

ANÁLISE PARAMÉTRICA DO ESCOAMENTO DE UM FLUIDO DEVIDO À CONVEÇÃO NATURAL

A. B. SILVA, S. H. B. de FARIA e M. DeSOUZA

Universidade Estadual de Maringá, Departamento de Engenharia Química
e-mail para contato: batista.eq@gmail.com

RESUMO – Muitas aplicações envolvem transferência de calor por convecção natural como o mecanismo principal de transferência de calor. Alguns exemplos são o resfriamento dos equipamentos eletrônicos como os transistores de potência e transferência de calor em serpentinas de refrigeração e linhas de transmissão. Neste trabalho utilizou-se o programa COMSOL Multiphysics para simular a convecção natural que ocorre quando duas placas paralelas, contendo um fluido entre elas, são mantidas a temperaturas diferentes. Esse processo envolve fenômenos simultâneos de transferência de calor e de quantidade de movimento. Tal simultaneidade dá origem a um conjunto de equações diferenciais parciais não lineares. O objetivo do trabalho foi avaliar a influência que parâmetros como a densidade, a viscosidade, a condutividade térmica e a distância entre as placas exercem nos perfis de velocidade e de temperatura do fluido.

1. INTRODUÇÃO

A convecção natural de um fluido puro é um problema clássico de fenômeno de transporte que envolve simultaneamente transferência de calor e de quantidade de movimento. Esse fenômeno há muito vem sendo estudado, como em trabalhos de Batchelor (1954) e de Eckert e Carlson (1960), e mais recentemente em trabalhos de Liu *et al.* (2014) e de Roeleveld e Naylor (2014). Alguns exemplos de aplicação da convecção natural são o resfriamento dos equipamentos eletrônicos como os transistores de potência e transferência de calor em serpentinas de refrigeração e linhas de transmissão. No caso específico do escoamento devido à convecção natural entre duas placas paralelas a diferentes temperaturas, têm-se aplicações como o que ocorre com o fluido entre as placas de vidro de janelas de vidro duplo ou em paredes duplas de edifícios. Esse tipo de escoamento ocorre ainda na operação de colunas de Clusius-Dickel para separação de isótopos ou de soluções líquidas de substâncias orgânicas pelo efeito combinado da difusão térmica e da convecção natural. Um esquema para o caso de um fluido hipotético localizado entre duas placas paralelas é apresentado na Figura 1. Se as placas são mantidas a temperaturas diferentes, a porção do fluido em contato com a placa com temperatura maior, sofre um aumento de temperatura, o que diminui sua densidade, fazendo com que ele, agora mais leve, entre em movimento convectivo ascendente. A porção do fluido em contato com a parede fria tem sua densidade aumentada e entra em movimento convectivo descendente. Tem-se então um sistema dinâmico em que há escoamento ascendente e descendente ao mesmo tempo.

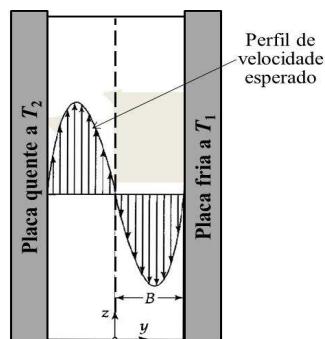


Figura 1 – Convecção natural laminar entre duas placas verticais com temperaturas diferentes.

Devido à condição de não deslizamento, a primeira camada de fluido diretamente em contato com a parede não se movimenta, com isso, a velocidade de escoamento na vertical é zero no ponto adjacente à parede e vai aumentando à medida que se distancia da parede. Por outro lado, como a temperatura diferenciada da parede é a força motriz para o movimento do fluido, quanto mais longe da parede, menor é a força motriz, e, consequentemente menor a velocidade do fluido. Esses fatores combinados geram um perfil de velocidade parabólico para o escoamento. O mesmo ocorre na outra parede, contudo, a direção do escoamento é oposta. Assim, temos um perfil de velocidade parabólico direcionado para cima próximo à parede quente e um perfil de velocidade parabólico direcionado para baixo próximo à parede fria. Conforme as duas placas são aproximadas, os escoamentos adjacentes às placas influenciam um no outro, sendo que no ponto onde ocorre a mudança de sentido do escoamento a velocidade é zero. Tem-se então um perfil de velocidade total cúbico, composto pelos perfis de velocidade dos dois escoamentos, uma parábola voltada para cima e outra voltada para baixo, tendo valores de zero nas paredes e no ponto médio entre elas, conforme indicado na Figura 1. Bird *et al.* (2004), utilizando-se de diversas hipóteses simplificadoras, obtiveram uma solução analítica para o problema, a qual forneceu os seguintes perfis de velocidade e de temperatura:

