Capítulo 18

Utilizando o solver para resolver problemas de programação da produção com o método de programação inteira

Gislene da Silva Fonseca[1]
Nayara Macedo Vinhal[2]
José dos Reis Vieira de Moura Junior[3]

Resumo: Este trabalho apresenta um problema de Programação da Produção (Scheduling) com tempo de câmbio e ajustes (setup) de um laminador de aços longos. Desta forma, com uma tabela contendo os valores do tempo de setup para determinada sequência de produção serão estudados como obter uma função objetivo e funções de restrições para que possa ser possível resolver este problema através da Programação Inteira com o uso de um programa computacional, o Solver, um programa do pacote Office, o Excel, amplamente disponível no meio industrial. Concluindo, este trabalho apresenta aspectos básicos de formulação de problemas de programação da produção envolvendo tempos de setup associados a mecanismos cotidianos de solução do problema.

Palavras-chave: Programação da produção, Tempos de setup, Programação Inteira, Excel Solver.

---

1 Universidade Federal de Goiás – UFG. Regional Catalão, Unidade Acadêmica Especial de Engenharia. Aluna do curso de Engenharia de Produção. Contato: gis-sf@hotmail.com.

2 Universidade Federal de Goiás – UFG. Regional Catalão, Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia. Aluna do curso de Matemática Industrial. Contato: nayara.macedov@gmail.com

3 Universidade Federal de Goiás – UFG. Regional Catalão, Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia. Orientador. Contato: zereis@ufg.br.

Introdução

A programação da produção *(scheduling)* é o campo da Pesquisa Operacional que trata do sequenciamento detalhado de chão de fábrica. Os problemas de *scheduling* determinam quais são as ordens de produção e as respectivas operações que deverão ser realizadas, além de determinar quais recursos e quando o processamento de cada máquina deve ser iniciado ou finalizado (PIMENTA, 2011).

A programação da produção é baseada em tomadas de decisões que buscam otimizar processos industriais a fim de reduzir custos, tempo de processamento, entre outros, de modo a melhorar a relação custo-benefício dos produtos fabricados e gerar ganhos para a empresa (CORRÊA; GIANESI; CAON, 2011).

A programação de um sistema de produção pode exigir um grande grau de dificuldade dependendo das características presentes no ambiente produtivo, tais como: considerar tempos de *setup* em uma linha de produção, lidar de modo eficiente com os recursos disponíveis, reduzir desperdícios, otimizar tempo de processamento, entre outros fatores que influenciam no processamento do produto (TUBINO, 2007).

Ao considerar os problemas e característica do sistema de produção, estes podem ser formulados e representados por modelos matemáticos para serem solucionados de forma rápida e confiável, com auxílio de recursos computacionais.

A formulação e solução do problema de programação da produção pode ser feita através do uso da Programação Inteira, que busca maximizar ou minimizar um objetivo através de uma função linear. Esse método está sujeito a algumas restrições na forma de equações lineares. Na programação inteira, outro fator a ser considera é que as soluções das variáveis somente podem assumir valores inteiros (YANASSE et al., 2006).

Para a resolução de problemas de programação linear são utilizados alguns programas computacionais, como o Solver, o qual será utilizado nesse trabalho. O Solver é um suplemento do Excel que apresenta boa performance na resolução dos problemas de Pesquisa Operacional (ROJAS, 2002).

1 Scheduling

De acordo com Fernandes *et al.* (2010) e Pinedo (2012), os problemas de *scheduling* são codificados de acordo com a forma $\propto/\beta/\gamma$, onde $\propto$ é o ambiente de máquina, β são as restrições e γ é a função objetivo.

O primeiro argumento que caracteriza o ambiente de máquina pode assumir uma das seguintes condições:

- Máquinas únicas: As tarefas a serem processadas precisam de uma única máquina disponível.

