

Análise do modelo de Holt-Winters aplicado a uma série histórica de dados com tendência e sazonalidade

Feroni, R. C.^{1*}; Andreão, W. L.²

¹ Departamento de Engenharias e Tecnologia, Universidade Federal do Espírito Santo, São Mateus, ES, Brasil.

² Programa de Pós-Graduação em Saneamento, Meio Ambiente e Recursos Hídricos, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brasil.

* e-mail: rita.feroni@ufes.br

Resumo

Modelos de suavização exponencial são amplamente utilizados para previsões a partir de séries temporais de dados. Quando a série apresenta nível, tendência e sazonalidade, o modelo de Holt-Winters pode ser satisfatoriamente aplicado. Neste trabalho, para a avaliação do modelo, foi utilizada uma série genérica, porém que se assemelha aos dados de demanda real de produtos que apresentam demanda sazonal. A partir da análise de erros, os resultados mostram que o modelo de Holt-Winters aditivo obteve melhor performance comparado ao modelo multiplicativo. As previsões dos dois modelos conseguiram acompanhar satisfatoriamente o comportamento dos dados reais durante o período analisado.

Abstract

Exponential smoothing models are widely used for predictions from time series of data. When the series presents level, trend and seasonality, the Holt-Winters model can be satisfactorily applied. In this work, to evaluate the model, a generic series was used, however, which resembles data of real demand for products that present seasonal demand. From the error analysis, the results show that the Holt-Winters additive model obtained better performance compared to the multiplicative model. The predictions of the two models were able to satisfactorily fit the real data during the analyzed period.

Keywords (Palavras chaves): série temporal, previsão, suavização exponencial, modelo de Holt-Winters.

1. Introdução

A análise de séries temporais é usada em muitas aplicações no ramo da engenharia, como análise econômica, previsão de demanda, previsões meteorológicas, dentre outras. Este tipo de análise exige o conhecimento de valores passados da variável que se quer prever, sendo essa coleção de valores tomados em instantes específicos de tempo, com igual espaçamento. A expectativa é de que o padrão observado nos valores passados, forneça informação adequada para a previsão de valores futuros da variável [1]. Se o período coberto for suficientemente longo, o padrão da variável resultante permite distinguir comportamentos associados a série temporal como, efeito de tendência, efeito sazonal e variações irregulares ou ao acaso.

Fatores como o comportamento da variável no tempo, habilidade do programador, tipo de aplicação, disponibilidade de dados, tempo, recurso computacional e horizonte de planejamento, dentre outros, irão nortear o programador a aplicar o melhor modelo baseado em séries temporais. Neste contexto, os modelos de suavização exponencial são amplamente utilizados para previsão devido a sua simplicidade, facilidade de ajuste e boa precisão [2].

Em casos reais, o comportamento relacionado a série nem sempre pode ser visto por análise de tabelas ou análise gráfica, dessa forma, comparações entre os modelos e seus dados de entradas são necessárias a partir de uma análise de erro para determinar o melhor modelo. Dessa forma, o objetivo deste trabalho é

investigar a utilização e as entradas do modelo Holt-Winters [3], a partir de uma série histórica de dados. A série refere-se aos dados de vendas de agasalhos de uma empresa do setor de vestuário, porém devido as restrições de divulgação das informações coletadas, e pelas características da série serem representativas de vários setores que possuem suas vendas influenciadas pelas estações do ano, a série de dados será tratada como uma série genérica que apresenta tendência e sazonalidade.

2. Métodos de Suavização exponencial

Três variações básicas de modelos de suavização exponencial podem ser citadas: suavização exponencial de primeira ordem [4], aplicada satisfatoriamente quando a série temporal se mantém constante sobre um nível médio [1,2]; modelo de Holt [5], que pode ser utilizado, de maneira satisfatória, em séries temporais com tendência linear [1,2]; e o modelo de Holt-Winters [3], aplicado satisfatoriamente a séries temporais que exibem tendência e sazonalidade [2]. Este último método será visto com mais detalhes.

2.1 Modelo Holt- Winters

O modelo de Holt-Winters é uma expansão do método Holt [5] desenvolvida por Winters [3] e se divide em dois grupos: modelo de Holt-Winters multiplicativo, onde a amplitude da variação sazonal aumenta ou diminui como função do tempo, dado pelas Equações (1) a (4) [6], no Quadro 1, e modelo de Holt-Winters aditivo, onde a amplitude da variação sazonal é constante ao longo do tempo, dado pelas equações de (5) a (8). Nas equações aparece um componente relacionado à previsão (\hat{z}_{t+k}), ao nível (L), a tendência (T) e a sazonalidade (S).