$$v = \left(\frac{\rho g \beta \Delta T B^2}{12\mu} \right) \left[\left(\frac{y}{B} \right)^3 - \left(\frac{y}{B} \right) \right] \quad (1)$$

$$T = T_0 + \frac{(T_1 - T_2)y}{2B} \quad (2)$$

sendo v a componente da velocidade do fluido na vertical, T a temperatura do fluido, μ a viscosidade do fluido, ρ a densidade do fluido na temperatura de referência $T_0 = (T_1 + T_2)/2$, T_1 a temperatura da parede fria, T_2 a temperatura da parede quente, g a aceleração da gravidade, β o coeficiente de expansão térmica e $2B$ a distância entre as placas. A Equação 1 indica um perfil cúbico de velocidade e a Equação 2 indica um perfil linear para a temperatura, ambos em relação à coordenada y . Neste trabalho, buscou-se simular numericamente o escoamento devido à convecção natural, verificando se as indicações do simulador seriam condizentes com a teoria apresentada por

Bird *et al.* (2004). Após a verificação dessa etapa inicial, investigou-se a influência dos parâmetros: distância entre as placas, condutividade térmica, densidade e viscosidade do fluido sobre os perfis de velocidade e de temperatura do sistema.

2. MODELAGEM MATEMÁTICA

Para a modelagem matemática, considerou-se, neste trabalho, um subdomínio bidimensional formado por uma cavidade retangular com lados verticais de 10 cm e lados horizontais de 1 cm, na qual se encontra um fluido puro em regime de escoamento laminar. A cavidade é formada por duas paredes verticais e duas placas horizontais isotérmicas, todas impermeáveis. Para que ocorresse convecção natural, a placa da esquerda foi mantida a uma temperatura maior que a temperatura da placa da direita.

O modelo matemático foi formulado levando-se em conta as seguintes considerações:

- devido às dimensões macroscópicas da cavidade, a condição de não deslizamento nas paredes pode ser utilizada;
- não há geração de calor na cavidade;
- as propriedades do fluido foram consideradas constantes, exceto a densidade no termo gravitacional nas equações de conservação de quantidade de movimento, que varia com a temperatura e segue a aproximação de Boussinesq;
- as propriedades do fluido foram avaliadas na temperatura de referência $T_0 = (T_1+T_2)/2$; e
- o fluido de trabalho é newtoniano.

O processo foi modelado para um escoamento incompressível (número de Mach < 0,3) em regime laminar e em estado estacionário, com dissipação viscosa desprezível. Nessas condições as equações de Navier-Stokes puderam ser usadas em combinação com a equação de conservação de energia

$$\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial y} + v \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (4)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial y} + v \frac{\partial v}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + \rho g \beta (T - T_0) \quad (5)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial y} + v \frac{\partial T}{\partial z} = \kappa \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (6)$$

nas quais, u e v são as componentes da velocidade nas direções y e z , respectivamente, p é a pressão do fluido na cavidade e κ é a condutividade térmica do fluido. A solução do modelo matemático, dado por esse sistema de equações diferenciais (Equações 3-6), foi obtida pelo método de elementos finitos com o auxílio do programa de simulação computacional COMSOL Multiphysics.

Inicialmente atribuiu-se para o fluido hipotético as mesmas propriedades do ar a $T_0 = 300$ K, sendo estas dispostas na Tabela 1. Todas as análises paramétricas efetuadas tiveram como ponto de partida as propriedades do fluido consideradas na Tabela 1. Nas paredes verticais inseriu-se a condição de não deslizamento e as temperaturas diferentes em cada uma, sendo 5 K acima ou abaixo da temperatura inicial do sistema. Como valores iniciais, fez-se com que o sistema possuísse a temperatura média entre as temperaturas das paredes, pressão manométrica igual a zero e velocidade nula em qualquer direção.

