

Uma Breve Introdução a Cosmologia Quântica

Bahia, V. C.,^{1*} ; Xavier, L. A.² ; Gonçalves, S. V. B.³

¹ Departamento de Física, Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal do Espírito Santo, ES, Brasil.

² Escola do Ensino Fundamental e Médio Professora Filomena Quitiba,
Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo - SEDU, Piúma, ES, Brasil.

³ Programa de Pós-Graduação em Física, Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, ES, Brasil.

* e-mail: vitor.bahia@aluno.ufes.br

Resumo

A cosmologia estuda a evolução do universo e, por isso, sua compreensão é fundamental para entender o seu desenvolvimento e explicar as suas várias etapas de transformação. Nós temos atualmente vários modelos cosmológicos, tanto clássicos como quânticos, retratando de várias formas os fundamentos necessários para o entendimento do nosso Cosmo. A partir desses modelos é possível compreender, entre muitas características, os objetos mais fascinantes e os comportamentos mais estranhos do nosso Universo. Esse artigo vai tratar de uma propriedade fundamental do universo, o seu comportamento perto da singularidade inicial. Visto que não temos atualmente uma teoria quântica de gravitação, vamos descrever como fazer a implementação da teoria quântica que descreve o microcosmo relacionando com a descrição do macrocosmo feita pela relatividade geral de Einstein, obtendo assim uma cosmologia quântica.

Abstract

Cosmology studies the evolution of the universe and, therefore, its understanding is fundamental to understanding its development and explaining its various stages of transformation. We currently have several cosmological models, both classical and quantum, depicting in various ways the foundations necessary for understanding our Cosmos. From these models it is possible to understand, among many characteristics, the most fascinating objects and the strangest behaviors of our Universe. This article will address a fundamental property of the universe, its behavior near the initial singularity. Since we currently do not have a quantum theory of gravity, we will describe how to implement the quantum theory that describes the microcosm in relation to the description of the macrocosm made by Einstein's general relativity, thus obtaining a quantum cosmology.

Palavras-Chaves: Cosmologia quântica, teoria da relatividade geral, equação de Wheeler-DeWitt.

1. Introdução

No princípio era a Cosmogonia, a interpretação do Universo através de mitos e estudos filosóficos. Entretanto, o estudo da Cosmologia começou também junto a esses pensamentos iniciais e teve uma longa duração nos paradigmas que explicavam o comportamento da natureza. Por exemplo, os modelos geocêntricos propostos pelos gregos (a Terra sendo o centro do Sistema Solar) como Ptolomeu (90 - 168) e Aristóteles (384 a.C.- 322 a.C.), durou por mais de mil anos, sendo, entretanto, substituído por modelos mais precisos. O modelo heliocêntrico, proposto inicialmente por Aristarco de Samos (século III a.C.) e elaborado de forma matemática na era

moderna por Nicolau Copérnico (1473 - 1543) em 1543, revolucionou a Cosmologia, substituindo o modelo de Ptolomeu e Aristóteles e colocando agora o Sol como o centro do Sistema Solar. Quase um século depois, os estudos de Johannes Kepler (1571-1630) e, posteriormente, Galileu Galilei (1564 - 1642) contribuíram para fortalecer essa teoria heliocêntrica com observações e mais estudos matemáticos. Em 1687 foi proposto uma lei de gravitação universal feita por Isaac Newton (1642 - 1727), contribuindo para acabar com a distinção entre fenômenos celestes e fenômenos terrestres.

Em linhas gerais, a lei da gravitação de Newton diz como dois corpos massivos se

comportam e alteram suas configurações na presença um do outro. Em termos matemáticos, essa lei é expressa como

$$F = \frac{GMm}{d^2}, \quad (1)$$

onde G é a constante gravitacional, M e m são as massas dos objetos envolvidos na interação e d é a distância entre esses corpos. O desenvolvimento dessa equação foi um salto crucial para o avanço da astronomia, astrofísica e cosmologia, pois permitiu, entre outras coisas, perceber a existência de outros objetos no espaço. Apesar de dominar o cenário científico durante mais de 300 anos, a lei de gravitação universal de Newton encontrava dificuldades na explicação de algumas situações bem conhecidas da comunidade científica. Um desses problemas era a questão da precessão do periélio de Mercúrio, onde se obtinha um valor maior do que o obtido através das observações.