- Máquinas paralelas: As tarefas podem ser executadas em qualquer máquina.
- *Flow Shop*: As tarefas a serem processadas possuem um mesmo roteiro de processamento passando em várias máquinas que estão em série.
- *Job Shop*: Cada tarefa possui uma rota de produção percorrida pelas máquinas que não necessariamente é a mesma de outra tarefa.
- *Open Shop*: Cada tarefa também possui uma rota tecnológica percorrida pelas máquinas, mas ao contrário do caso anterior, não há necessidade de precedência de uma máquina e depois outra. Assim, o produto pode percorrer uma máquina e depois a outra, ou vice-versa sem alteração do produto.

Podem existir diversos tipos de restrição em um problema de programação da produção. Entretanto, alguns mais comuns são: Data de liberação ou disponibilidade de cada tarefa (rj), data que a tarefa finaliza o processamento (dj), tempo de processamento de cada tarefa em cada máquina (pjk), tempo de espera para iniciar a tarefa (Wik). Algumas características de cada tarefa é que todas possuem data de término da tarefa (Cj), pontualidade na tarefa (Lj) e tempo de atraso que a tarefa foi entregue (Tj).

A função objetivo que se deseja encontrar pode ser: Tempo total quando a última tarefa acabar de ser processada ($Cmáx$), atraso máximo de uma tarefa ($Tmáx$), atraso total de uma tarefa em processamento (Tj), tempo gasto para finalizar uma tarefa (ΣCj) e total de tarefas atrasadas (Σuj).

2 Desenvolvimento

Um laminador é formado por um conjunto de cadeiras de laminação que deformam progressivamente o produto semiacabado até a forma final. A classificação dos laminadores ocorre principalmente de acordo com a disposição das cadeiras de laminação. Os tipos de cadeiras também apresentam vários aspectos tecnológicos do laminador. As cadeiras do tipo duo possuem dois cilindros, a cadeiras trio, possuem três cilindros, a cadeiras quádruo, que são quatro cilindros montados um em cima do outro na vertical e a cadeiras cantiléver, que é utilizado na laminação de produtos longos (RIZZO, 2007).

Para se obter um produto semiacabado num processo de laminação, consiste em um material que tem que passar por vários cilindros até chegar num produto final desejado. Mas para a obtenção de produtos laminados, tem algumas etapas fundamentais. Primeiro acontece a preparação do material, os tarugos, com formado longo e com espessura grande são aquecidos e em seguida irão para os trens de laminação, que contém várias cadeiras de laminação, onde cada cadeira terá um ajuste diferente para receber o tarugo. Terminando o processo a quente, o material terá o acabamento e/ou tratamento térmico quando se trata de um produto final. Em seguida, a decapagem, e se necessário uma laminação a quente, depois um tratamento térmico e por fim o acabamento e revestimento, ou seja, produtos finais como, chapas grossas, bobinas a quente, chapas finas, barras, fio-máquina e bobinas a frio (RIZZO, 2007).

Assim, para a mudança de produção em um laminador, o tempo de setup ou câmbio ocorre para que todas as cadeiras de laminação sejam ajustadas, temperaturas de fornos, velocidades de ventiladores e vazão de águas de resfriamento.

Neste trabalho é proposta a avaliação da solução do menor tempo de preparação de um laminador de aços longos, que serão produzidos três câmbios para atender a demanda de três clientes com urgência. No caso em estudo são apresentados três tipos de produtos que são laminados em um laminador. Para cada mudança de produto é necessário um tempo de setup conforme mostrado na Tabela 18.1.

Tabela 18.1 Dados de tempo de setup no câmbio do laminador.

De\Para	A	B	C
A	10000	2	4
B	7	10000	3
C	5	1	10000

Fonte: Autores, 2016.

A função objetivo deste problema é minimizar o setup, utilizando a seguinte função objetivo da Equação (1).

$$X_0 = \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n} s_{ij}x_{ij} \qquad (1)$$

onde s_{ij} é o tempo para preparar a máquina para produzir a tarefa e x_{ij} é o resultado para cada variável da função objetivo.

As equações de restrição são dadas pelas Equações (2-3).

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \qquad (2)$$

para j = 1, 2 e 3 que representa que toda tarefa sucede alguma tarefa.

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1 \qquad (3)$$

para i = 1, 2 e 3 que é para toda tarefa que antecede alguma tarefa.