Tabela 1 – Propriedades do fluido

Propriedade	Valor
ρ	1,1769 kg/m ³
κ	2,6240×10 ⁻² W/m.K
μ	1,8464×10 ⁻⁵ Pa.s

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para as condições iniciais, os perfis de temperatura e de velocidade obtidos são mostrados nas Figuras 2 e 3, respectivamente. Esses perfis indicam que o resultado da simulação numérica é condizente com a solução analítica proposta por Bird *et al.* (2004). Pois, obteve-se um perfil de temperatura linear, partindo de um máximo de 305 K na parede aquecida e indo até um mínimo de 295 K na parede fria. Para o perfil de velocidade, obteve-se um perfil cúbico, semelhante ao proposto por Bird *et al.* (2004). A velocidade máxima para essas condições foi de 0,0167 m/s.

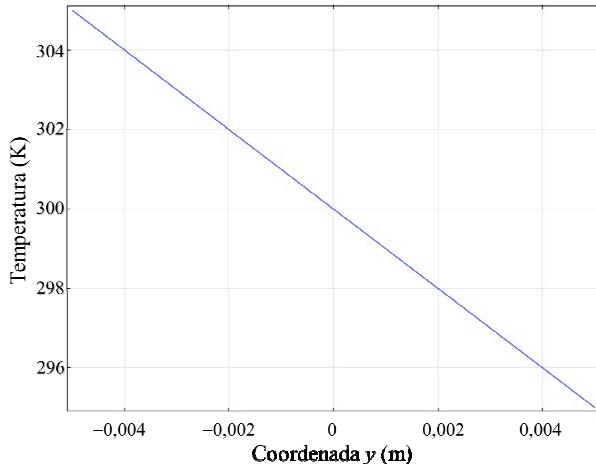


Figura 2 – Perfil de temperatura para fluidos com baixa densidade

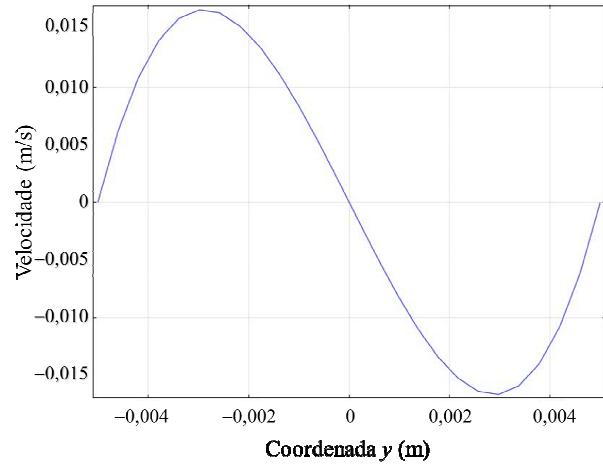


Figura 3 – Perfil de velocidade para fluidos com baixa densidade

3.1. Variações na densidade

Atribuindo-se ao fluido, a densidade de 1,7967 kg/m³ (densidade igual à do CO₂ a 300 K) e

mantendo-se inalteradas as demais propriedades, obteve-se um perfil de temperatura igual ao anterior, contudo, o perfil de velocidade apresentou um máximo de 0,0255 m/s. O mesmo ocorreu para uma densidade de $0,0818 \text{ kg/m}^3$ (igual à do H_2 a 300 K), apresentando velocidade máxima de 0,00113 m/s. O valor máximo de densidade para o qual o modelo matemático proposto converge foi de $9,1 \text{ kg/m}^3$, valor esse quase oito vezes maior que a densidade do ar, porém ainda cerca de 100 vezes menor que a densidade da água líquida. Para essa densidade ($9,1 \text{ kg/m}^3$) geraram-se os perfis de temperatura e velocidade apresentados nas Figuras 4 e 5, respectivamente.