2.2 Análise das variáveis de entrada dos modelos e metodologia

Os valores das constantes de suavização α , β e γ são arbitrários. A determinação dos melhores valores pode ser feita utilizando uma análise como o desvio absoluto médio (MAD) Equação (9), o erro percentual absoluto médio (MAPE), Equação (10) ou o erro quadrático

médio (MSE), Equação (11), também apresentadas no Quadro 1. Assim, seleciona-se um valor inicial aleatoriamente, a partir do qual as previsões são geradas. Os parâmetros que minimizarem, por exemplo o MSE, são utilizados no modelo final.

Quadro 1: Equacionamento do modelo e análise de erro.

Holt-Winters multiplicativo	Eq.
$\hat{z}_{t+k} = (L_t + kT_t) S_{t-s+k}$	(1)
$L_t = \alpha \frac{z_t}{S_{t-s}} + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1})$	(2)
$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1}$	(3)
$S_t = \gamma \frac{z_t}{L_t} + (1 - \gamma)S_{t-s}$	(4)
Holt-Winters aditivo	Eq.
$\hat{z}_{t+k} = (L_t + kT_t) + S_{t-s+k}$	(5)
$L_t = \alpha(z_t - S_{t-s}) + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1})$	(6)
$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1}$	(7)
$S_t = \gamma(z_t - L_t) + (1 - \gamma)S_{t-s}$	(8)
$MAD = \frac{\sum_{t=1}^n z_t - \hat{z}_t }{n}$	(9)
$MAPE = \left(\frac{\sum_{t=1}^n (z_t - \hat{z}_t)/z_t }{n} \right) \times 100$	(10)
$MSE = \frac{\sum_{t=1}^n (z_t - \hat{z}_t)^2}{n - 1}$	(11)
$L_s = \frac{1}{s} (z_1 + z_2 + \dots + z_s)$	(12)
$T_s = \frac{1}{s} \left(\frac{z_{s+1} - z_1}{s} + \frac{z_{s+2} - z_2}{s} + \dots + \frac{z_{s+s} - z_s}{s} \right)$	(13)
$S_1 = \frac{z_1}{L_s}, S_2 = \frac{z_2}{L_s}, \dots, S_s = \frac{z_s}{L_s}$	(14)
$S_1 = z_1 - L_s, S_2 = z_2 - L_s, \dots, S_s = z_s - L_s$	(15)
Subscritos: <i>t</i> : refere-se ao período; <i>s</i> : comprimento da sazonalidade; <i>k</i> : períodos a frente; Variáveis, \hat{z}_{t+k} : previsão para <i>k</i> períodos a frente; \hat{z} : previsão de demanda; <i>z</i> : valor real observado na série; <i>L</i> : estimativa para o nível da série; <i>T</i> : estimativa da tendência da série; <i>S</i> : estimativa de sazonalidade da série; α , β e γ : constantes de suavização (valores entre 0 e 1). <i>n</i> : número de observações associados a previsão.	

Para o modelo de Holt-Winters são necessários valores iniciais de componentes para nível, tendência e sazonalidade, para que os cálculos sejam iniciados. Para o componente sazonal, é necessário ao menos uma estação completa de observações, *s* períodos. A partir disso, as estimativas do nível e da tendência são feitas, no período *s* definido para o componente

sazonal. Em Makridakis *et al.* [6], pode-se encontrar as estimativas iniciais de cada componente, para o modelo multiplicativo: nível (Equação 12), tendência (Equação 13) e sazonalidade (Equações 14) e para o modelo aditivo: nível (Equação 12), tendência (Equação 13) e sazonalidade (Equações 15), sendo que a tendência requer duas estações completas para sua estimativa.

A fim de investigar a aplicabilidade do modelo de Holt-Winters, a série histórica de dados mostrada na Figura 1 é analisada.

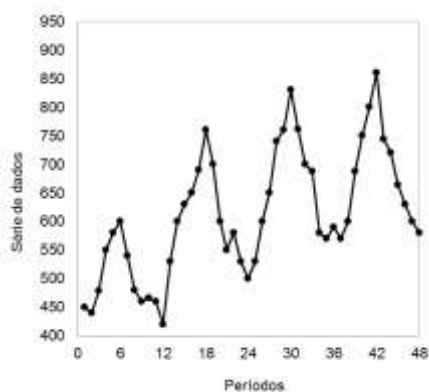


Figura 1: Série histórica de dados.