A questão chave que levou a elaboração de uma nova teoria de gravitação estava relacionada indiretamente com a velocidade da luz. Além do estabelecimento dessa velocidade como o limite máximo das velocidades dos objetos e a sua invariância em relação ao observador, verificou-se também a incompatibilidade dessas novas questões com as equações de transformação de Galileu. Einstein propôs então uma nova mecânica relativística associada com as transformações de Lorentz, mas com a limitação de se utilizar em referenciais inerciais. Essa teoria é conhecida como teoria da relatividade restrita, publicada em 1905. A construção de uma nova teoria válida em qualquer referencial levou à elaboração da teoria da relatividade geral e a construção de uma nova teoria da gravitação, publicada em 1916. A modelagem do universo é feita pela equação

$$R_{\nu\mu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}, \quad (2)$$

onde $R_{\nu\mu}$ é o tensor de Ricci, que descreve a curvatura do espaço-tempo, R é o escalar de Ricci construído através da contração do tensor de Ricci, $R = R_{\mu\nu} g^{\mu\nu}$, $g^{\mu\nu}$ é o tensor métrico, que define a geometria do espaço-tempo, Λ é a constante cosmológica, associada à energia

do vácuo e à expansão acelerada atual do universo, G é a constante gravitacional de Newton, c é a velocidade da luz no vácuo e $T_{\mu\nu}$ é o tensor energia-momento, que descreve a distribuição de matéria e energia.

A relatividade geral é fundamentada em alguns princípios-chave que a diferenciam da física newtoniana e até mesmo da relatividade restrita. Em linhas gerais, esses princípios são: 1) princípio da equivalência, 2) princípio da covariância geral, 3) a geometrização da gravidade e 4) o limite newtoniano da teoria. A eq. (2) é fundamental para tratar das novas estruturas que compõem nosso Universo, como as estrelas de nêutrons e buracos negros que são objetos massivos o suficiente para curvar o espaço-tempo alterando a geometria ao seu redor.

Por outro lado, para descrever as partículas elementares precisamos de outra teoria fundamental, a Mecânica Quântica. O físico alemão Max Planck (1858 - 1947), introduziu o conceito de quantum de luz (menor unidade discreta de energia) em 1900 e com esse trabalho conseguiu abrir portas para novas pesquisas sobre o mundo microscópico. Duas décadas depois, os físicos Erwin Schroedinger (1887 - 1961) e Werner Heisenberg (1901 - 1976) em 1925, estabeleceram a teoria quântica. A equação de Schroedinger descreve a interação entre as partículas de matéria e os fótons em termos de uma função de onda da seguinte maneira

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(r,t) = \hat{H} \Psi(r,t), \quad (3)$$

onde $\Psi(r,t)$ é a função de onda, $\hat{H}$ é o operador hamiltoniano que representa a energia total do sistema, e $\hbar$ é a constante de Planck reduzida. Essa equação é fundamental para entender o comportamento de partículas no sistema quântico.

Com essas evoluções no início do século XX deu-se um avanço significativo nos estudos do muito pequeno, efetuado pela Mecânica Quântica, e pelo muito grande, realizado pela relatividade geral. O que a física teórica não conseguiu ainda é elaborar uma teoria de gravitação quântica para descrever as interações gravitacionais em termos de sistemas quantizados. E é nesse ponto que entra o papel particular da Cosmologia Quântica. Mas antes de entrar no ponto central do trabalho, vamos considerar a questão dos modelos

cosmológicos, clássicos e quânticos, existentes para descrever o universo.

2. Modelos Cosmológicos Clássicos

O desenvolvimento dos modelos cosmológicos foi avançando conforme a humanidade foi evoluindo, chegando a um nível em que é possível teorizar diversos acontecimentos atuais e primordiais do cosmo. O modelo de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) é a descrição matemática padrão do universo em grande escala na cosmologia moderna. Ele fornece um quadro teórico para entender a expansão do universo, sua geometria e evolução temporal, baseado nas equações da Relatividade Geral de Einstein. Esse modelo é fundamental para a cosmologia física e está em excelente acordo com observações, como a radiação cósmica de fundo (CMB) e a atual expansão acelerada do universo. Suas principais características são: 1) assume que o universo é homogêneo e isotrópico; 2) a geometria do espaço-tempo é descrita por uma métrica que expressa essa homogeneidade e isotropia, a saber,

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a(t)^2 \left(\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 d\Omega^2 \right), \quad (4)$$

onde $a(t)$ é o fator de escala que está associado com a expansão do universo, k é a curvatura geométrica espacial ($k = +1, 0, -1$ para universos fechado, plano ou aberto, respectivamente) e $d\Omega$ se refere aos elementos angulares do sistema de referência, 3) equações de Friedmann, que descrevem a evolução de $a(t)$ em função da densidade de energia (ρ) e pressão (p) do universo, escritas como

$$\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3}, \quad (5)$$

conhecida como 1ª equação de Friedmann e a 2ª equação de Friedmann

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left(\rho + \frac{3p}{c^2} \right) + \frac{\Lambda c^2}{3}, \quad (6)$$

onde $\dot{a}$ é a derivada do fator de escala em relação ao tempo cósmico e Λ é a constante cosmológica.

Em geral, os diversos modelos cosmológicos clássicos existentes são variações do modelo FLRW.

