicial $|\psi(a,0)|^2$ (v\u00e1cuo).

Finalmente, para o caso de paredes de domínio, o potencial efetivo quântico é dado por

$$Q_{ef}(a) = 144ka^2 - 24p_{Tradição} - 24p_{Tpoeira}a - 24p_{Tcordas}a^2 - 24p_{Tvácuo}a^4. \quad (7)$$

Para este caso o valor esperado do fator de escala do Universo e a densidade de probabilidade inicial assume seguinte comportamento:

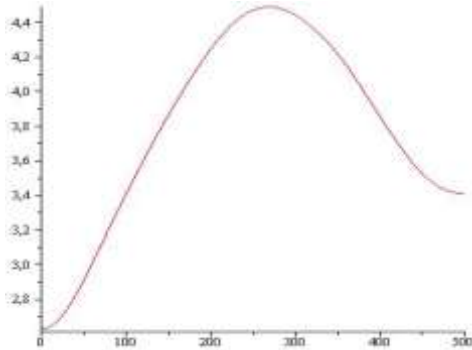


Figura 5: Valor esperado $\langle a \rangle$, $k=1$, em função do tempo t (paredes).

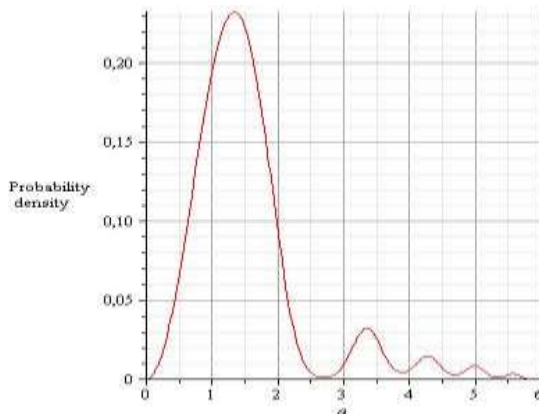


Figura 6: Densidade de probabilidade inicial $|\psi(a,0)|^2$ (paredes).

Para todos os casos analisados relativos aos diferentes fluidos, os pacotes de onda foram construídos a partir da superposição dos dez primeiros autoestados mais baixos.

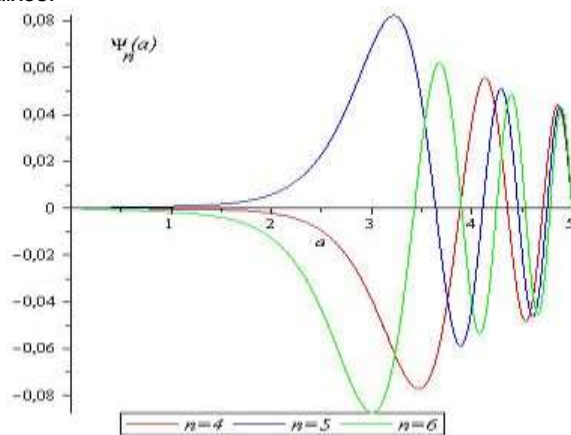


Figura 7: Exemplos de autoestados para o caso vácuo.

O espectro de energia para os diferentes fluidos, pode ser comparado via a tabela abaixo, em função do parâmetro α da equação de estado característica, $p=\alpha\rho$:

n	$\alpha = -1$	$\alpha = -1/3$	$\alpha = -2/3$
1	0.00320762158 3758755	0.0638443492231 5227	5.8223970065 43908
2	0.00532690984 7715984	0.07128227629787 075	5.83886631722 2031
3	0.00763539004 0493943	0.07902844926431 699	5.85380398174 324
4	0.01021564075 340668	0.08744876364554 699	5.86818815967 7519
5	0.01310752731 126028	0.09672396083012 484	5.88223818866 7222
6	0.01633789384 589971	0.10698006638195 09	5.89588998044 298
7	0.01992726387 326683	0.11832490438535 23	5.91017825659 9919
8	0.02824635268 596605	0.13087047909198 83	5.92713246382 4033
9	0.02824635268 596605	0.14474065002100 58	5.94726422824 6806
10	0.03300138081 636231	0.16005711308435 93	5.97032562356 8643

Tabela 1: Autoenergias calculadas pelo método espectral de Galerkin.

Observa-se que os valores de E crescem com a diminuição de α para os casos analisados.

Todas as soluções de valor esperado do fator de escala evidenciam Universos que nascem não singulares. Entretanto, para o cenário de vácuo não é observada uma fase de contração, evidenciando a característica de expansão do cenário tipo *Big Bang*.