Resolvendo a Equação (1) com os parâmetros da Tabela 18.1, obtemos a equação a seguir:

$$\min X_0 = s_{11}x_{11} + s_{12}x_{12} + s_{13}x_{13} + s_{21}x_{21} + s_{22}x_{22} + s_{23}x_{23} + s_{31}x_{31} + s_{32}x_{32} + s_{33}x_{33} \tag{4}$$

Substituindo os valores da Tabela 18.1 na Eq. (4), obtém-se a Eq. (5).

$$\min X_0 = 10000 + 2x_{12} + 4x_{13} + 7x_{21} + 10000x_{22} + 3x_{23} + 5x_{31} + 1x_{32} + 10000x_{33} \tag{5}$$

Sujeito às restrições das Equações (6-11), considerando *i* variando de 1 até 3 e o *j* fixo.

$$\textstyle\sum_{i=1}^{3} x_{ij} = 1 = x_{11} + x_{21} + x_{31} \tag{6}$$

$$\textstyle\sum_{i=1}^{3} x_{ij} = 1 = x_{12} + x_{22} + x_{32} \tag{7}$$

$$\textstyle\sum_{i=1}^{3} x_{ij} = 1 = x_{13} + x_{23} + x_{33} \tag{8}$$

E a variável *j* variando de 1 até 3 e com o *i* fixo.

$$\textstyle\sum_{j=1}^{3} x_{ij} = 1 = x_{11} + x_{12} + x_{13} \tag{9}$$

$$\textstyle\sum_{j=1}^{3} x_{ij} = 1 = x_{21} + x_{22} + x_{23} \tag{10}$$

$$\textstyle\sum_{j=1}^{3} x_{ij} = 1 = x_{31} + x_{32} + x_{33} \tag{11}$$

Com a obtenção da função objetivo e das restrições, o problema a resolver passa a ser um problema de programação inteira.

3 Metodologia

Primeiramente, uma planilha será criada com os valores da função objetivo e das restrições, como mostra a Figura 18.1.

Nessa planilha, os dados serão dispostos da seguinte forma: as células das linhas 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 contém parâmetros das Equações (6-11) e da função objetivo, a Equação (5). A coluna K apresentará a solução das restrições e a linha 11 conterá a solução final do problema.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1													
2	Variáveis de decisão	X11	X12	X13	X21	X22	X23	X31	X32	X33	Solução	Sinal	
3	Restrição 1	1			1			1				=	1
4	Restrição 2		1			1			1			=	1
5	Restrição 3			1			1			1		=	1
6	Restrição 4	1	1	1								=	1
7	Restrição 5				1	1	1					=	1
8	Restrição 6							1	1	1		=	1
9	Objetivo	10000	2	4	7	10000	3	5	1	10000			
10													
11	Solução												

Figura 18.1 Dados colocados na planilha do Excel

Fonte: Autores, 2016.

As células de K3 até a K9 contém, respectivamente, as seguintes formulas, com o produto dos coeficientes da equação de restrição com a da função objetivo:

=SOMARPRODUTO(B3:J3;$B$11:$J$11)

=SOMARPRODUTO(B4:J4;$B$11:$J$11)

=SOMARPRODUTO(B5:J5;$B$11:$J$11)

=SOMARPRODUTO(B6:J6;$B$11:$J$11)

=SOMARPRODUTO(B7:J7;$B$11:$J$11)

=SOMARPRODUTO(B8:J8;$B$11:$J$11)

=SOMARPRODUTO(B9:J9;$B$11:$J$11)

Depois de colocar as fórmulas nas células correspondentes, no Menu Dados contém o programa Solver. Ao clicar, aparecerá uma janela. Na caixa, "Definir Objetivo", será colocado a célula K9, e como a função objetivo é minimizar o tempo de setup, selecione a opção Min. Na caixa "Sujeito as restrições" será colocado todas as restrições que o problema contém, como mostra a Figura 18.2.