3. Modelo de Wheeler-DeWitt

O modelo quântico do universo [1, 2, 3, 4, 5], conhecido como modelo de Wheeler-DeWitt, foi desenvolvido por John Archibald Wheeler (1911 - 2008) e Bryce DeWitt (1923 - 2004) nos anos de 1960. Esse modelo surge, entre outras coisas, dentro da tentativa de quantizar a gravidade partindo da relatividade geral. Para fazer essa quantização foi necessário utilizar o formalismo de Arnowitt, Deser e Misner, conhecido como formalismo ADM. É uma abordagem para reformular as equações da relatividade geral em um formato adequado para estudos de evolução temporal, gravidade quântica e simulações numéricas. Ele decompõe o espaço-tempo em folhas espaciais tridimensionais que evoluem no tempo, seguindo um tratamento hamiltoniano (canônico) da gravitação.

Na cosmologia quântica, a função de onda do universo (geralmente denotada por

$\Psi[h_{ij}, \varphi]$ é um objeto central que descreve o estado quântico do universo como um todo, incluindo sua geometria e campos de matéria. Ela surge, como já referido anteriormente, ao se aplicar os princípios da mecânica quântica ao próprio espaço-tempo, algo necessário para entender condições extremas como o *Big Bang*. A equação de Wheeler-DeWitt é expressa como

$$\hat{H}|\Psi\rangle = 0, \quad (7)$$

onde $\hat{H}$ é o operador hamiltoniano e $|\Psi\rangle$ é a função de onda do universo. Essa equação é similar à equação de Schroedinger. A equação de Wheeler-DeWitt admite muitas soluções e podemos entendê-la considerando a interpretação oriunda de probabilidades, necessária segundo a interpretação de

Copenhague. Desse modo $|\Psi[h_{ij}, \varphi]|^2$ daria

a probabilidade de o universo ter uma certa geometria h_{ij} e configuração de matéria φ , mas a normalização é problemática pois não há observador externo. Outras interpretações são utilizadas para resolver paradoxos como o problema do tempo e a natureza das condições iniciais do universo, como a interpretação de muitos mundos e a que envolve trajetórias bohmianas.

4. Conclusão

É evidente que ainda carecemos de instrumentos teóricos e dados experimentais e observacionais suficientes para a formulação de uma teoria que unifique todas as interações fundamentais da natureza. Enquanto não atingimos esse objetivo, buscamos maneiras mais simples de fundamentar, por exemplo, a gravidade em sistemas quantizados.

Para alcançarmos uma compreensão mais profunda da natureza e do universo, seria essencial o desenvolvimento de uma teoria de gravitação quântica capaz de descrever, de forma integrada, as interações eletromagnética, forte, fraca e gravitacional. No entanto, a gravidade parece de algum modo, não se manifestar de maneira compatível com as outras interações no contexto quântico, o que dificulta sua inclusão em uma teoria unificadora.

Portanto, enquanto não formos capazes de construir uma teoria que descreva de forma completa e coerente todas as interações fundamentais, continuaremos a analisá-las separadamente, na esperança de que futuras descobertas nos conduzam a tão buscada unificação.

Dessa maneira, a Cosmologia Quântica funciona como uma alternativa imediata para

entendermos teoricamente o comportamento do universo nas suas singularidades como buracos negros e o próprio *Big Bang*. Essa teoria funciona como um “toy model” utilizado como alternativa à falta de uma gravitação quântica. Apesar de suas limitações, essa teoria apresenta diversos elementos teóricos que são comparados com as observações, apresentando resultados promissores.

5. Agradecimentos

Os autores agradecem a FAPES, CNPq e CAPES pelo apoio financeiro.

6. Referências

- [1] ALVARENGA, F. G., *Cosmologia Quântica Com Vácuo Dinâmico*, Tese (Doutorado em Física) - Universidade Federal Fluminense, RJ, 2000.
- [2] ALMEIDA, C. R., *Cosmologia quântica em teorias escalares-tensoriais: aspectos físicos e matemáticos*. 2017. 99 f. Tese (Doutorado em Física) - Universidade Federal do Espírito Santo, Centro de Ciências Exatas, Vitória, 2017.
- [3] ATKATZ, D., *Quantum cosmology for pedestrians*. American Journal of Physics, v. 62, n. 7, p. 619-627, 1994.
- [4] VIEIRA, H. S. et al., *Alguns resultados acerca de campos escalares em buracos negros, cosmologia quântica e flutuações quânticas da geometria*, Tese (Doutorado em Física) – Universidade Federal da Paraíba, PB, 2018.
- [5] ALVARENGA, F. G., FRACALOSSII, R., FREITAS, R.C. et al., *Classical and quantum cosmology with two perfect fluids: stiff matter and radiation*. Gen. Relativ. Gravit. 49, 136 (2017). <https://doi.org/10.1007/s10714-017-2301-0>