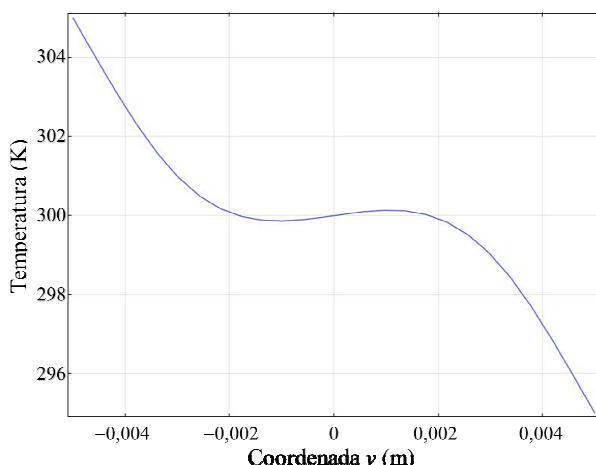


Figura 4 – Perfil de temperatura para fluidos com alta densidade

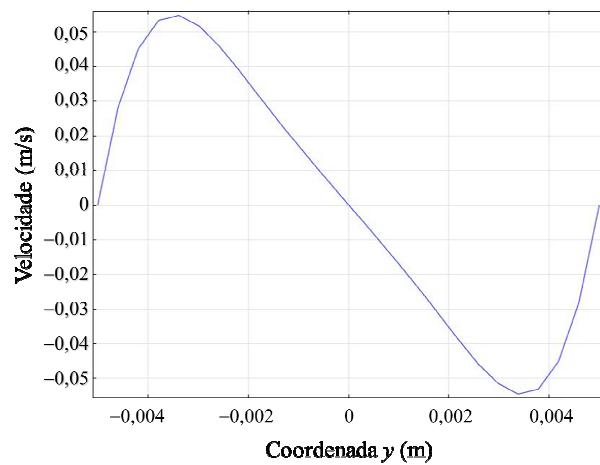


Figura 5 – Perfil de velocidade para fluidos com alta densidade

Os resultados apresentados na Tabela 2 indicam que a velocidade máxima do escoamento aumenta com o aumento da densidade. As Figuras 6 e 7 mostram a diferença global do escoamento no sistema. Para o fluido com maior densidade ($9,1 \text{ kg/m}^3$) verifica-se uma menor velocidade nos pontos extremos do sistema, contudo, no centro do sistema o perfil de velocidade assume a forma cúbica já discutida, porém, para a relação de aspecto (altura/largura) do subdomínio modelado, a influência dos efeitos de borda não pode ser desprezada.

Tabela 2 – Características do perfil de temperatura e velocidade máxima do fluido em função da densidade do fluido

Densidade (kg/m^3)	Característica do perfil de temperatura	Velocidade máxima (m/s)
0,818	Linear	0,00113
1,1769	Linear	0,01670
1,7967	Linear	0,02550
9,1000	Altamente não linear	0,05470

3.2. Variações na viscosidade

Variando-se a viscosidade, diferentes valores de velocidade máxima foram encontrados, contudo, o perfil de temperaturas manteve-se linear e o de velocidades permaneceu cúbico tal como

o da Figura 4. Os valores calculados encontram-se na Tabela 3. As viscosidades usadas foram $0,8963 \times 10^{-5}$, $1,8464 \times 10^{-5}$ e $87,575 \times 10^{-5}$ (Pa.s), correspondentes às viscosidades, a 300 K, do H₂, do ar e da água líquida, respectivamente.