3. Resultados e Discussões

A série de dados escolhida para análise deve ser primeiramente analisada. Neste caso, a série foi cuidadosamente escolhida para que pudesse apresentar nível, tendência e sazonalidade para análise do modelo. A partir de tal análise, foi possível verificar o nível no qual as observações flutuam, a tendência ascendente e a presença do fator sazonal, que ocorre a cada doze períodos (s). Pela análise já é possível inferir que possivelmente o melhor método de suavização exponencial será de Holt-Winters.

As equações para cada modelo assim como os valores iniciais foram calculados conforme formulação mostrada no Quadro 1. A solução ótima para cada modelo foi escolhida a partir da ferramenta “solver” do ambiente MS-Excel® para determinar os parâmetros α , β e γ (constantes de suavização) que minimizam o MSE.

Dados de entrada e uma comparação relacionada aos erros associados aos modelos podem ser vistos na Tabela 1. O valor da constante β igual a zero pode significar que os valores iniciais para tendência foram bem estimados e nenhuma atualização foi necessária para se obter o MSE menor possível.

Tabela 1: Entradas dos modelos e análise de erro.

	α	β	γ	MAD	MAPE	MSE
M*	0,66	0	0,25	34,10	1,26	2070,321
A**	0,97	0	0,58	33,77	0,96	1956,56

M*=Modelo Holt-Winters multiplicativo; A**=Modelo Holt-Winters aditivo.

A fim de comparar os valores previstos com os dados da série histórica e realizar uma previsão para os próximos 12 períodos, a Figura 2 foi gerada. A partir dela, verifica-se um satisfatório acompanhamento dos modelos com relação aos dados observados. A Figura 2 em análise conjunta com a Tabela 1, nos permitem afirmar que o modelo mais confiável de previsão para o conjunto de dados é o Holt-Winters aditivo (M.H.W.A), por possuir o menor MAD, MAPE e MSE. O valor do MAPE de 0,96 para o modelo aditivo mostra que em média, a previsão de erro é menor que 1%.

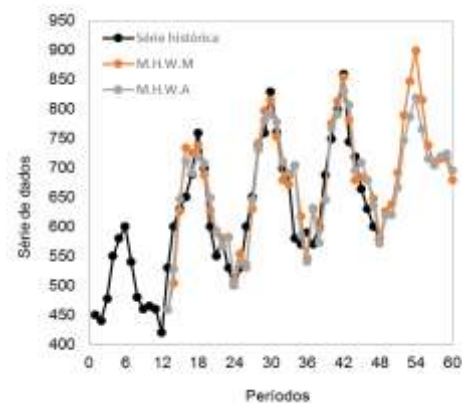


Figura 2: Comparação de previsões.

4. Conclusões

Realizar previsões não se resume apenas em aplicar modelos em séries de dados e gerar resultados, mas deve-se compreender o comportamento da série de dados e buscar através de observações críticas a escolha do melhor modelo.

No presente trabalho, foi realizada uma análise da aplicação do modelo de suavização exponencial proposto por Holt-Winters aplicado a uma série histórica de dados que apresenta tendência e sazonalidade. A série escolhida é genérica, porém seu comportamento se assemelha a dados históricos de demanda, por exemplo, de produtos como biquínis, sorvetes, agasalhos, que possuem, em geral, comportamento sazonal quando a análise é feita anual com dados reais mensais.

Os resultados obtidos foram bastante satisfatórios sendo o modelo de Holt-Winters aditivo o mais adequado a ser aplicado a série de dados apresentada, com a previsão acompanhando satisfatoriamente os dados reais e apresentando menores erros associados, quando comparado com o modelo multiplicativo. Observa-se que mesmo mostrando bons resultados, a previsão é uma ferramenta que contém erros. Por esta razão, as metodologias de previsão quantitativas devem sempre estar associada a técnicas qualitativas de análise, o que está bastante relacionado à experiência do programador.

5. Referências

- [1] MOREIRA, D. A. Administração da produção e operações. 2. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2016.
- [2] PELLEGRINI, F.R.; FOLIATTO, F.S. Revista Produção, v. 11, n. 1, p. 43-64, 2001.
- [3] WINTERS, P. R. Management Science, v. 6, n. 3, p.324-342, 1960.
- [4] BROWN, R.G. Statistical Forecasting for Inventory Control. New York: McGraw-Hill, 1959.
- [5] HOLT, C.E. International Journal of Forecasting, v. 20, p.5-10, 2004.
- [6] MAKRIDAKIS, S. et al. Forecasting Methods and Applications. 3. ed. New York: John Wiley & Sons, 1998.