Os potenciais efetivos para todos os casos também podem ser comparados. Para o caso de fluido de cordas, tem-se:

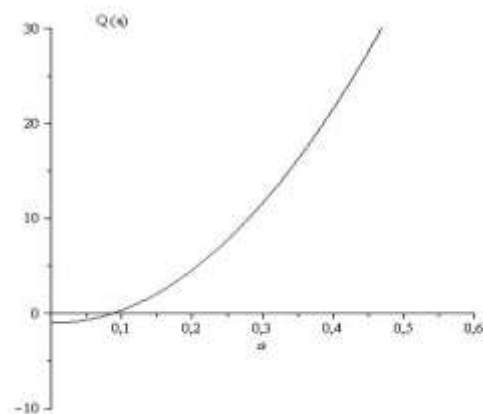


Figura 8: Potencial efetivos, $k=1$ (cordas).

No caso de vácuo, o potencial assume a forma de uma barreira de potencial, sugerindo a possibilidade do processo de tunelamento quântico da região classicamente proibida para a permitida, conforme previsto em [6]:

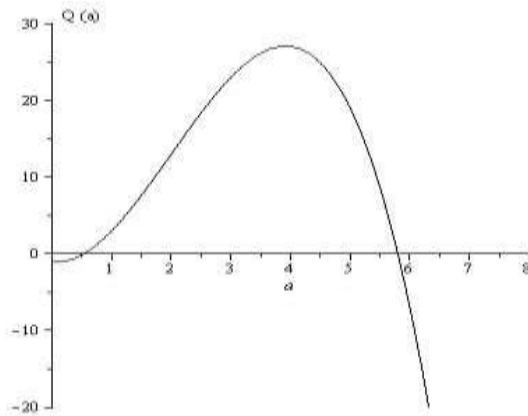


Figura 9: Potencial efetivo, $k=1$ (vácuo).

O comportamento do potencial para o caso de fluido de paredes de domínio é semelhante ao de cordas:

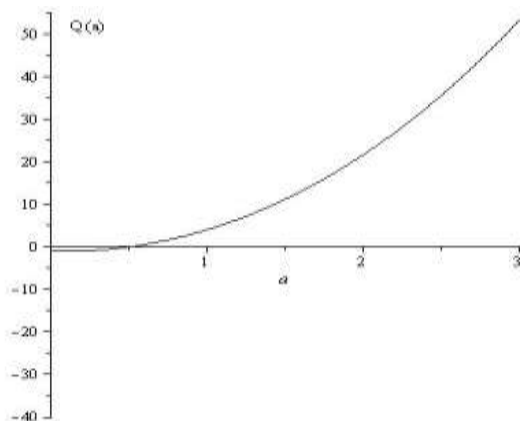


Figura 10: Potencial efetivo, $k=1$ (paredes).

3. Conclusões e Perspectivas

A possibilidade de emprego da matéria para exercer o papel do tempo em modelos cosmológicos quânticos gera o questionamento de qual conteúdo material seria o mais adequado. Em um modelo com cinco fluidos, ao comparar os resultados de valores esperados para o fator de escala do Universo para os casos de cordas cósmicas, vácuo e paredes de domínio, observa-se uma maior possibilidade de evolução para o cenário do Universo *Big Bang* no caso de vácuo, onde está bem caracterizada a fase de expansão do Universo e a possibilidade de nascimento do mesmo via um processo de tunelamento quântico. Todos os casos foram analisados com curvatura espacial $k=1$.

É importante ressaltar que este é um *toy model* que objetiva estudar o comportamento matemático das diferentes soluções cosmológicas obtidas. O emprego

das constantes dimensionais possibilitará em um trabalho futuro testar os diferentes casos estudados com dados observacionais e então prever qual melhor modelo evoluirá, por exemplo, para a fase inflacionária.

Os casos relativos aos demais fluidos (poeira e radiação) como candidatos ao tempo, estão em fase de análise preliminar, e serão discutidos também posteriormente.

4. Agradecimentos

Os autores agradecem à FAPES pelo apoio financeiro.

5. Referências

- [1] HALLIWELL, J. A. Quantum Cosmology and Baby Universes, ed. S. Coleman, J. B. Hartle, T. Piran and S. Weinberg (World Scientific, Singapore, 1991).
- [2] ANDERSON, E. The Problem of Time in Quantum Gravity (capítulo 4 de Classical and Quantum Gravity: Theory, Analysis and Applications), ed. V. R. Frignanni (Nova, New York 2012).
- [3] ALVARENGA, F. G.; FURTADO, R. G.; e GONÇALVES, S. V. B. Brazilian Journal of Physics, v. 47, p. 96 (2016).
- [4] ALVARENGA, F. G.; FABRIS, J.C.; LEMOS, N.A; e MONERAT, G. A. *Gen. Rel. Grav.* 34, 65 (2002).
- [5] SILVA, E.V.C., MONERAT, G. A., OLIVEIRA NETO, G. de, e FERREIRA FILHO, L.G. *Computer Physics Communications*, **185**, 380 (2014).
- [6] ATKATZ, D., *American Journal Physics*, **62** (7), (1994).