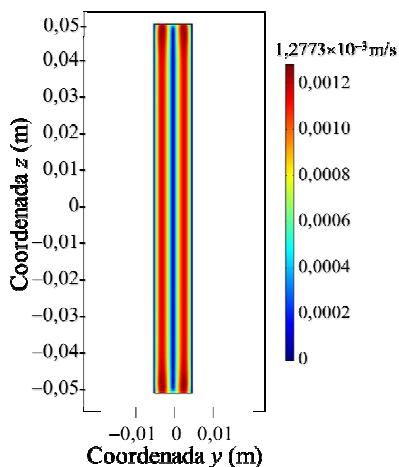


Figura 6 – Perfil de velocidade do fluido com menor densidade

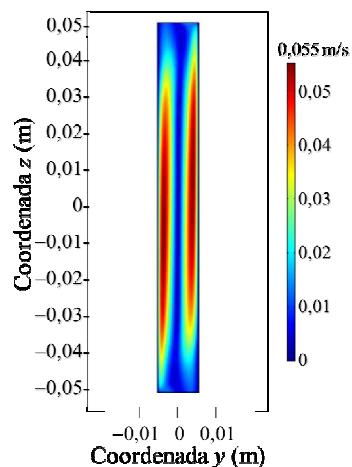


Figura 7 – Perfil de velocidade do fluido com maior densidade

Tabela 3 – Velocidade máxima de escoamento em função da viscosidade do fluido

Viscosidade (Pa.s)	Velocidade máxima (m/s)
$0,8963 \times 10^{-5}$	0,03445
$1,8464 \times 10^{-5}$	0,01670
$87,575 \times 10^{-5}$	0,00352

3.3. Variações na condutividade térmica

Os dados obtidos ao se atribuir ao fluido, diferentes valores de condutividade térmica, encontram-se dispostos na Tabela 4.

Tabela 4 – Características do perfil de temperatura e velocidade máxima de escoamento em função da condutividade térmica do fluido

Condutividade (W/m.K)	Perfil de temperatura	Velocidade máx. (m/s)
$0,1820 \times 10^{-2}$	Não linear	0,0130
$2,6240 \times 10^{-2}$	Linear	0,0167
$60,960 \times 10^{-2}$	Linear	0,0167

Uma explicação para esses resultados é que a diminuição da condutividade térmica aumenta a resistência à transferência de energia no fluido, reduzindo a influência da temperatura da parede e fazendo com que a densidade do fluido varie pouco no interior da cavidade (nas proximidades da parede), com isso, o movimento convectivo se torna mais lento. As temperaturas do sistema como

um todo são apresentadas nas Figuras 8 e 9.

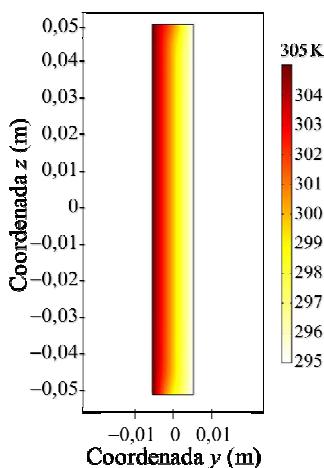


Figura 8 – Fluido com maior condutividade térmica

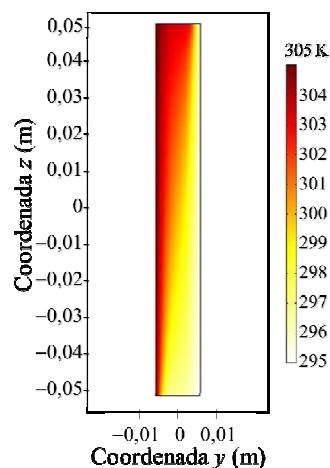


Figura 9 – Fluido com menor condutividade térmica

Com os resultados mostrados nas Figuras 8 e 9 afere-se quão mais efetiva é a troca térmica para valores de condutividade iguais ou superiores às do ar. A partir dos resultados apresentados na Tabela 4, verificou-se que um aumento ainda maior da condutividade térmica não afeta as características dos perfis de velocidade e de temperatura.

3.4. Variações na distância entre as placas

A diminuição da distância entre as placas para 10% do valor inicial (0,1 cm) produz um perfil de temperatura linear e um perfil de velocidade igual aos anteriores, com velocidade máxima de 0,000165 m/s. Com placas distantes uma da outra em 5 cm, o perfil de temperatura é altamente não linear, como mostrado na Figura 10. A velocidade máxima é de 0,0576 m/s e o perfil de velocidade é tal como mostra a Figura 11. Os dados da Tabela 5 indicam que, quando a distância entre as placas é muito pequena, a velocidade de escoamento é menor, tendo em vista as condições de não deslizamento aplicadas ao modelo. Conforme a distância entre as placas aumenta, a velocidade máxima também aumenta, se aproxima de um valor limite. Nesse ponto, é como se uma parede não influenciasse mais no escoamento próximo à outra parede, e nesse caso, o escoamento é igual ao que ocorre quando se tem convecção natural nas proximidades de uma parede isolada, a qual é mantida numa temperatura diferente da temperatura no seio do fluido.