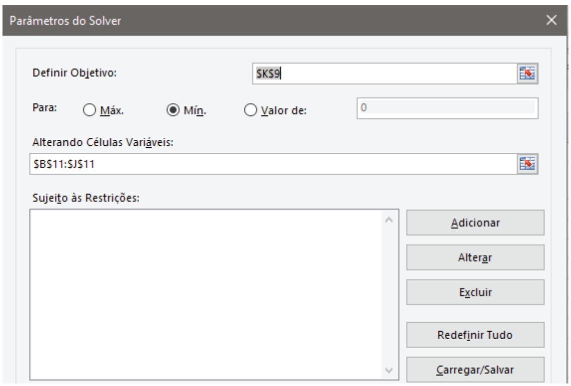

Figura 18.2 Parâmetros do Solver.

Fonte: Autores, 2016.

Ao clicar em “Adicionar” aparecerá uma janela, e em “Referência de célula“ serão adicionadas as células da coluna K9, e o sinal de “=” e na “Restrição” os valores da linha M.

Como a solução desse problema é por programação inteira. As células da linha 11 contendo as variáveis das funções, serão adicionadas todas na caixa de “Referência de célula” um de cada vez. Na caixa de sinal, a opção “int” é selecionada e em seguida aparecerá na caixa de “Restrição” (número inteiro), como mostra a Figura 18.3.

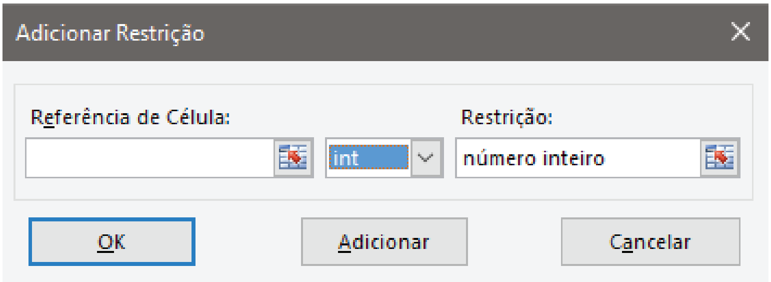

Figura 18.3 Janela para colocar as restrições.

Fontes: Autores, 2016.

Com todas as restrições colocadas nos Parâmetros do Solver, opção “Selecionar um Método de: ” será selecionado como LP Simplex, como mostra a Figura 18.4.

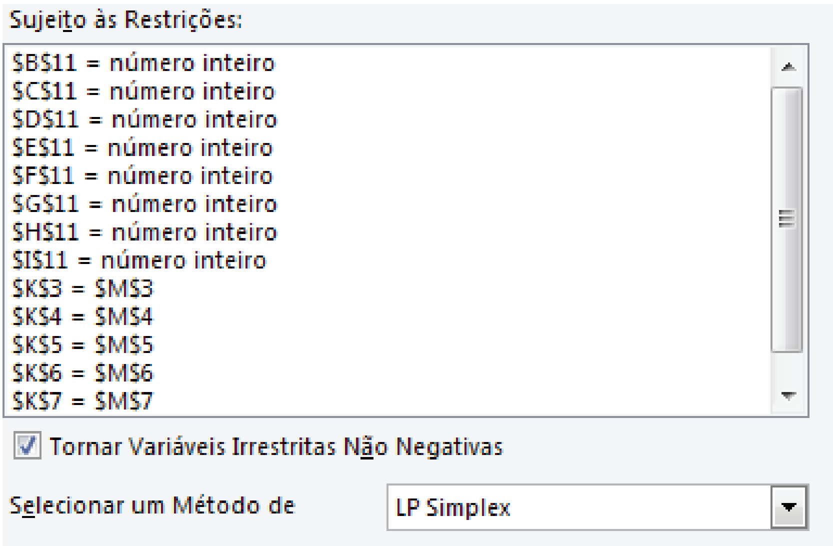

Figura 18.4 Janela do Solver com as restrições e a opção LS simplex selecionada.

Fontes: Autores, 2016.

Em "Opções" desmarque a opção "Usar escala automática" e clique em "Resolver". O Solver vai mostrar uma janela "Resultados do Solver". Selecione a opção Manter Solução do *Solver* para aceitar os valores. Em seguida a planilha exibe nas células variáveis os valores que proporcionaram o menor tempo de *setup* para a fabricação. A Figura 18.5 mostra os resultados obtidos.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1													
2	Variáveis de decisão	X11	X12	X13	X21	X22	X23	X31	X32	X33	Solução	Sinal	
3	Restrição 1	1			1			1			1	=	1
4	Restrição 2		1			1			1		1	=	1
5	Restrição 3			1			1			1	1	=	1
6	Restrição 4	1	1	1							1	=	1
7	Restrição 5				1	1	1				1	=	1
8	Restrição 6							1	1	1	1	=	1
9	Objetivo	10000	2	4	7	10000	3	5	1	10000	12		
10													
11	Solução	0	0	1	1	0	0	0	1	0			

Figura 18.5 Resultados do problema proposto.

Fonte: Autores, 2016.

Pode-se ver que a Solução na linha K, obteve os valores das restrições. E a solução dos valores da função objetivo são apresentados na linha 11. Com a função objetivo assumindo os valores $x_{11} = 0$, $x_{12} = 0$, $x_{13} = 1$, $x_{21} = 1$, $x_{22} = 0$, $x_{23} = 0$, $x_{31} = 0$, $x_{32} = 1$ e $x_{33} = 0$ para minimizar o tempo de *setup*, que são os pontos ótimos, teve como resultado o número 12, que é o menor valor que o problema de Programação Inteira conseguiu assumir.

Conclusões

Este trabalho pôde apresentar um problema comum do cotidiano de laminadores de produtos siderúrgicos longos que é o processo de câmbio da produção. Este processo quando realizado de forma arbitrária pode trazer consequências financeiras desastrosas, com perdas significativas de produção.

Através dos resultados apresentados foi possível ilustrar a importância da Programação da Produção utilizando formulações de Programação Inteira, um processo que apesar de complexo, pode ser sistematizado em conjuntos de equações e facilmente resolvido através de um software comumente disponível nas empresas.

Como trabalhos futuros espera-se a elaboração de um estudo de caso completo (*timeframe* mensal) de um laminador real de uma indústria siderúrgica brasileira do segmento de longos.

Referências

CORRÊA, H. L.; GIANESI, I. G. N.; CAON, M. **Planejamento, promoção e controle da produção**: MRP II/ERP: conceitos, uso e implementação: base para SAP, Oracle Aplications e outros softwares integrados de gestão. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2011.

FERNANDES, F. C. F.; FILHO, M. G.. **Planejamento e controle da produção dos Fundamentos ao essencial.** São Paulo: Atlas, 2010.

FUCHIGAMI, H. Y. **Técnicas de programação de operações em máquinas.** Versão 2, 2010.

GALVÃO, F. M.. **Aplicação de um modelo de sequenciamento da produção para um setor de moldagem de artefatos plásticos.** Juiz de Fora, MG,2007.

PIMENTA, J.. **Primeiros passos para implantação da programação da produção industrial (PPCP).** http://www.nomus.com.br/blog-industrial/2015/09/primeiros-passos-para-implantacao-da-programacao-da-producao-industrial-ppcp/#sthash.vpXc2jvE.dpuf.

PINEDO, M. L. Scheduling - Theory, Algorithms, and Systems. Fourth Edition. Springer, 2012.

RIZZO, E. M. Da S.. **Processos de laminação dos aços: uma introdução.** São Paulo, Associação Brasileira de Metalurgia e Materiais, 2007.

ROJAS, A.. **Resolvendo problemas de programação linear com o ms Solver.** Mestrando PET/COPPE/UFRJ. Cadernos do IME: Série Informática: Vol. 13, 2002.

SILVIA, C. C.. **Excel 2013 avançado.** Santa cruz do Rio Pardo, SP: Editora Viena, 2015.

TUBINO, D. F. **Planejamento e controle da produção.** São Paulo: Atlas, 2007.

YANASSE, H. H. et al. **Pesquisa Operacional.** 1. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2006.