4. CONCLUSÕES

A análise paramétrica realizada mostra que fluidos com densidade mais elevada produz maior recirculação do fluido, uma vez que apresentam velocidades superiores às dos fluidos com densidade menor. À medida que a condutividade térmica do fluido aumenta a sua velocidade também aumenta até atingir um valor limite. Ao contrário, quando a viscosidade do fluido

aumenta, o escoamento fica mais lento. Adicionalmente, para fluidos com densidade elevada e/ou com condutividade térmica baixa, a relação de aspecto altura/largura, deve ser maior para que os efeitos de borda possam ser desconsiderados.

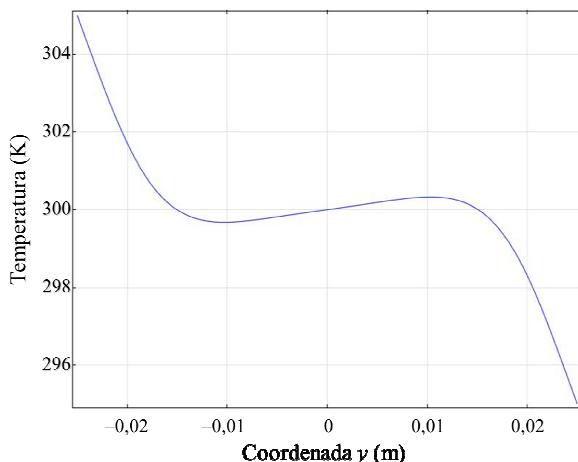


Figura 10 – Perfil de temperatura para o sistema com placas verticais mais espaçadas.

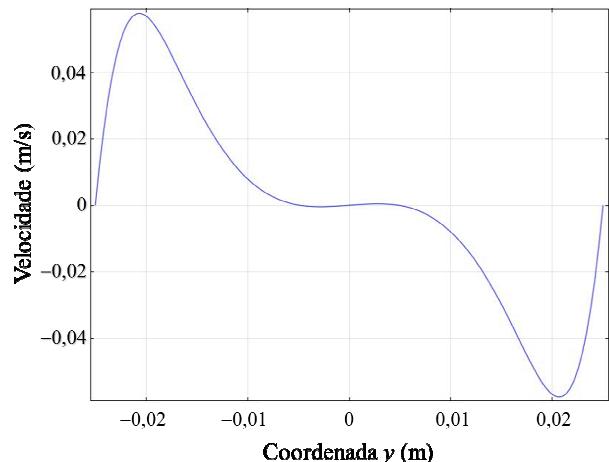


Figura 11 – Perfil de velocidade para o sistema com placas verticais mais espaçadas.

Tabela 5 – Características do perfil de temperatura e velocidade máxima de escoamento em função da distância entre as placas

Distância (cm)	Característica do perfil de temperaturas	Velocidade máxima (m/s)
0,1	Linear	0,000165
1,0	Linear	0,016700
2,0	Não linear	0,053000
3,0	Não linear	0,057200
5,0	Altamente não linear	0,057600

5. REFERÊNCIAS

- BATCHELOR, G. Heat transfer by free convection across a closed cavity between vertical boundaries at different temperatures. *Quart. Appl. Math.*, v. 12, p. 209-233, 1954.
- BIRD, R. B.; STEWART, W. E.; LIGHTFOOT, E. N. *Fenômenos de Transporte*. Rio de Janeiro: Editora LTC, 2004.
- ECKERT, E. R. G.; CARLSON, W. O. Natural convection in an air layer enclosed between two vertical plates with different temperatures. *Pergamon Press*, v. 2, p. 106-120, 1961.
- LIU, Y.; LEI, C.; PATTERSON, J. C. Natural Convection in a differentially heated cavity with two horizontal adiabatic fins on the sidewalls. *Int. J. Heat Mass Tran.*, v. 72, p. 23-36, 2014.
- ROELEVeld, D.; Naylor, D. Flow visualization of natural convection in vertical channels with opposing buoyancy forces. *Exp. Therm. Fluid Sci.*, v. 54, p. 61-70, 2014.